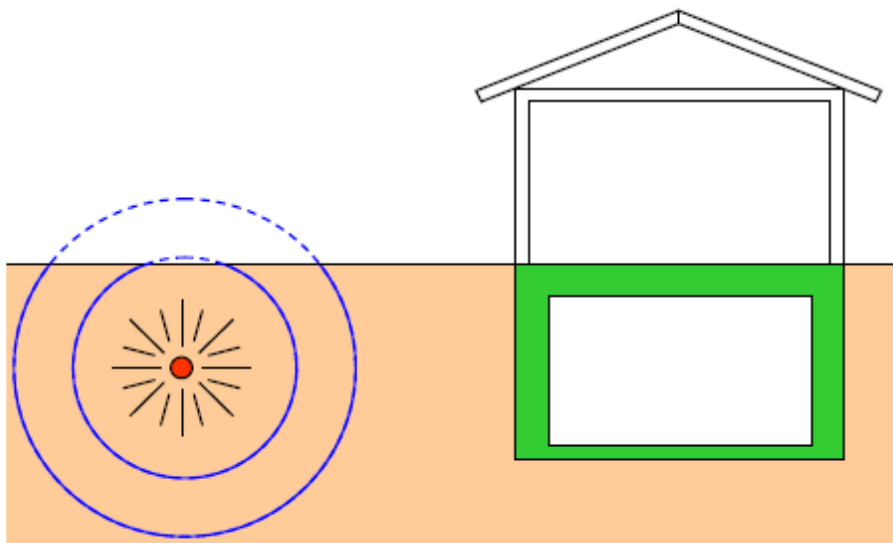




Myndigheten för
samhällsskydd
och beredskap

Markstötståg



Innehållsförteckning

Förord	5
Sammanfattning	7
Beteckningar	8
1 Introduktion	11
1:1 Bakgrund.....	11
1:2 Syfte och målsättning	11
1:3 Begränsningar	12
1:4 Rapportens innehåll	12
2 Översiktlig information	14
2:1 Konventionell bomb	14
2:2 Hur bildas en markstövåg?	15
2:3 Är markstövåg ett viktigt lastfall?	17
3 Matematisk beskrivning av stötvågor	20
3:1 Översikt.....	20
3:2 Konserveringslagar	20
3:21 Massans bevarande	21
3:22 Rörelsemängdens bevarande.....	21
3:23 Energins bevarande	22
3:24 Tillståndsekvation (EOS).....	23
3:25 Rankine-Hugoniot ekvationen och Rayleighlinjen	24
3:26 Numeriskt exempel	26
4 Jordmaterials sammansättning	29
4:1 Översikt.....	29
4:2 Lösa jordars sammansättning	29
4:3 Jordens markstövågsegenskaper	33
5 Jordmaterialets tillståndsekvation och skjuvhållfasthet	35
5:1 Översikt.....	35
5:2 Egenskaper som påverkar tillstånds-ekvationen.....	35
5:21 Det fasta materialet	41
5:22 Vatten och vatteninnehåll	44
5:23 Porositet	47
5:3 Hugoniotdata från litteraturen.....	48
5:4 Skjuvhållfasthet hos jordmaterial	51
5:41 Draghållfastheten	74

Markstötståg

6	Metod för framtagning av EOS	75
6:1	Översikt.....	75
6:2	Provning lämpad för låga tryck	78
6:3	Provning lämpad för höga tryck	83
6:31	Plan stöt.....	85
6:32	Invers plan stöt.....	85
6:33	Finita elementanalys av invers plan stöt	88
7	Finita elementanalyser	94
7:1	Allmänt	94
7:2	Grundläggande beskrivning.....	94
7:21	FE-simulering av räddningscentral utsatt för markstötståg.....	94
7:22	Utformning av passivt skydd mot markstötståg	99
8	Hur markstötståg propagerar runt en rektangulär stel kropp ...	106
8:1	Översikt.....	106
8:2	Modellering av jorden.....	107
8:3	Modellering av geometrin.....	108
8:4	Analysresultat	108
8:41	Maxtryck och maximpuls längs golvet	108
8:42	Diffraction runt hörn mellan vägg och golv	112
9	Empiriska samband för att beräkna markstötståg	114
9:1	Allmänt	114
9:2	Stötstågssamband enligt Lampson	114
9:21	Skalningsmodell genom en dimensionslös parameter	116
9:22	Lampsons empiriska ekvationer för markstötståg	118
9:23	Lampsons empiriska ekvationer för skador på nedgrävda byggnadskonstruktioner	132
9:3	Stötståg utan reflexioner enligt Drake.....	134
9:31	Drakes modell från 1983.....	135
9:32	Drakes modell från 1989.....	146
9:4	Markstötståg med reflexioner.....	160
9:41	Reflexioner enligt ConWep (1992).....	160
9:42	Detaljerad beskrivning av reflexion.....	164
9:5	Kraterbildning.....	169
10	Modifiering av materialmodell i Autodyn för torr sand (Sjöbo)	176
10:1	Orientering.....	176
10:2	Modifiering av tillståndsekvation (EOS).....	176
10:21	Modifiering av av- och pålastningskurva	177
10:22	Modifierade indata till den modifierade EOS:en	180
10:3	Resultat från Autodyn-simuleringar	184
11	Slutsatser och diskussioner	191
12	Litteraturförteckning	192

Markstötståg

Bilaga A	P-alpha modellen, där det solida tillståndet modelleras med hjälp av Mie-Gruneisen.	197
Bilaga B	Explosivämnen och dess viktskalningsfaktorer	204
Bilaga C	Spännings- och töjningstensorer	205
Bilaga D	Elastiska vågor	210
Bilaga E	Modellerad jordsammansättning	220
Bilaga F	Hastighetsfält hos jord.....	225
Bilaga G	Framtagning av dynamiskt spännings-töjningssamband enligt Lampson (1946)	230
Bilaga H	Lampsons (1946) resonemang kring framtagandet av empiriska samband	235
Bilaga I	Härledda jordkonstantsvärden k från seismisk våghastighetsmätning, Lampson (1946).....	249
Bilaga J	Drakes modell från 1983 och 1989	250
Bilaga K	Beräkningsexempel reflexion enligt ConWep (1992).....	251
Bilaga L	Autodyn-simuleringar av reflexion	254
Bilaga X	Laine och Larsen (2007): Numerical Study of How the Ground Shock Coupling Factor is Influenced by Soil Properties 78 th Shock & Vibration Symposium, Philadelphia, PA	256
Bilaga Y	Laine och Larsen (2009): Proposal on How to Model the Unloading in a Compaction Equation of State based upon Tri-axial tests on Dry Sand, 80 th Shock & Vibration Symposium, San Diego, CA.....	266
Bilaga Z	Arbete med modifierad EOS för Sjöbosand.....	280
Bilaga ZA	Användarsubrutiner till Autodyn för Modifierad Sjöbosand ..	292

Förord

Denna publikation behandlar markstötståg från explosionslaster och riktar sig till personer som behöver veta hur markstötståg uppkommer samt vilka laster som kan förväntas på en nedgrävd konstruktion eller byggnad. Publikationen har finansierats av Myndigheten för samhällsskydd och beredskap (MSB), tidigare Räddningsverket, och är ett resultat från arbetet inom en arbetsgrupp som behandlar stötstågslaster och fysiskt skydd som leds av Björn Ekengren (MSB). Arbetsgruppen består av Joosef Leppänen (Cowi AB), Morgan Johansson (Reinertsen Sverige AB), och författaren till rapporten Leo Laine (LL-Engineering tidigare Anker-Zemer Engineering A/S).

Fyra möten hålls årligen i denna grupp, där framstegen inom ämnesområdena luftstötståg, splitter, markstötståg, och verkan i bebyggelse diskuteras. Stort tack till allas bidrag för att driva ämnesområdena framåt. Speciellt tack till Björn som påvisat hur långsiktigt och målinriktat arbete ger resultat. Författaren vill också passa på att tacka simuleringsexperten Ola-Præmm Larsen (tidigare Anker-Zemer Engineering A/S), för idogt lyssnande och intensivt programmerande och simulerande för att ta fram banbrytande simuleringsresultat inom arbetsområdena. Ola har tagit fram de flesta resultat från Autodyn som återfinns i denna rapport.

Göteborg, april 2012, andra revidering gjord september 2020

Leo Laine

Revideringslista

Utgåva	Revidering	Kapitel nummer: utförd revidering
april 2012, utgåva 1	juni 2020, revidering 1	Kapitel 9: Ekvation (9:31m) har korrigerats med faktorn 9.870892 och ekvation (9:31r) har korrigerats med faktorn 2.520811
april 2012, utgåva 1	september 2020, revidering 2	Litteraturförteckning: Korrigeringar av punkter och mellanslag och ordningsföljd i årtal av referenser från Heyerdahl och Madsus.

Sammanfattning

Denna publikation har som syfte att redogöra för vilka faktorer som påverkar markstötstågens storlek och varaktighet från en bomb som detonerar nära eller nedgrävd i marken. Som en större slutsats beskrivs hur lösa jordmaterial bör modelleras i detalj för att fånga dess beteende både nära den detonerade bomben och på längre avstånd. Denna slutsats byggs upp genom att först ge grunderna för hur stötståg genereras och hur dessa kan beräknas genom att sätta upp ekvationerna för massans, rörelsemängdens och energins bevarande tillsammans med tillståndsekvationen för materialet. Därefter påvisas det i publikationen att det är jordmaterialets porositet, vattenmättnadsgrad och de fasta kornens egenskaper som i huvudsak påverkar markstötstågens dynamik.

I tillägg går litteraturens viktigaste empiriska ekvationer igenom för beräkning av markstötståg. Grunderna för dessa ekvationer påbörjades redan under andra världskriget av USA och förfinades under 1980 och 1990-talen. Dessa ekvationer är en bra grundstomme för ingenjörer och konstruktörer som behöver få en grov uppskattning av möjliga belastningsfall från hotbilder för nedgrävda byggnadskonstruktioner.

Slutligen, ett sätt för att minska påverkan från markstötståg på en nedgrävd konstruktion är att tillse att ett poröst och torrt material används som fyllnad kring konstruktionen. Detta kommer öka den energiupptagande förmågan hos jordmaterialet.

Nyckelord: markstötståg, explosion, nedgrävd, jord, sand, porositet, materialegenskaper, tillståndsekvation, skjuvhållfasthet, empiriska ekvationer, ökad energiupptagande förmåga.

Beteckningar

Romerska versaler

A	area
C_u	kornfördelning
D	skalat laddningsdjup
E	energiintensitet, elasticitetsmodul
E_0	energiintensitet hos ostörd jord, initiell energintensitet
F	kraft
G	skjuvmodul
I	impedans
J_i	spänningstensorns första, andra, och tredje invariant ($i=1,2,3$)
K	kompressionsmodul (i geotekniksammanhang tryckmodul)
M	ödometermodul
P	tryck
P_0	tryck hos ostörd jord
R	skalat detonationsavstånd
T	temperatur
U	hastighet
U_s	stötstågshastighet
U_p	partikelhastighet
S_r	vattenmättnadsgrad
S_i	Spänningstensorn
V	volym
W	energi, frigjord energimängd, laddningsstorlek
W_i	intern energi, potentiell energi
W_k	kinetisk energi
Z	skalat avstånd
Y	flytspänning, skjuvspänning
V	specifik volym
V_L	longitudinell våg
V_p	tryckvåg
V_s	skjuvvåg
V_0	specifik volym hos ostörd jord, initiell specifik volym

Romerska gemener

c	seismisk hastighet hos jordmaterial, kompressionshastighet
d	laddningsdjup, kornstorlek, utböjning
e	portal
f	fördämpningsfaktor
h	entalpi
i^+, i_s^+	impulsintensitet positiv fas
i^-	impulsintensitet negativ fas
i_r^+	reflekterad impulsintensitet positiv fas
m	massa
n	porositet, dämpningskoefficient
r	detonationsavstånd
s	sträcka
t	tid
t_a	ankomsttid
t_d	positiva fasens sluttid
t_p	tiden för maxtryck
t_+	varaktighet positiv fas
t_r	restid
u	hastighet
v_p	tryckvågshastighet
v_s	skjuvvågshastighet

Grekiska tecken

α	laddningskonstant, beskrivning av irreversibel kompaktering av porer
Δ	inkrementiellt
ε	töjning
ε_{vol}	volymmetrisk töjning
λ	egenvärde
ω	vattenkvot
μ	kompression
ν	volym, tvärkontraktion
ρ	densitet, skrymdensitet
ρ_k	korndensitet
ρ_0	densitet hos ostörd jord, initiell densitet
ρ_r	densitet bakom reflekterad stötstågsfront
ρ_s	densitet bakom oreflekterad stötstågsfront, kompaktdensitet
σ	spänning
τ	skjuvspänning

Index

- + indikerar positiv fas
- indikerar negativ fas
- 0 indikerar ostörd luft
- r* indikerar reflekterad stövåg
- s* indikerar inkommande stövåg

1 Introduktion

1:1 Bakgrund

Enligt skyddsrumreglerna Skyddsrum SR 09, MSB (2009), skall ett skyddsrum klara av att motstå belastningen från ”verkan av en tryckståg motsvarande den som åstadkoms av en 250 kg minbomb med 50 viktprocent TNT som briserar i det fria 5,0 m från skyddsrummets utsida”. I det ”fria” kan tolkas som att minbomben briserar i ”luften”, men många skyddsrum är placerade så att det ”fria” utanför skyddsrummets yttervägg består av markfyllnad och jord. Därför är det också av yttersta intresse att ha en klar bild av vad som sker om minbomben briserar i jordmaterialet utanför skyddsrummet.

En markstötståg bildas av att jordmaterialet accelereras av en yttre last, exempelvis av en detonerad sprängladdning som är helt eller delvis begrävd i jorden, eller till exempel en kraftig stöt. Vid fallet med laddning maximeras överföringen från laddningens frigörelse av energi till markstötståg när laddningen är fullt nergrävd.

Markstötstågens magnitud påverkas huvudsakligen av faktorer som energiinnehåll och snabbheten hos energifrigörelsen hos laddning, laddningens begravningsdjup, avståndet från laddningen till studerad punkt, jordmaterialens egenskaper och sammansättning, och reflexioner med omgivande material.

1:2 Syfte och målsättning

Syftet med arbetet är att införskaffa och dokumentera kunskap kring markstötstågor. Här menas bl.a. hur markstötstågor kan beräknas med enklare ekvationer samt hur man kan ta fram materialdata för olika typer av jordmaterial för att kunna utföra markstötstågsberäkningar med explicita finita elementlösare såsom Autodyn och Ls-Dyna. Dessutom studeras hur byggnader kan skyddas mot markstötstågor.

För att kunna göra en bra estimering av konventionella vapenlaster krävs god kännedom om de inblandade materialen och hur de beter sig vid stötstågsbelastning. I tidigare arbete har materialdata för torr sand tagits fram med hjälp av kvasistatiska tri-axiella experiment, Heyerdahl (2000) samt Laine och Sandvik (2001) och har använts i markstötstågsberäkningar Laine (2002). Dessa materialdata är mycket relevanta för att kunna beräkna markstötstågens fortplantning på avstånd större än cirka 1 meter från laddningen. För att kunna beräkna stötstågens fortplantning närmare än 1 meter

från laddningen behövs mer kunskap tas fram hur jordmaterialet beter sig vid dessa höga trycknivåer. Detta innefattar höga trycknivåer upp till cirka 20 GPa och höga temperaturer upp till 2500 K. Här är en del av målsättningen att försöka sammanställa kunskap och information om detta för olika jordtyper och hur materialprovning kan utföras för att få fram relevanta materialdata.

1:3 Begränsningar

Arbetet har begränsats till att studera markstötståg i lösa jordarter. Typiska vapenlaster som uppstår när en minbomb detonerar en bit från en byggnad är luftstötståg, splitter, och markstötståg. För närmare beskrivning om luftstötståg och hur de uppkommer, dess utbredning samt vad som sker med den vid reflexion mot en byggnad, har förklarats på ett grundligt sätt i Johansson (2002) och i Johansson och Laine (2007). För luftstötståg och dess komplexa utbredning inom bebyggelse rekommenderas Johansson och Laine (2008). För förståelse om splitterbelastning på betongkonstruktioner rekommenderas Leppänen (2004) och Leppänen (2012). Bebyggelsens motståndsförmåga mot dynamisk belastning tas inte upp i denna rapport, istället hänvisas till Johansson och Laine (2009).

Simulering av markstötståg på en hel räddningscentralmodell med omkringliggande jord, luft och sprängladdning samt framtagande av materialparametrar för beräkning av stötståg har utförts i tidigare rapporter, se Laine (2002), Laine (2001), Laine (2000:1), Laine (2000:2) och Laine (2000:3). Läsare med behov av sammansatta komplexa simuleringar med hänsyn till markstötståg och hur dessa beräkningar kan sättas ihop i Ls-Dyna hänvisas till dessa rapporter. Resultaten från dessa simuleringar med hänsyn till byggnadens rörelser användes i studie för komponenters skaktålighet Forsén och Sandberg (2002). Komponenters skaktålighet med hänsyn till markstötståg tas ej med här utan läsaren rekommenderas läsa Forsén och Sandberg (2002).

Vibrationer och skakningar i marken som uppkommer av jordbävningar tas ej upp i denna rapport.

1:4 Rapportens innehåll

För att kunna uppfylla önskade krav vid nyproduktion av fysiskt skydd såsom skyddsrum och inte minst vidmakthållande av dessa behövs djupare förståelse kring hur tryckstågen uppstår och fortplantas i de olika inblandade materialen.

I kapitel 2 ges en översiktlig information om markstötståg i lösa jordarter som genereras från en sprängladdning. Frågor som besvaras är hur de bildas, huruvida en markstötståg är en viktig belastning, samt vilka faktorer som påverkar markstötstågens styrka.

I kapitel 3 ges en matematisk beskrivning av markstötståg, hur konserveringslagar används för att beskriva fenomenet samt hur tillståndsekvationen används för att beskriva olika jordmaterial.

I kapitel 4 beskrivs lösa jordarters sammansättning och betydelse för markstötståg. Här definieras viktiga parametrar såsom porvatten och porvolym. Dessutom diskuteras hur tillståndsekvationen påverkas av jordartens sammansättning.

I kapitel 5 beskrivs vilka faktorer som påverkar markstötstågsberäkningar, speciellt behandlas jordmaterialets tillståndsekvation. Dessutom sammanställs en del stötstågsdata som har återfunnits i litteraturen.

I kapitel 6 går igenom hur materialprovning utförs på jordmaterial för markstötstågsberäkningar, speciellt upp till två olika trycknivåer för framtagning för tillståndsekvationen för det provade materialet. Den lägre är för låga tryck upp till 100 MPa samt den högre är för över 100 MPa i tryck.

I kapitel 7 diskuteras finita element- och volymanalyser för markstötstågsberäkningar som är ett mycket kunskapsintensivt verktyg. Dessa beräkningar kräver både djup kunskap om programvaran som används och om materialens egenskaper för att uppnå tillförlitliga beräkningsresultat. Dessutom redovisas hur passivt skydd kan skapas mot markstötståg för en nedgrävd byggnad.

I kapitel 8 diskuteras hur markstötståg rör sig runt stela kroppar. I studien används det finita elementprogrammet Autodyn. Jordegenskaper som varierar är skjuvhållfasthet och tillståndsekvation.

I kapitel 9 redovisas de vanligaste empiriska sambanden som används för analys av markstötståg. Redovisningen inkluderar både stötståg med och utan reflexioner från omgivande material. Vidare går kraterbildning igenom. Materialet för de empiriska ekvationerna återfinns i litteraturen och sträcker sig från tidiga publikationer från andra världskriget till 1990-talet.

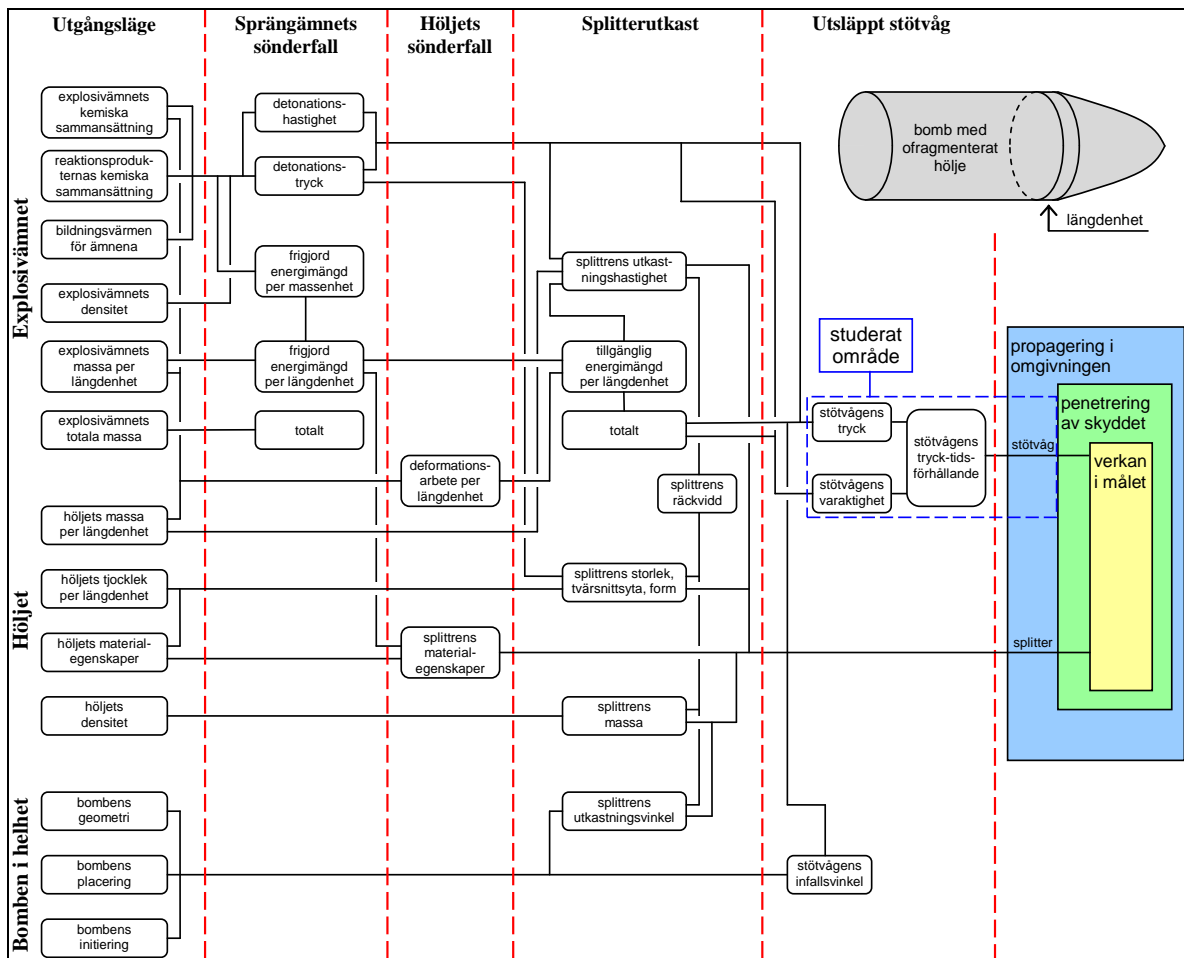
I kapitel 10 redovisas hur materialmodellen som återfinns i standardbiblioteket i Autodyn för torr sand har modifierats. Största skillnaden är hur tillståndsekvationen har ändrats för att få tryckavlastningens styvhet att både bli tryck och densitetsberoende. Detta är viktigt för att kunna beskriva stötstågens tryck och partikelhastighet som funktion av tid och avstånd dispergerar genom materialet.

I kapitel 11 ges slutsatser och diskussioner.

2 Översiktlig information

2:1 Konventionell bomb

För att beskriva hur en markstövåg bildas bör först själva bomben placeras in i händelseförloppet. Om man inkluderar bomben i ett beroendeschema för hur ett skydd påverkas av stötvågens lastverkan, kan detta illustreras genom figur 2:1a. I beroendeschemat tas hänsyn till bombens utgångsläge och sedan studeras sprängämnets sönderfall, vilket påverkar höljets sönderfall. Detta bildar splittrutkast och bildande av stötvåg. Dessa är de vapenlaster som propagerar i omgivningen och påverkar skyddet. Slutligen fås verkan på den skyddande konstruktionen.



Figur 2:1a. Beroendeschema där laddningen är inkluderad.

Snabba kemiska reaktioner som involverar bildande av gaser kan klassas in i olika nivåer med hänsyn till ökande energifrigörelse hastighet:

- Förbränning
- Explosion/deflagration
- Detonation.

Förbränning sker under tidsförlopp av sekunder. Deflagrationen sker under tidsförlopp av millisekunder. Detonation sker under tidsförlopp av mikrosekunder det vill säga avsevärt snabbare än de två andra.

Energifrigörelsen från laddningar som detonerar är inte extremt hög. Det kan förefalla ologiskt men anledningen till detta är att energifrigörelsen sker så snabbt vid detonation att den därmed får hög verkan.

Energifrigörelsens hastighet hos det detonerande sprängämnet, det vill säga hastigheten på hur snabbt detonationsprodukterna, spränggaserna, bildas är varför sprängämnet får så hög verkan. Spränggaserna är i ett extremt komprimerat tillstånd, högt tryck och hög temperatur, på grund av den snabba energifrigörelsen. Dessa extremt komprimerade gaser vill expandera och utöka sin volym så att trycket i gasen minskar. Vid expansionen utförs ett arbete mot alla omgivande material. Denna expansion är den grundläggande orsaken till bildande av bland annat markstöt våg.

Vanligtvis frigörs ungefär 4 till 5 MJ per kg laddning för vanliga sprängmedel såsom TNT. Detonationshastigheten som sprängämnet detonerar med ligger runt 5000 till 8000 m/s för de vanligaste sprängämnena. En bra översiktlig beskrivning av stöt vågor och detonation återfinns i Meyers (1993). Detaljerad information om sprängämnen och dess egenskaper återfinns i Dobratz och Crawford (1985).

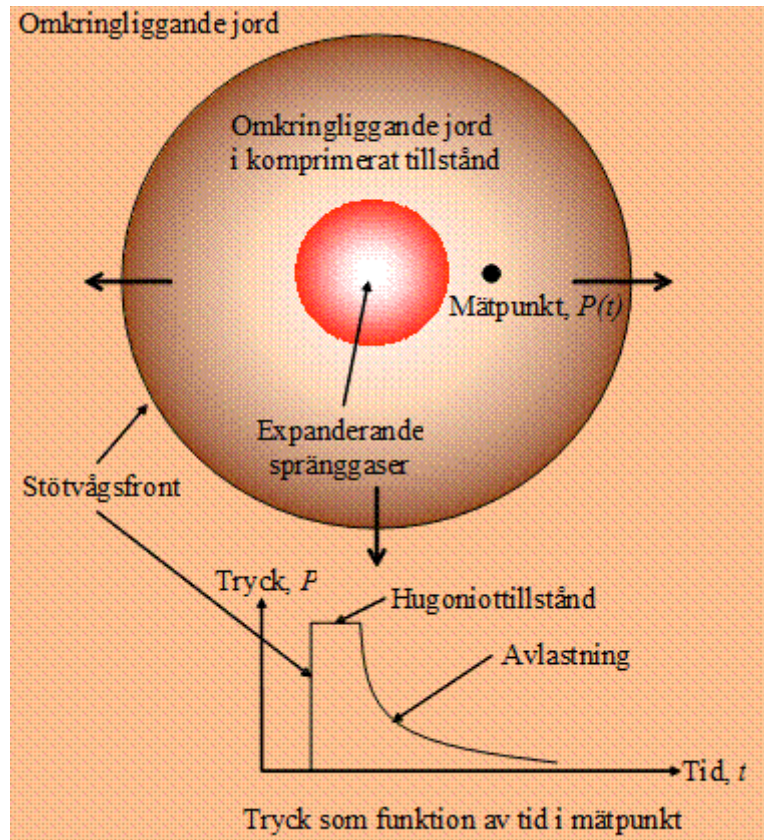
2:2 Hur bildas en markstöt våg?

En markstöt våg bildas av att jordmaterialet accelereras av en yttre last, exempelvis av en detonerad sprängladdning som är helt eller delvis begrävd i jorden eller till exempel en kraftig stöt. Vid fallet med laddning maximeras överföringen från laddningens frigörelse av energi till markstöt våg när laddningen är fullt nergrävd.

När laddningen detonerar så bildas spränggaserna som har högt tryck och hög temperatur. Dessa spränggaserna vill expandera för att nå samma jämviktstillstånd som omgivande material hade före detonationen. Denna expansion leder till att en stöt våg bildas i det omgivande jordmaterialet. Jordmaterialet komprimeras kraftigt och en stöt vågsfront bildas mellan okomprimerat material framför och komprimerat material bakom fronten. I figur 2:2a illustreras hur spränggaserna komprimerar omkringliggande media så att en stöt våg bildas. Stöt vågsfronten är en tydlig diskontinuitet med hänsyn till tryck-, densitet-, och energitillstånd som materialet upplever. Precis bakom

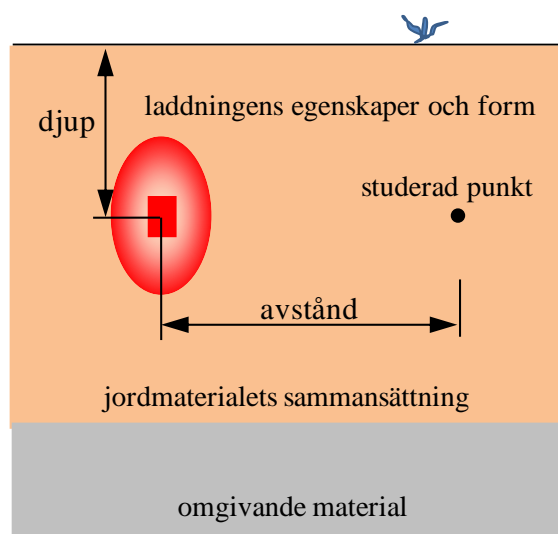
Markstöt våg

stöt vågsfronten sägs materialet ha ett stöt vågstillstånd som ofta kallas för Hugoniot-tillståndet. Efter detta sker en avlastning av stöt vågen.



Figur 2:2a. Illustration av hur spränggaserna komprimerar den omkringliggande jorden.

Den överförda energin från spränggaserna till omkringliggande media sprids i alla riktningar vilket gör att stöt vågens styrka avtar kraftigt med avståndet från detonationscentrum.



Figur 2:2b. Illustration av vilka faktorer som påverkar markstöt vågens magnitud och varaktighet.

I figur 2:2b illustreras vilka faktorer som påverkar markstöt vågens magnitud och varaktighet. Dessa faktorer är:

- Energiinnehåll och snabbheten hos energifrigörelsen hos laddning.
- Laddningens utformning såsom geometri och eventuellt hölje.
- Vid vilket djup i marken laddningen detonerar.
- Avståndet från laddningen till studerad punkt.
- Jordmaterialens innehåll och sammansättning.
- Reflexioner med omgivande material.

Energiinnehållet ger en bild av storleksordningen av det arbete som kan utföras, därutöver är det alltid hastigheten av energifrigörelsen som avgör den totala verkan som laddningen kan ha. Laddningens utformning påverkar koncentrationen av stöt vågen, speciellt i närområdet. Om laddningen har tjockt hölje, såsom splitterladdning, så förbrukas en viss del av energin till att fragmentera upp höljet. Laddningsdjupet påverkar direkt hur mycket energi som transmitteras ner i marken, vilket resulterar i en markstöt våg. Resterande delen av energin ger upphov till luftstöt våg ovan mark.

Avståndet till studerad punkt påverkar hur mycket av energin som hinner sprida sig till omgivningen. Energiutbredningen sker sfäriskt, varför ett kort avstånd ger stor energikoncentration och därmed stor lasteffekt. På ett längre avstånd från laddningen har den sfäriska volymsutbredningen markant sänkt lasteffekten i den studerade punkten. Om ett jordmaterial absorberar mycket energi, minskar styrkan snabbare hos den transmitterade stöt vågen så att en mindre farlig situation uppstår för den skyddande konstruktionen. Omvänt kan ett reflekterande material, såsom underliggande berglager eller grundvattennivå, ge upphov till stöt vågor som samverkar med varandra och kan därmed förvärra belastningsfallet. Närmast laddningen är marktryck, stöt våghastighet och partikelhastighet som störst och avtar med avståndet från laddningen och tiden. Vid explosion i marken är det stora jordvolymen som flyttas och leder till kraterbildning.

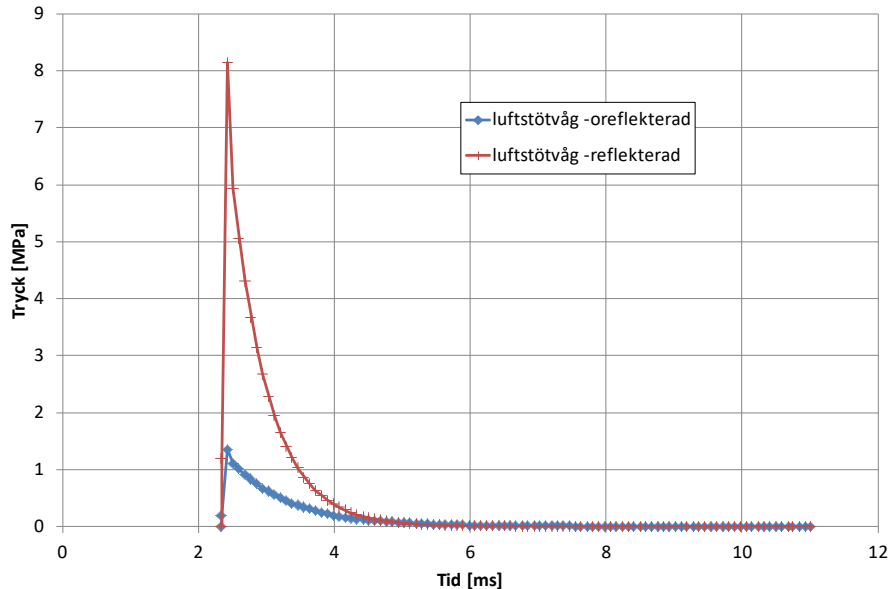
2:3 Är markstöt våg ett viktigt lastfall?

För att ge ett första svar på frågan om markstöt våg är ett viktigt lastfall kan man börja med att studera vilken storlek i tryck och impulstäthet som uppstår i luftstöt våg för en viss laddning på ett specifikt avstånd och vad motsvarande nivåer är i markstöt våg. Låt oss studera stöt våg från laddningsvikt på 125 kg TNT på 5 meters avstånd.

I figur 2:3a redovisas reflekterat och oreflekterat tryck hos en hemisfärisk utbredd luftstöt våg som funktion av tiden. Med reflekterat tryck menas om stöt vågen mäts framför en stel vägg som hindrar spridning av stöt vågen och därför sker en tryckhöjning. Trycket ökar cirka sex gånger när luftstöt vågen reflekteras mot en vinkelrät stel vägg. Maximala trycken i båda fallen är 1,4 MPa och 8,1 MPa. Den totala impulsintensiteten, det vill säga trycket integrerat över tid, är ett intressant mått för stöt vågor. Den säger i princip

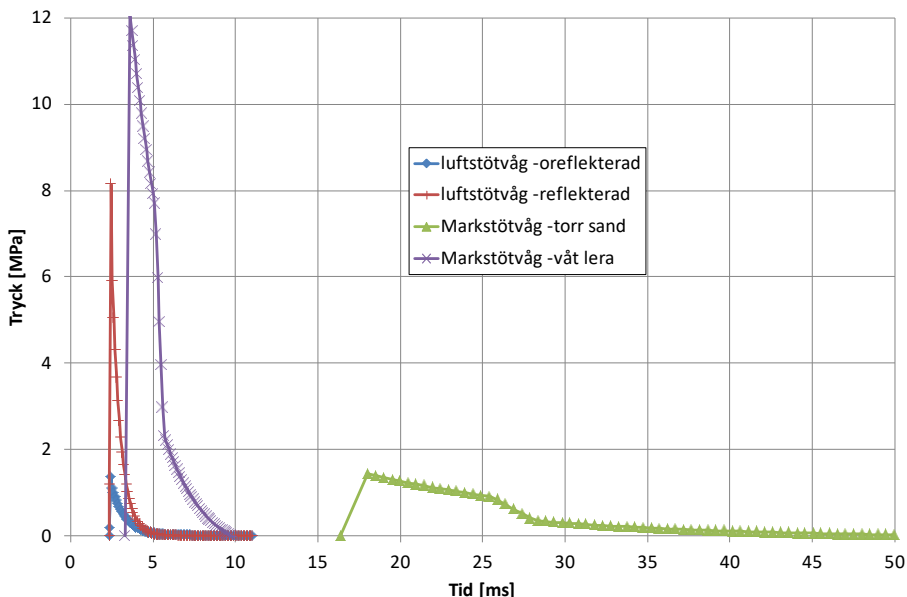
Markstöt våg

hur mycket rörelsemängd som stöt vågen kan generera på en konstruktion med viss anslagsyta och massa. För det oreflekterade fallet är impulsintensiteten 1160 kPa-ms och för reflekterade fallet 4424 kPa-ms.



Figur 2:3a. Beräknad luftstöt våg med hemisfärisk spridning på 5 meters avstånd från detonerad laddning på 125 kg TNT. Beräkningar utförda med ConWep (1992).

Beräkna nu markstöt vågstryck för samma fall, 5 meter och 125 kg TNT, där detonationen antas ske på 3 meters djup och trycket mäts 3 meter ner i markytan. Studera dessutom vad marktrycken blir vid två olika jordmaterial: torr sand med densitet 1630 kg/m^3 och seismisk våghastighet 305 m/s samt våt lera med densitet 1920 kg/m^3 och med seismisk våghastighet 1524 m/s . Då fås följande tryck, se figur 2:3b, där tryckvåg i luft jämförs med mark.



Figur 2:3b. Jämförelse mellan beräknad luftstöt våg, markstöt våg i torr sand och våt lera på 5 meters avstånd från detonerad laddning på 125 kg TNT. Beräkningar utförda med ConWep (1992), hänsyn har tagits till reduktion av marktryck på grund av ytrefflexion mot markytan.

Vad som direkt kan ses i figur 2:3b är att det positiva trycket varar längre hos stötstågen i mark än i luft. Dessutom är maxtrycket i våt lera högre än i det reflekterade fallet av luftstötstågen. Maxtrycket i fallet med torr sand är 1,4 MPa och i våt lera 12,1 MPa. Den totala impulstätheten är 12 600 kPa-ms vid fallet med torr sand och 18 200 kPa-ms för våt lera. Så även om det mildare fallet av markstötståg, torr sand, jämförs med den reflekterade luftstötstågen så är impulstätheten nästan tre gånger större i markstötstågen. Denna jämförelse är konservativ, för hänsyn till reducerad stötståg på grund av reflexion mot markytan har tagits med i markstötstågen. I tillägg är det oreflekterat marktryck som jämförs med luftstötstågen. Reflexionskoefficienten i marken är dock aldrig lika hög som i luftstötståg. Denna ökning i impulsintensitet påvisar att markstötståg i allra högsta grad bör beaktas som ett viktigt lastfall om dimensionering av delvis eller helt nergrävda konstruktioner ska utföras.

Denna rapport kommer dock ej i detalj studera fysiken kring hur en nergrävd konstruktion svarar på en markstötståg, utan fokuset ligger i att kunna beräkna markstötstågstrycken fram till konstruktionen. En positiv effekt som kan uppstå är att marken bidrar till ökad massa hos konstruktionen vilket skulle kunna leda till en viss skyddande effekt och eventuellt minska deformationer hos konstruktionen. Denna typ av frågor om hur markstötstågen i detalj interagerar med en nergrävd konstruktion behandlas dock inte i denna rapport utan planeras att tas upp i en kommande rapport.

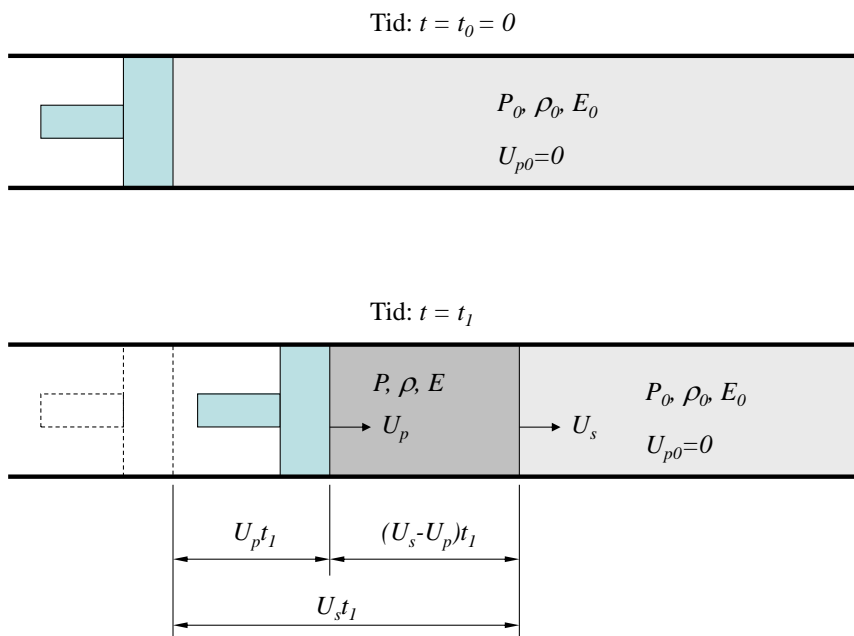
3 Matematisk beskrivning av stötståg

3:1 Översikt

Detta kapitel ger övergripande bakgrund för hur man numeriskt kan bestämma stötstågsparametrar hos ett stötstågsbelastat material. Först behandlas de tre konserveringslagar som används för beskrivandet av stötståg. Dessa lagar ger oss mer obekanta än tillgängliga ekvationer. Det som saknas är kännedom om materialets egenskaper, såsom dess tillståndsekvation, vilket detta kapitel avslutas med.

3:2 Konserveringslagar

När en stötstågs spänningsnivå i materialet kraftigt överskrider den dynamiska hållfastheten hos materialet kan skjuvhållfastheten hos materialet negligeras. Vid dessa fall kan materialen förenklas till en kompressibel vätska som stötstågen passerar igenom. Stötstågens front antas ha obetydlig tjocklek. Därför kan detta ses som en diskontinuitet i materialet. I figur 3:2a visas ett exempel där en kolv rör sig med hastigheten U_p i en cylinder med konstant area A .



Figur 3:2a. Kolv som rör sig med hastigheten U_p i en cylinder kompressibelt material.

Kolven komprimerar materialet med de initiala tillstånden: tryck P_0 , densitet ρ_0 , energiintensitet E_0 , partikelhastighet $U_{p0} = 0$, och stötvågshastighet $U_{s0} = 0$. En stötvåg bildas framför kolven. Det komprimerade materialet har nu tillstånden tryck P , densitet ρ , energiintensitet E , partikelhastighet U_p , och stötvågshastighet U_s . Stötvågsfronten rör sig med hastigheten U_s som är snabbare än hastigheten hos kolven. Dessa antaganden redovisas i Meyers (1993).

3:21 *Massans bevarande*

Den ostörda massan före är lika med den komprimerade massan efter. Eftersom arean i kolven har arean A fås följande ekvation

$$\rho_0 U_s t_1 A = \rho (U_s - U_p) t_1 A \quad (3:21a)$$

där vänstra termen är lika med den okomprimerade massan hos materialet och den högra motsvarar den komprimerade massan. Ekvationen gäller för alla tider och kan sålunda omskrivas till

$$\rho_0 U_s = \rho (U_s - U_p) \quad (3:21b)$$

3:22 *Rörelsemängdens bevarande*

Rörelsemängden definieras som produkten av massan och hastigheten. Ändringen i rörelsemängd hos ett system är lika med impulsen som tillförs systemet, där impulsen definieras som trycket integrerat över tiden. Vid tiden noll kan rörelsemängden antas vara noll, vilket ger

$$\rho (U_s - U_p) U_p t_1 - 0 = (P - P_0) t_1. \quad (3:22a)$$

Vänsterledet i ekvation (3:22a) visar skillnad i rörelsemängden efter stötvågen hos materialpartiklar med hastigheten U_p minus rörelsemängden före som antogs vara noll. Högerledet är den impuls som systemet har tillförts. Denna ekvation kan omskrivas som

$$\rho (U_s - U_p) U_p = (P - P_0). \quad (3:22b)$$

Med nyttjande av massans bevarande kan ekvationen skrivas om till

$$(P - P_0) = \rho_0 U_s U_p. \quad (3:22c)$$

3:23 *Energins bevarande*

Energins bevarande fås genom att likställa det arbete ΔW som utförs av yttre krafter med ändringen av intern energi ΔW_i plus ändringen av kinetisk energi ΔW_k , det vill säga

$$\Delta W = \Delta W_i + \Delta W_k. \quad (3:23a)$$

Ändringen i den interna energin vid tiden t för den komprimerade zonen kan skrivas som

$$\Delta W_i = E(\rho(U_s - U_p))t - E_0(\rho_0 U_s t) = (E - E_0)\rho_0 U_s t \quad (3:23b)$$

och ändringen i kinetisk energi kan skrivas som

$$\Delta W_k = \frac{1}{2}\rho(U_s - U_p)U_p^2 t - 0 = \frac{1}{2}\rho_0 U_s U_p^2 t \quad (3:23c)$$

I ekvation (3:23c) antas att den kinetiska energin vid tiden t_0 är lika med noll. Det yttre arbetet är kraften multiplicerat med längden

$$\Delta W = P U_p t - P U_{p0} t. \quad (3:23d)$$

Vid tiden t_0 är U_{p0} lika med noll vilket ger

$$\Delta W = P U_p t. \quad (3:23e)$$

Nu kan energins bevarande skrivas med hjälp av ekvationerna (3:23b), (3:23c), (3:23e) insatt i ekvation (3:23a)

$$P U_p t = (E - E_0)\rho_0 U_s t + \frac{1}{2}\rho_0 U_s U_p^2 t \quad (3:23f)$$

Vilket för alla tider kan skrivas som

$$P U_p = (E - E_0)\rho_0 U_s + \frac{1}{2}\rho_0 U_s U_p^2 \quad (3:23g)$$

Energins bevarande kan också skrivas på en mer allmän form. Om $E - E_0$ i ekvation (3:23g) frigörs

$$(E - E_0) = \frac{P U_p}{\rho_0 U_s} + \frac{1}{2} \frac{\rho_0 U_s U_p^2}{\rho_0 U_s} \quad (3:23h)$$

Från rörelsemängdens bevarande kan partikelhastigheten skrivas som $U_p = (P - P_0) / (\rho_0 U_s)$ och används detta i ekvation (3:23h) fås

$$E - E_0 = \frac{P(P - P_0)}{\rho_0^2 U_s^2} + \frac{1}{2} \frac{\rho_0 U_s (P - P_0)^2}{\rho_0^2 U_s^2} \quad (3:23i)$$

En viktig egenskap kan härledas för stötvågshastigheten om man utgår från ekvation (3:22c) rörelsemängdens bevarande skrivs som

$$\rho_0 U_s = \frac{P - P_0}{U_p} \quad \text{och} \quad (3:23j)$$

Från massans bevarande fås $\rho_0 U_s = \rho(U_s - U_p)$ varvid partikelhastigheten kan skrivas som

$$\rho_0 U_s = \rho(U_s - U_p) \leftrightarrow U_p = U_s \frac{\rho - \rho_0}{\rho} \quad (3:23k)$$

Ekvation (3:23k) insatt i (3:23j) ger

$$\rho_0 U_s^2 = \frac{\rho(P - P_0)}{(\rho - \rho_0)} = \frac{P - P_0}{(1 - \rho_0/\rho)} \quad (3:23l)$$

Införs beteckningen specifik volym $v = 1/\rho$ så kan ekvation (3:23l) omskrivas till

$$\rho_0 U_s^2 = \frac{P - P_0}{(1 - v/v_0)} \leftrightarrow \rho_0^2 U_s^2 = - \frac{P - P_0}{(v - v_0)} \quad (3:23m)$$

Sätts nu detta slutligen in i ekvation (3:23i) så kan energins bevarande skrivas som

$$E - E_0 = \frac{1}{2} (P - P_0)(v - v_0) \quad (3:23n)$$

3:24 Tillståndsekvation (EOS)

För att analytiskt beskriva stötvågsfenomenet kan man använda sig av konserveringslagar. De tre konserveringslagarna, bevarande av massan, rörelsemängd och energi är beskrivna i ekvationerna (3:24a), (3:24b), och (3:24c). För härledning, se avsnitt 3:23. Här finns fem variabler: tryck P , partikelhastighet U_p , stötvågshastighet U_s , densitet ρ eller specifik volym v och energi E . Sålunda behövs en ekvation till för att beskriva alla variabler som funktion av en. Denna fjärde ekvation kallas för tillståndsekvation, på engelska Equation of State (EOS).

$$\rho_0 U_s = \rho(U_s - U_p) \quad (3:24a)$$

$$(P - P_0) = \rho_0 U_s U_p \quad (3:24b)$$

$$E - E_0 = \frac{1}{2} (P - P_0)(v - v_0) \quad (3:24c)$$

Det finns flera olika typer av tillståndsekvationer. Det är vanligt förekommande med en empirisk tillståndsekvation som beskriver relationen mellan U_s och U_p . Ekvationen skrivs som ett polynom med konstanterna C_0 , S_i $i = 1, \dots, n$, såsom

$$U_s = C_0 + S_1 U_p + S_2 U_p^2 + \dots \quad (3:24d)$$

Dessa konstanter återfinns ofta i litteraturen, se exempelvis Meyer (1993), och används speciellt för metaller. Ett mer generellt sätt att ange en tillståndsekvation är trycket som en funktion av densitet ρ och intern energi E , dvs. $P(\rho, E)$. Detta generella sätt används ofta för porösa material såsom jord. Den främsta svårigheten med bestämning av storleken av stötstågsp parametrar är att ha tillräckliga data om jordmaterialet, det vill säga ha kännedom om dess tillståndsekvation.

En mycket förenklad form av denna generella form av tillståndsekvation är den linjära som ofta beskrivs på följande sätt

$$P = K\mu \quad (3:24e)$$

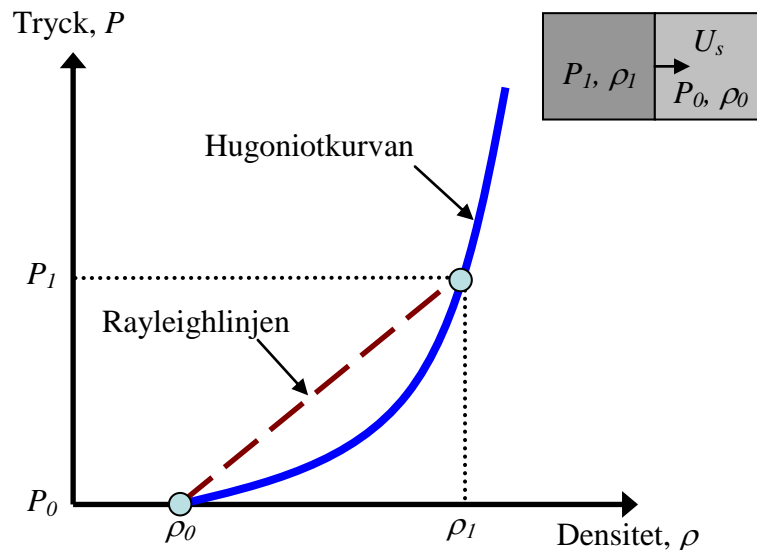
$$\mu = \frac{\rho}{\rho_0} - 1 \quad (3:24f)$$

där K är materialets kompressionsmodul och μ är kompressionen. Denna tillståndsekvation bör dock bara användas när små kompressioner kan förväntas och att materialet kan förväntas också avlastas elastiskt till initial kompression och densitet.

3:25 Rankine-Hugoniot ekvationen och Rayleighlinjen

Om tillståndsekvationen är given som $P(\rho, E)$ kallas sambandet ofta för Rankine-Hugoniot ekvationen eller bara 'Hugoniot'. Ekvationen beskriver vilka tillstånd som är möjliga för materialet att uppnå, där P och ρ är vad som upplevs precis bakom stötstågsfronten inom det komprimerade området. I figur 3:25a visas Hugoniot kurvan för ett godtyckligt material.

Markstöt våg



Figur 3:25a. Hugoniotkurva för ett godtyckligt jordmaterial samt en skiss som visar hur stöt vågen framskrider endimensionellt.

När materialet utsätts för en stöt våg så följer man inte Hugoniotkurvan utan materialet hoppar mellan de olika materialtillstånden. I figur 3:25a visas hur materialet hoppar från (ρ_0, P_0) till (ρ_1, P_1) precis framför respektive bakom stöt vågsfronten. Så om materialet upplever en stöt vågpuls med ett maxtryck P_1 så följs inte Hugoniotkurvan. Det är istället en diskontinuitet i tryck och densitet som stöt vågsfronten beskriver. Rayleighlinjens lutning beskriver hur stor stöt vågens hastighet U_s är och relationen kan uttryckas som

$$\rho_0^2 U_s^2 = - \frac{P_1 - P_0}{(v_1 - v_0)} \quad (3:25a)$$

där $v_i = 1 / \rho_i$, $i = 0, 1$ är specifik volym och $(P_1 - P_0) / (v_0 - v_1)$ är lutningen hos Rayleighlinjen. För härledning se ekvationer (3:23j)-(3:23m). Lutningen hos Hugoniotkurvan är proportionell mot kvadraten av stöt våghastigheten U_s . Ju större skillnad det är mellan de olika tillstånden före och efter stöt vågsfronten, desto kraftigare blir stöt våghastigheten U_s .

Så om vi vet hur stort trycket är efter stöt vågsfronten kan alla andra parametrar bestämmas med hjälp av konserveringslagarna. Uttryck för stöt våghastigheten U_s och partikelhastigheten U_p fås med hjälp av ekvationerna för bevarande av massan och bevarande av rörelsemängden och kan uttryckas som

$$U_s = v_0 \sqrt{\frac{P_1 - P_0}{(v_0 - v_1)}} \quad (3:25b)$$

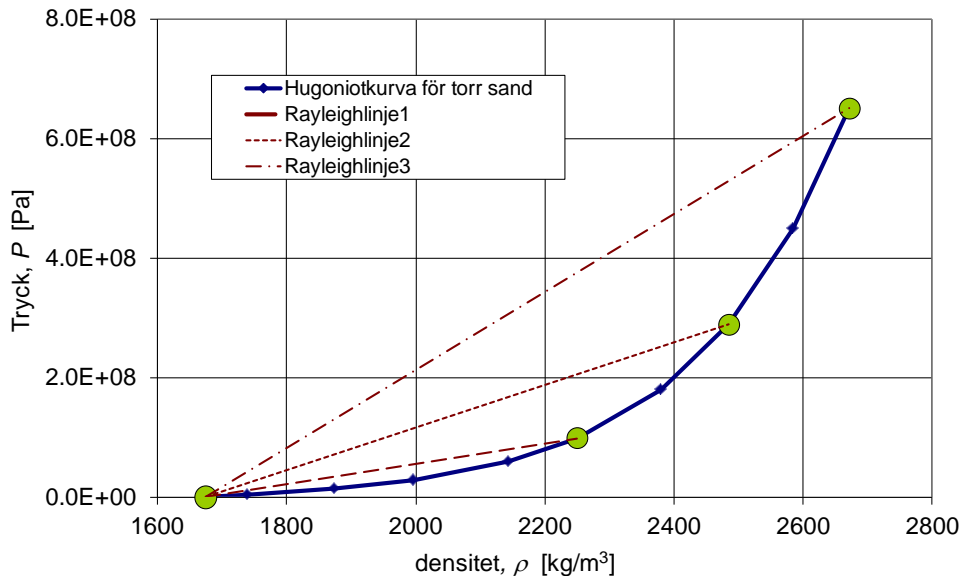
samt

$$U_p = v_0 \sqrt{\frac{P_1 - P_0}{(v_0 - v_1)}} \quad (3:25c)$$

3:26 Numeriskt exempel

För att illustrera hur stötvågsparametrarna kan bestämmas så utförs här ett beräkningsexempel för torr sand. Framtagning av tillståndsekvationen $P(\rho)$ för den torra sanden beskrivs i rapporten Laine (2002). Vi utgår alltså från att vi känner materialets tillståndsekvation.

I figur 3:26a visas hugoniotkurvan för en torr sand från Sjöbo. Vi tar och utför tre olika stötvågsbelastningar för sanden. Antag att initieellt tryck $P_0 = 0$ och intern energi $E_0 = 0$ för de tre fallen.



Figur 3:26a. Del av Hugoniotkurvan för torr sand. Med In situ-densitet 1674 kg/m³.

Dessutom antas vi veta att trycket P bakom stötvågsfronten för de olika stötvågsfallen är lika med 98,1, 289,4 och 650,7 MPa. Med hjälp av Hugoniotkurvan eller tillståndsekvationen kan vi direkt bestämma vad densiteten är hos det komprimerade materialet omedelbart bakom stötvågsfronten. Dessa värden för densiteten kan läsas ur framtagna EOS för sandmaterialet, se tabell 3:26a. Densiteten ökar från 1674 kg/m³ till 2250, 2485, respektive 2671 kg/m³ för de tre stötvågsfallen.

Markstövåg

Tabell 3:26a. Tillståndsekvation för torr sand från Sjöbo för tryck mellan 0 och 650 MPa.

Densitet, ρ [kg/m ³]	Tryck, P [MPa]
1674	0
1739	4,58
1874	15,0
1997	29,2
2143	59,2
2250	98,1
2380	179
2485	289
2585	450
2671	651

Om vi nu utgår från att stötvågsfronten har obetydlig tjocklek och att skjuvhållfastheten hos sanden inte påverkar resultaten, kan vi använda konserveringslagarna för att bestämma stötvågshastigheten U_s , partikelhastigheten U_p , och energin E . För det första fallet blir

$$U_s = V_0 \sqrt{\frac{P_1 - P_0}{V_0 - V_1}} = \frac{1}{1674} \sqrt{\frac{9,810 \cdot 10^7 - 0}{\frac{1}{1674} - \frac{1}{2250}}} = 478,2 \text{ m/s} \quad (3:26a)$$

och

$$U_p = \sqrt{\frac{P_1 - P_0}{V_0 - V_1}} = \sqrt{\frac{9,810 \cdot 10^7 - 0}{\frac{1}{1674} - \frac{1}{2250}}} = 122,5 \text{ m/s} \quad (3:26b)$$

Slutligen bestäms intern energi till att vara

$$E = \frac{1}{2}(P - P_0)(V_0 - V) = \frac{1}{2}(9,810 \cdot 10^7 - 0)\left(\frac{1}{1674} - \frac{1}{2250}\right) = 7501 \text{ J/kg} \quad (3:26c)$$

På samma sätt beräknas sedan de två andra stötvågsfallen. Resultaten är samlade i tabell 3:26b.

Tabell 3:26b. Tre stötvågstillstånd när sandmaterialet har initieellt tryck $P_0=0$ och initieell energi $E_0=0$.

Stötvågsfall	ρ [kg/m ³]	P [MPa]	U_s [m/s]	U_p [m/s]	E [kJ/kg]
1	2250	98	478	123	7,5
2	2485	289	728	238	28,2
3	2671	651	1020	381	72,5

Markstövåg

Som vi kan se i tabell 3:26b så ökar stötvågshastigheten U_s när stötvågstrycket P ökar. Detta illustreras också av de tre Rayleighlinjer som är inritade i figur 3:26a. Lutningen hos Rayleighlinjen är proportionell mot kvadraten av stötvågshastigheten U_s .

4 Jordmaterials sammansättning

4:1 Översikt

Tillförlitliga materialdata över olika typer av jordtyper är önskvärda för att noggrant kunna beräkna markstövåg. Dessutom kommer de faktorer som huvudsakligen påverkar markstötvågens styrka och avtagande att belysas.

4:2 Lösa jordars sammansättning

Jord består av partiklar som tillsammans formeras till ett skelett. Mellan kornen bildas hålrum, vilka antingen är fyllda av gas och/eller vatten. Jord är således sammansatt av både fasta partiklar, gasformiga delar, och vätskor. Huvudkälla till materialet redovisat i detta delavsnitt är Hansbo (1975).

Fasta partiklar

Fasta partiklar kan bestå av mineraler och organisk substans. Mineralpartiklarna är från mineralgrupperna silikater, karbonater, och sulfider, där mineralgruppen silikater är den dominerande gruppen. De vanligaste silikatmineralen i grovkorniga jordar är de som förekommer i berggrunden. För Sverige gäller kvarts SiO_2 , fältspat KAlSi_3O_8 eller $\text{KA}(\text{Ca,Na})\text{AlSi}_3\text{O}_8$, glimmer $\text{KAl}_2(\text{AlSi}_3\text{O}_{10})(\text{OH})_2$ eller $\text{K}(\text{Mg,Fe})_3\text{AlSi}_3\text{O}_{10}(\text{OH})_2$, poryxen $(\text{Mg,Fe})\text{SiO}_3$, amfibol $(\text{Ca}_2\text{Mg}_5)\text{Si}_8\text{O}_{22}(\text{OH})_2$, olivin $(\text{Mg,Fe})\text{SiO}_4$, epidot och granat. I finkorniga jordar förekommer dessutom silikatmineral tillhörande lermineralen. Lermineralen byggs upp av skikt bestående av SiO_4 -tetraedar $(\text{Al,Mg})(\text{O,OH})$ oktaedrar. Tetraeden är en tredimensionell geometrisk form som består av 4 trianglar där tre sidor möts i varje hörn, jämför med pyramid. Oktaederns yta består av åtta liksidiga trianglar, jämför med åtta-sidig tärning. Den vanligaste lermineralen i Sverige är illit. Den har ett kristallgitter som består av cirka 1 nanometer tjocka enhetsskikt. Den organiska substansen utgörs av allt från makroskopiska blad och rötter till mikroskopiska djur, sporer, pollen alger och så vidare.

Porvatten

Porvatten innehåller alltid mineralpartiklar, humusgel, gaser samt lösta salter. De mest vanligt förekommande positiva jonerna är Na^+ , Mg^{2+} , Ca^{2+} , och K^+ medan de vanligaste negativa jonerna är Cl^- , SO_4^{2-} , och HCO_3^- . Uppslamningen av fasta partiklar i vätskan understiger oftast 0,5 promille.

Porgas

Porgasen består av syre, kväve, koldioxid och metan. Den förekommer i porerna men också som gasbubblor i porvattnet. Vid tryckökning minskar gas-

blåsornas storlek och går till lösning, vilket innebär att gasen är upplöst i grundvatten.

Kornstorlek och kornfördelning

Kornstorlek och kornfördelning är viktiga faktorer för att bestämma mineraljordarnas mekaniska egenskaper. Följande fraktionsindelning och jordtypsbenämning brukar användas för att definiera olika jordarter, se tabell 4:2a.

Tabell 4:2a. Kornstorlek av olika jordtyper.

Jordtyp	Kornstorlek d [mm]
Block och sten	
Block	≥ 600
Sten	60 till 600
Grovjord	
Grus	2 till 60
Sand	0,06 till 2
Finjord	
Silt	0,002 till 0,06
Ler	$\leq 0,002$

När halten av en ingående fraktion överstiger 40 viktprocent benämns jorden med substantivet. Adjektiv benämning används för de fraktioner som innehåller cirka 10 till 40 procent. Exempel: Antag att en jord innehåller 42 procent finjord ler och 21 procent sand. Då skulle denna jord benämnas sandig lera.

Kornfördelningen studeras genom att ur kornfördelningskurvan beräkna.

$$C_u = \frac{d_{60}}{d_{10}} \quad (4:2a)$$

där d_{60} innebär att 60 viktprocent av jorden passerade denna kornstorlek och d_{10} att 10 viktprocent av jorden passerade denna kornstorlek.

Därefter benämns jordens gradering efter följande graderingstal:

- Ensgraderat $C_u < 5$
- Mellangraderat $5 < C_u < 15$
- $C_u > 15$

En annan viktig egenskap är att undersöka jordens organiska halt. Denna är minst lika viktig som klassificering med hjälp av kornstorlek och fördelning. Halten av brännbar viktprocent mäts och därefter används följande kriterier och benämningen 'gyttjig' eller 'gyttja' för att beteckna mängden av organiskt material i jorden:

- Organiska mineraljordarter: 2 till 6 viktprocent organiskt material, exempel: gyttjig lera.
- Mineraliska organiska jordarter: 6 till 20 viktprocent organiskt material, exempel: lerig gyttja.
- Organiska jordarter: över 20 viktprocent organiskt material, exempel: gyttja.

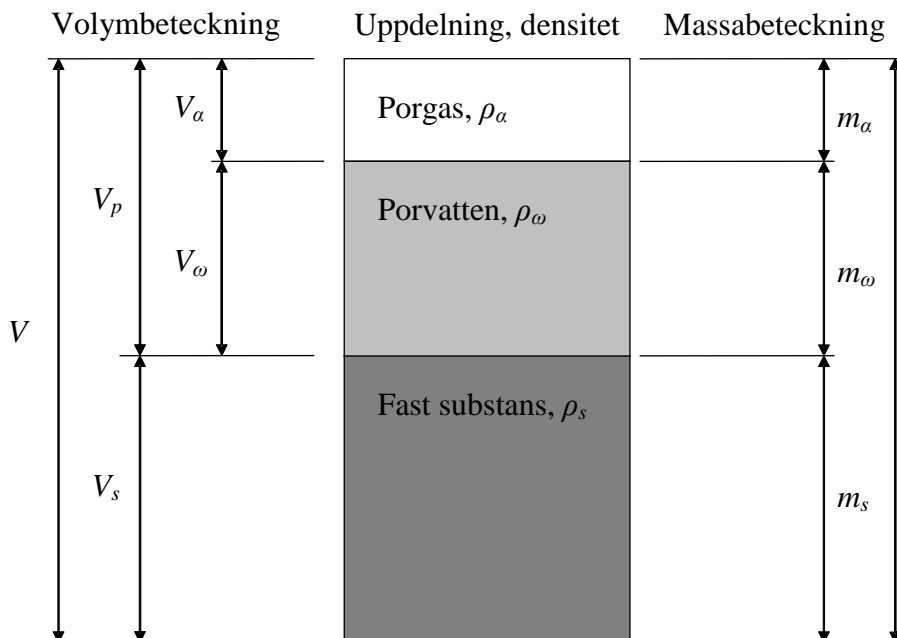
En viktig aspekt när man talar om jordar är om de tillhör friktionsjordar eller kohesionsjordar. Med friktionsjord menas de grovkorniga jordarterna sand, grus och sten. I friktionsjord är skjuvhållfastheten en direkt funktion av normaltrycket mellan partiklarna och deras inbördes friktion. Draghållfasthet saknas.

Till kohesionsjordar räknas lera och de organiska jordarterna som dy och gyttja. För kohesionsjordar bildas huvudsakligen skjuvhållfastheten vid snabba förlopp av kohesion, dvs. dragningskraften mellan partiklarna. Förenklat så är skjuvhållfastheten omvänt relaterad till portalet, där portal definieras som kvoten mellan porvolymen och den fasta substansens volym. Dessa jordar har ofta en viss draghållfasthet. Vatteninträngningen är mycket låg.

Mellan dessa två ytterligheter finns en jord som kallas mellanjord. Hos mellanjordar byggs skjuvhållfastheten upp av både friktion och kohesion.

Definitioner

Som tidigare nämnts innehåller jorden både fasta, flytande och gasformiga beståndsdelar. Detta illustreras i figur 4:2a.



Figur 4:2a. Schematisk skiss över ett jordelements fasta, flytande och gasformiga beståndsdelar. Till vänster i figuren visas volymindelningen och till höger massindelningen.

Kompaktdensitet, ρ_s

Denna betecknas som kvoten mellan den fasta substansens massa m_s och dess volym V_s :

$$\rho_s = \frac{m_s}{V_s} \quad (4:2b)$$

Kompaktdensiteten ger en uppfattning om hur mineralsammansättningen är.

Korndensitet, ρ_k

Korndensiteten är förhållandet mellan kornens massa m_k och volym V_k .

$$\rho_k = \frac{m_k}{V_k} \quad (4:2c)$$

Korndensiteten hos till exempel kvarts är cirka 2650 kg/m^3 . I jämförelse med ekvation (4.2b) är det specifika kornens densitet som tas upp här, vilket vanligtvis ger korndensiteten ett högre värde.

Skrymdensitet, ρ

Skrymdensiteten ges av förhållandet mellan total massa m och total volym V utan hänsyn till inre uppbyggnad.

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (4:2d)$$

Porvatten

Mängden porvatten brukar studeras med hjälp av vattenkvoten och vattenmättnadsgrad.

Vattenkvot, ω

Vattenkvoten betecknas som kvoten mellan vattnets massa och fasta substansens massa.

$$\omega = \frac{m_\omega}{m_s} \quad (4:2e)$$

Vattenmättnadsgrad, S_r

Vattenmättnadsgraden betecknas som kvoten mellan vattnets volym och porvolymen.

$$S_r = \frac{V_\omega}{V_p} \quad (4:2f)$$

Vattenmättnadsgraden anger hur stor del av porvolymen som är fylld med vatten.

Porvolym

Portal, e

Portalet betecknas av kvoten mellan porvolymen V_p och den fasta substansens volym V_s

$$e = \frac{V_p}{V_s} \quad (4:2g)$$

Porositet, n

Porositeten är porvolymens andel av totala volymen.

$$n = \frac{V_p}{V} \quad (4:2h)$$

Mellan e och n råder följande samband

$$e = \frac{n}{1-n} \quad (4:2i)$$

Dessa samband är relevanta för att tolka resultat från provtagning av jordmaterial från fält. Speciellt intressanta för markstötståg är skrymdensiteten, korndensiteten, porositet, och vattenmättnadsgraden, se exempelvis Hansbo (1975) för mer detaljer. Denna referens är också huvudreferens för detta delkapitel.

4:3 Jordens markstötstågsegenskaper

Det är flera aspekter som påverkar markstötstågens styrka och avtagande från laddningscentrum. Jord är ett komplext material och det finns egentligen inga klara enkla regler för att beräkna markstötståg med hög noggrannhet. För att utföra noggranna beräkningar behöver man utföra materialprovning på det aktuella jordmaterialet. Dock finns det vissa riktlinjer som man kan följa. För markstötståg är det följande faktorer som påverkar markstötstågens styrka och avtagande:

- Den fasta substansen, det vill säga de fasta partiklar som finns i jorden. Genom att studera de fasta partiklarnas kornstorlek och hårdhet ger detta en indikation på vilken skjuvhållfasthet jordmaterialet kommer att ha under en stötståg. Om man jämför lera och sand, vilka har en tydlig skillnad på kornstorlek, så klarar sanden mycket högre skjuvbelastning i jämförelse med lera. I jordar med låg friktion består markstötstågen huvudsakligen av en ”ren” tryckståg utan någon större ”skjuv”-komponent.
- Jordens porositet, det vill säga hur tätt packade de fasta partiklarna är, har stor betydelse. Låg porositet leder till att jordmaterialet har högre densitet och mindre energi går åt till att ”packa” ihop materialet. För att få starkt avtagande markstötståg är det önskvärt att ha så hög porositet som möjligt i jordmaterialet. Detta leder till att energi förbrukas när en framförande markstötståg ”packar” ihop materialet. Porositeten kan också finnas i själva kornen som fortfarande har relativt hög skjuvhållfasthet men att kornen krossas och smulas sönder under kompaktering. Detta vill leda till hög energiabsorption.

Markstötståg

- Viktigast av allt är mängden porvatten, vilket ges av vattenmättnadsgraden. Om porerna i jordmaterialet är fyllda med vatten krävs ingen större energi för att markstötstågen ska transmittas igenom materialet. Vatten är dessutom svårt att komprimera, varför mängden porvatten är en av de viktigaste egenskaperna för ett givet jordmaterials förmåga att förmedla en stötståg. För en starkt avtagande markstötståg är det därför önskvärt med en jord med en liten mängd vatten.

5 Jordmaterialets tillståndsekvation och skjuvhållfasthet

5:1 Översikt

Jord är ett inhomogent material, se kapitel 4, vilket kräver god kunskap om dess sammansättning för att man skall kunna förstå i detalj hur de olika huvudbeståndsdelarna påverkar jordens tillståndsekvation. Huvudbeståndsdelarna i ett jordmaterial är fast substans, porvatten, och porgas. Ett sätt att ta fram bra materialdata är att studera faktiska jordprov som är tagna ur marken och då har den sin in-situ sammansättning och densitet kvar när den sedan provas. Den här typen av provning har utförts för bland annat torr sand från Sjöbo och Leca-kulor, se Heyerdahl och Madshus (2000), Heyerdahl och Madshus (2001) samt Laine (2002). I dessa prover togs en tillståndsekvationen för materialen fram på makronivå med hjälp av kvasistatisk triaxiell provning för relativt låga tryck $P < 100$ MPa. Denna provning ger en bra beskrivning om hur sand- eller Leca-materialet beter sig för låga tryck.

Det finns två svagheter med denna typ av provning: För det första är det svårt att veta hur en annan sammansättning samma hos samma sand men annan porvolym och vattenmängd kommer påverka tillståndsekvationen. Hur detta kan tas hänsyn till kommer att behandlas i detta kapitel.

En annan svaghet med kvasistatisk provning till låga tryck är att de inte beskriver hur jordmaterialet beter sig i den direkta närheten av laddningen, där trycknivå och temperatur är mycket högre än de som kan tas fram vid i dessa fall vald provningsmetod. För att kunna beskriva hela explosionsförloppet i mark med tillfredställande noggrannhet är det dock viktigt att ha kännedom om hur tillståndsekvationen (EOS) ser ut för tryck och temperaturnivåer som kan förväntas även nära laddningen. Hur detta kan tas i beaktning kommer också diskuteras i detta kapitel.

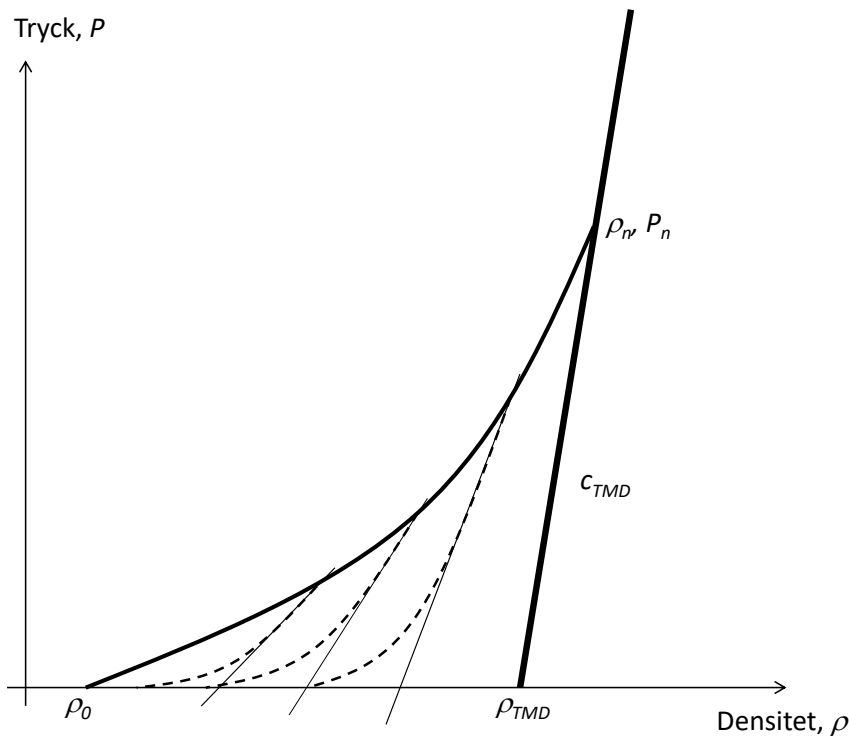
5:2 Egenskaper som påverkar tillståndsekvationen

Tillståndsekvationen för ett löst jordmaterial kan beskrivas med figur 5:2a. Figuren visar densitet i horisontell axel och isotropiskt tryck på den vertikala axeln. Första viktiga egenskapen är den plastiska kompakteringskurvan. Denna börjar vid initiell densitet ρ_0 och trycket $P = 0$ och slutar vid punkten (ρ_n, P_n) , se figur 5:2a. Den initiella densiteten mäts när till exempel provtagning görs ute i fält, då kallas den in-situ densitet. Den beskriver vilken densitet, grad av kompaktering, som den ostörda jorden har. Detta ostörda prov ger även den viktiga faktorn porositet n som det aktuella

materialet har, det vill säga hur stor porvolymen är i jämförelse med den totala volymen.

Porositeten påverkar hur mycket jorden kan kompakteras innan det uppnår teoretisk maximal densitet ρ_{TMD} , se figur 5:2a. Den teoretiska maximala densiteten ρ_{TMD} definieras av vilken fast substans som återfinns i jorden. Om det till exempel huvudsakligen består av kvart kommer kvartsens stötstågsegenskaper starkt påverka hur jordmaterialet kommer bete sig vid full kompaktering. Om kornen är någorlunda homogena i sin typ är den teoretiska maximala densiteten ρ_{TMD} väldigt nära korndensiteten ρ_k , se ekvation (4:2c), det vill säga den fullt kompakterade jorden kan sägas ha uppnått ett tillstånd som motsvarar den fasta substansen hos själva jordkornen.

Det fasta materialet kommer också påverka vilken maximal elastisk våghastighet c_{TMD} som kommer att uppnås efter att det lösa materialet har blivit fullt kompakterat, vilket sker när trycket är högre än (ρ_n, P_n) . När materialet har blivit fullt kompakterat kommer på- och avlastning ske endast längs den solida kurvan som börjar med ρ_{TMD} vid trycket $P = 0$ och går igenom punkten (ρ_n, P_n) .



Figur 5:2a. Principiell tillståndsekvation för jordmaterial med porositet.

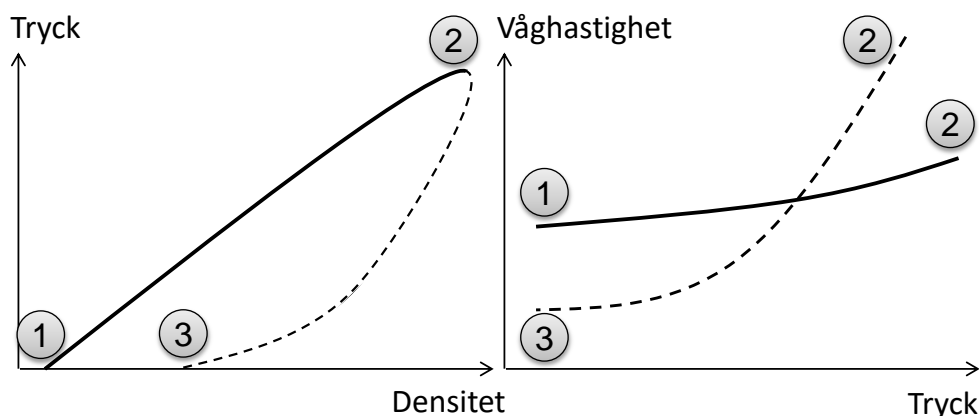
När jorden stötstågsbelastas följs först den plastiska kompakteringskurvan, även kallat Hugoniotkurvan, såsom beskrevs i kapitel 3:26. Därefter kommer stötstågen för ett poröst material såsom jord att avlastas längs elastiska avlastningskurvor, vilket illustreras av de streckade kurvor som återfinns i figur 5:2a. Detta är en viktig egenskap som måste återskapas om man vill använda tillståndsekvationen för att korrekt analysera markstötståg. Om vi

Markstötståg

förenklat antar att våghastigheten varierar kontinuerligt med följande ekvation under på- och avlastning

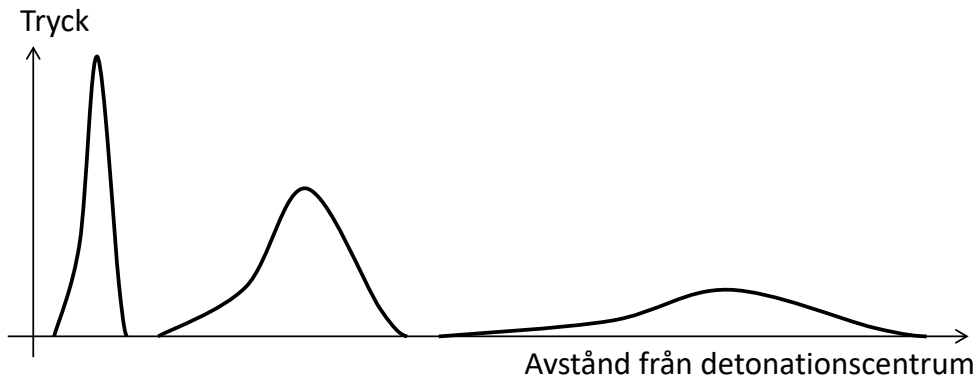
$$c^2 = \frac{dP(\rho)}{d\rho} \quad (5:2a)$$

då kan våghastigheterna för på- och avlastning jämföras, såsom visas i figur 5:2b. Vänstra figuren illustrerar en pålastning mellan punkt 1 och 2 längs den plastiska kompakteringskurvan och elastisk avlastning mellan punkt 2 och 3. Denna avlastning benämns elastisk eftersom om materialet komprimeras igen kommer nästa pålastning i princip först följa den senaste avlastningen tills trycket överskrider vad som återges på den plastiska kompakteringskurvan i punkt 2. Studeras då våghastigheten för dessa kurvor ser man att avlastningshastigheten i punkt 2 är högre än pålastningshastigheten när trycket är högt, se höger illustration i figur 5:2b. Däremot är avlastningshastigheten långsammare än pålastningshastigheten vid låga tryck, jämför punkt 1 och 3 i höger illustration i figur 5:2b. I punkt 3 kan våghastigheten vara mycket lägre än den ljudvåghastighet som förknippas med materialet. Så är fallet för till exempel torr porös sand, ett fenomen som uppmärksammades redan av Lampson (1946).



Figur 5:2b. Illustration hur tillståndsekvationen leder till olika våghastigheter beroende på vilket tryck det är och om det är under på- eller avlastning. På- och avlastning visas med heldragen respektive streckad linje.

Om markstötstågen studeras som funktion av avståndet så är det viktigt att förstå hur stötstågens form kommer ändras på grund av just hur på- och avlastningshastigheterna varierar, se Lampson (1946). I figur 5:2c illustreras markstötstågens form vid olika avstånd från detonationscentrum. Väldigt nära laddningen är trycket högt och avlastningen skarp, men på längre avstånd åts toppen upp, vid explosion nära markytan, huvudsakligen av den halvsfäriska spridningen av energin och på grund av att avlastningshastigheten är snabbare än pålastningshastigheten för högre tryck. Trycksvansen på stötstågen blir längre just på grund av att avlastningshastigheten för låga tryck sker så mycket långsammare än pålastningen sker för låga tryck.



Figur 5:2c. Illustration av markstötstågens form vid olika avstånd från detonationscentrum.

En vanlig tillståndsmo­dell som brukar användas för porösa material är P-alpha modellen, se bilaga A. Denna har bland annat använts för simulering av nergrävda minor, se till exempel Kerley (2001) och Kerley (2002). En viktig aspekt när det gäller till exempel nergrävda minor är att de ofta placeras under ett tunt skikt av jord, 5 till 20 cm, ovanpå minan som får en våldsam stöt av det detonerade sprängmedlet. Faktum är att största delen av energin som genereras av detonationen sprids vertikalt uppåt och överförs till jorden. När i form av generad rörelseenergi denna träffar en struktur, till exempel en horisontal stålplatta som ligger vertikalt ovanför överförs den största mängden av energi till plattan via jorden. En viktig aspekt är just jord­egenskaperna och hur dessa påverkar den överförda energin från detonationen.

En studie har utförts på nergrävda antitankminor tillsammans med minröjningstillverkaren Alvis Moelv AS, Ranestad och Laine (2003). Analyserna påvisade att jorden ovanför minan utsätts för extremt höga tryck och temperaturförändringar och att tillståndsekvationen är viktig för att fånga upp skillnader i belastning från vattenmättad lera och torr sand från uppkastad jord och luftstötståg. Men den största skillnaden med dessa studier är att den elastiska avlastningskurvan i tillståndsekvationen kan förenklas till en linjär avlastningskurva, se figur 5:2a, där tre räta avlastningslinjer illustrerar detta. Detta innebär att avlastningsvåg­hastigheten endast beror av densiteten och inte av trycket, se även Ranestad och Laine (2003) och Laine *et al.* (2001b). Däremot är den plastiska kompakteringskurvan samt egenskaperna hos det fullt kompakterade materialet viktiga för den här typen av närområdesanalyser. I markstötstågsfallet, där stötstågens formändring studeras på längre avstånd blir det kritiskt att ha ett korrekt samband för en avlastningsvåg­hastighet som är egentligen både densitets- och tryckberoende $c_i(\rho_i, P_i)$.

I Wardlaw (1996) beskrivs uppbyggnaden av P-alpha modellen, se även bilaga A. I P-alpha modellen finns två huvuddelar; en som beskriver det porösa materialets egenskaper under kompaktering ochen som behandlar det fullt kompakterade materialet. I bilaga A beskrivs det fullt kompakterade materialet genom Mie-Gruneisens tillståndsekvation. Wardlaw (1996) går igenom hur sand materialets egenskaper kan modifieras med hänsyn till vil-

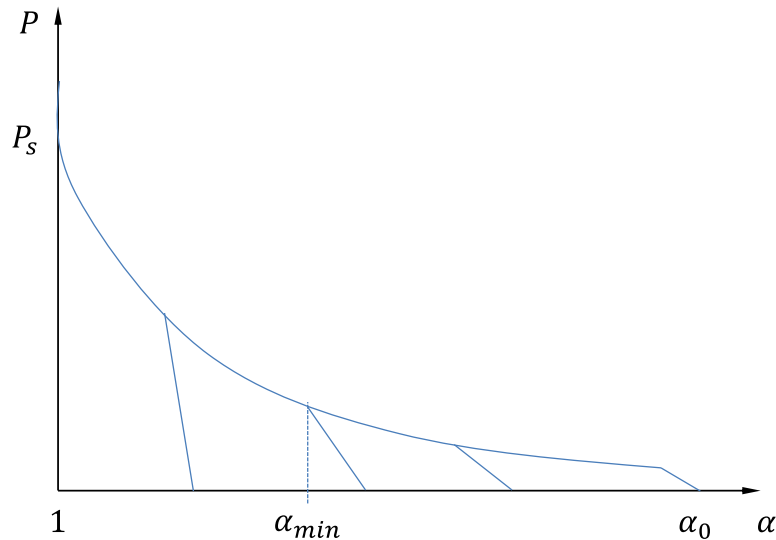
ken porvolym, vatteninnehåll och korndensitet sanden har. I P-alpha modellen definieras porositeten med hjälp av följande uttryck

$$\alpha = \frac{\rho_s}{\rho} \quad (5:2b)$$

där $\rho_s = \rho_{TMD}$ är den solida densiteten, även kallat teoretisk maximal densitet och ρ är aktuell densitet. Så vid $\alpha > 1$ så är materialet fortfarande i det porösa tillståndet. När materialet kompakterats så att $\alpha = 1$ då är materialet fullt kompakterat och har nått sitt solida tillstånd och kan därför ej längre betraktas som poröst, se figur 5:2d. Den elastiska våghastigheten är direkt relaterad till aktuell porositet

$$c = c_s + (c_e - c_s) \frac{(\alpha - 1)}{(\alpha_0 - 1)} \quad (5:2c)$$

där c_e är den elastiska initiella våghastigheten och $c_s = c_{TMD}$ är det solida materialets våghastighet. Ekvation (5:2c) visar att våghastigheten endast antas bero på aktuell porositet och inte på vilket aktuellt tryck som materialet har vid avlastningen. Denna approximation av våghastigheten är fullt tillräcklig för närområdesanalyser såsom nergrävd mina och om huvudfokus är uppkastat jordmaterial och luftstötståg. Den kan även fungera för studie av markstötstågstryck i närområdet av explosionen.



Figur 5:2d. P-alpha modell för att beskriva porösa materials tillståndsekvation.

I P-alpha modellen används Mie-Gruinesens tillståndsekvation för att beskriva det fullt kompakterade materialets egenskaper. Mie-Gruneisen ger trycket P som funktion av densitet ρ och energi e . Den grundläggande formen är

$$P = P_r(\rho) + \Gamma_0 \rho_0 (e - e_r(\rho)) \quad (5:2d)$$

där $\Gamma = \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial e}$ och $\Gamma \rho = \Gamma_0 \rho_0$. Index r refererar till referenstillståndet. Det är just dessa parametrar som kan justeras om man vet balansen hur mycket vatten sanden innehåller. I Wardlaw (1996) nämns följande metod för att bestämma Mie-Gruneisens konstanter för vattenmättad sand. Till detta behövs vetskap om

- Den torra sandens densitet, kompaktdensiteten ρ_s
- Vattenmättnadsgrad, S_r
- Följande materialegenskaper för både vatten (index w) och sandkornen (index k):
 - densiteter ρ_w och ρ_k ,
 - ljudhastigheter c_w och c_k .
 - Mie-Gruneisen konstanter Γ_{0w} och Γ_{0k} ,
 - Stötvågshastighetens linjära relation till partikelhastighet S_w och S_k , se ekvation (3:24d).
 - Specifik värme C_{vw} och C_{vk} .

Porositeten, som beskriver tomvolymens volymfraktion, kan bestämmas på följande sätt

$$n = \frac{\rho_k - \rho_s}{\rho_k} \quad (5:2e)$$

Densiteten hos den fullt kompakterade sanden med all luftporvolym eliminerat kan beräknas med hjälp av

$$\rho_{w+k} = \frac{(1-n)\rho_k + S_r n \rho_w}{1 - (1-s)n} \quad (5:2f)$$

Massfraktionerna av vatten och kornen för den specifika sanden fås av

$$\lambda_w = \frac{S_r n \rho_w}{(1-n)\rho_k + S_r n \rho_w} \quad (5:2g)$$

och

$$\lambda_k = \frac{(1-n)\rho_k}{(1-n)\rho_k + S_r n \rho_w} \quad (5:2h)$$

Vidare följer av ekvationerna (5:2f)-(5:2h) att specifik volym för materialet kan fås ur

$$v_{w+k} = \lambda_k v_k + \lambda_w v_w \quad (5:2h)$$

Specifika värmen följer direkt från massmedelvärdet

$$C_{vw+k} = \lambda_k C_{vk} + \lambda_w C_{vw} \quad (5:2i)$$

Elastisk ljudhastighet för vatten och sandmixen följer ur följande definition

$$c^2 = -v^2 \left(\frac{\partial P}{\partial v} \right)_S = -\frac{v^2}{\left(\frac{\partial v}{\partial P} \right)_S} \quad (5:2j)$$

Genom att differentiera med hjälp av ekvation (5:2h) kan nämnaren i ekvation (5:2j) evalueras till

$$-\left(\frac{\partial v}{\partial P} \right)_S = \frac{v_{w+k}}{c_{w+k}^2} = -\lambda_k \left(\frac{\partial v_k}{\partial P} \right)_S - \lambda_w \left(\frac{\partial v_w}{\partial P} \right)_S = \lambda_k \frac{v_k^2}{c_k^2} + \lambda_w \frac{v_w^2}{c_w^2} \quad (5:2k)$$

och sätts ekvation (5:2k) in i ekvation (5:2j) ger detta ljudhastigheten för aktuell mix av sand och vatten

$$c_{w+k}^2 = \frac{v_{w+k}^2}{\lambda_k \frac{v_k^2}{c_k^2} + \lambda_w \frac{v_w^2}{c_w^2}} = \frac{1}{\rho_{w+k}^2 \left(\lambda_k \frac{1}{c_k^2 \rho_k^2} + \lambda_w \frac{1}{c_w^2 \rho_w^2} \right)} \quad (5:2l)$$

Gruneisens gamma följer direkt av definitionen

$$\Gamma = v \left(\frac{\partial e}{\partial P} \right)_v^{-1} \quad (5:2m)$$

Med noteringen att energin för vatten och sandkornsmixen kan bestämmas genom $e_{w+k} = \lambda_k e_k + \lambda_w e_w$ och differentiering med hänsyn till P ger

$$\Gamma_{w+k} = \frac{1}{\rho_{w+k} \left(\lambda_k \frac{1}{\Gamma_k \rho_k} + \lambda_w \frac{1}{\Gamma_w \rho_w} \right)}. \quad (5:2n)$$

Sista egenskapen som är av intresse är S_{w+k} , lutningen hos den linjära relationen mellan partikelhastighet U_p och stövågshastighet U_s . Denna kan tas fram med samma resonemang som ljudhastigheten, se ekvation (5:2l) där S byts ut mot c , vilket då ger

$$S_{w+k}^2 = \frac{1}{\rho_{w+k}^2 \left(\lambda_k \frac{1}{S_k^2 \rho_k^2} + \lambda_w \frac{1}{S_w^2 \rho_w^2} \right)} \quad (5:2o)$$

5:21 Det fasta materialet

För det fasta materialet i silikatjordar kan det antas att tillståndsekvationen för kvarts SiO_2 fungerar. Approximationen att detta kan gälla för flertalet jordmaterial är lite drastiskt med tanke på att vissa jordtyper innehåller så lite som 50 viktprocent kvarts. Men om stövågsdata jämförs för kvarts, granit och basalt så visar det sig att samtliga dessa har nästan samma Hugoniot kurva, Kerley (2002). Granit och basalt innehåller cirka 70 viktprocent respektive 50 viktprocent kvarts. I tabell 5:21a redovisas stövågsdata för Westerly Granite från Marsh (1980). Trycken för stövågsdatan är väldigt höga, här varierar de mellan 13 till 89 GPa, varför liknande trycknivåer endast uppnås väldigt nära laddningen i lösa jordar. För det är endast just runt laddningen man kan tänka sig få full kompaktering av det lösa jordmaterialet.

Markstövåg

Tabell 5:21a. Stövågsdata för Westerly granit med skrymdensitet 2,63 g/cm³, Rhode Island, baserat på Marsh (1980).

ρ_0 g/cm ³	U_s km/s	U_p km/s	P GPa	v cm ³ /g	ρ g/cm ³	v/v_0
2,628	3,750	0,000	0,000	0,381	2,628	0,000
2,628	5,214	0,945	12,949	0,312	3,210	0,819
2,627	5,231	0,964	13,247	0,311	3,220	0,816
2,627	5,377	1,294	18,278	0,289	3,460	0,759
2,628	5,386	1,311	18,556	0,288	3,473	0,757
2,627	5,342	1,335	18,735	0,286	3,502	0,750
2,628	5,375	1,373	19,394	0,283	3,530	0,745
2,628	5,522	1,848	26,818	0,253	3,950	0,665
2,628	5,527	1,870	27,162	0,252	3,972	0,662
2,628	5,593	1,931	28,383	0,249	4,014	0,655
2,624	5,702	2,034	30,433	0,245	4,079	0,643
2,623	5,607	2,044	30,061	0,242	4,128	0,635
2,628	6,097	2,431	38,952	0,229	4,371	0,601
2,628	6,095	2,478	39,692	0,226	4,428	0,593
2,628	6,729	2,810	49,692	0,222	4,512	0,582
2,628	7,475	3,290	64,63	0,213	4,694	0,560
2,628	7,880	3,467	71,797	0,213	4,693	0,560
2,625	8,372	3,812	83,774	0,208	4,819	0,545
2,628	8,286	3,816	83,096	0,205	4,872	0,539
2,628	8,499	3,972	88,716	0,203	4,934	0,533

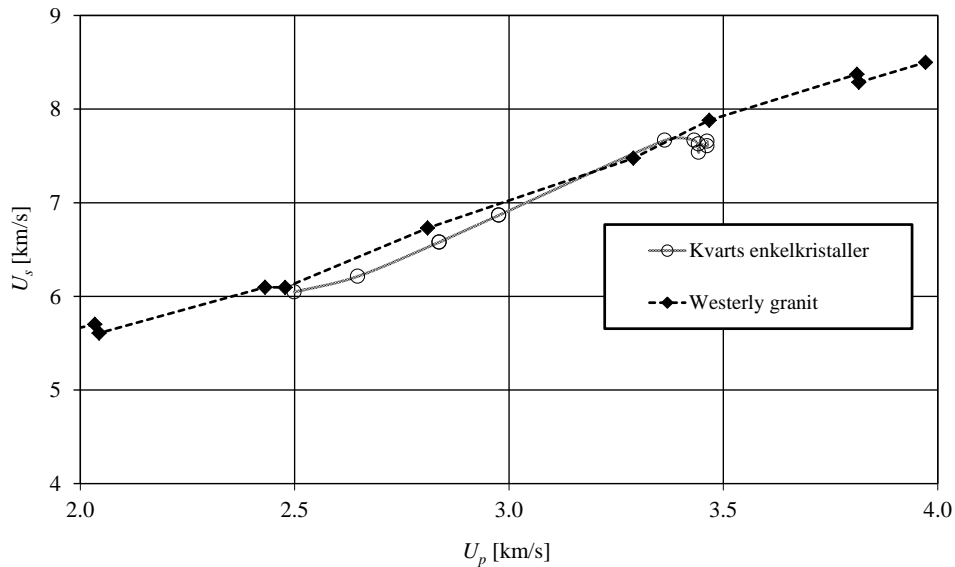
I tabell 5:21b ges stövågsdata för enkelkristall kvarts med skrymdensitet på 2,65 g/cm³. Här kan vi se att provningen har utförts för stövågstryck mellan 40 till 70 GPa.

Tabell 5:21b. Stövågsdata för enkelkvarts med skrymdensitet 2,65 g/cm³, baserat på Marsh (1980).

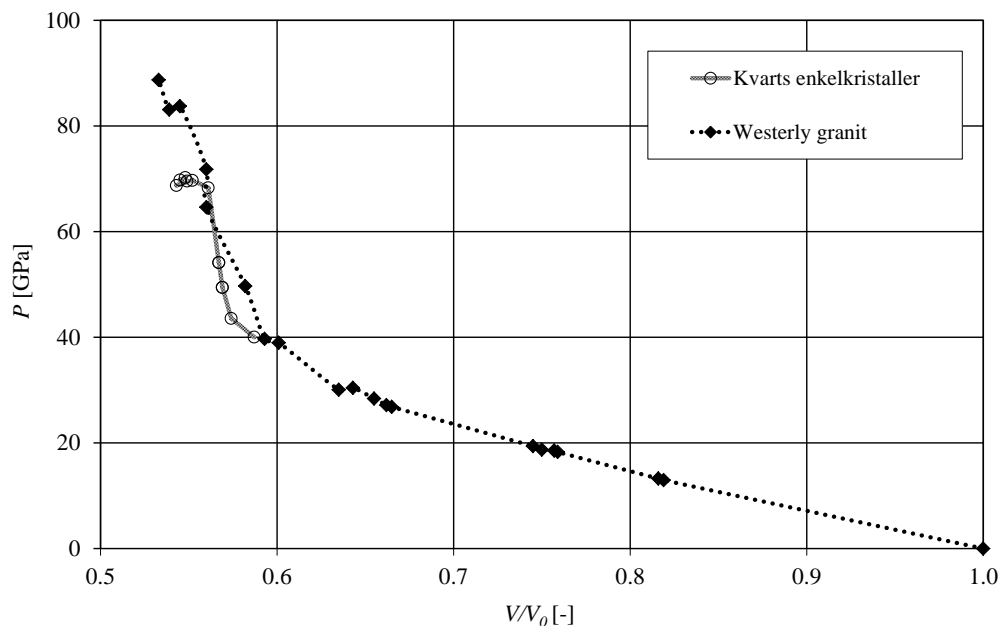
ρ_0 g/cm ³	U_s km/s	U_p km/s	P GPa	v cm ³ /g	ρ g/cm ³	v/v_0
2,650	6,047	2,499	40,045	0,221	4,517	0,587
2,650	6,215	2,647	43,595	0,217	4,616	0,574
2,650	6,580	2,837	49,469	0,215	4,659	0,569
2,650	6,580	2,837	49,469	0,215	4,659	0,569
2,650	6,867	2,976	54,156	0,214	4,677	0,567
2,650	6,867	2,976	54,156	0,214	4,677	0,567
2,650	7,667	3,363	68,328	0,212	4,721	0,561
2,650	7,667	3,432	69,730	0,208	4,798	0,552
2,650	7,539	3,442	68,765	0,205	4,876	0,543
2,650	7,628	3,442	69,577	0,207	4,829	0,549
2,650	7,608	3,462	69,798	0,206	4,863	0,545
2,650	7,657	3,462	70,248	0,207	4,837	0,548

I figur 5:21a och 5:21b jämförs nu stövågsdatat från Marsh (1980) för enkelkristall kvarts och Westerly granit. Det syns tydligt att stövågsdata för dessa material sammanfaller väl. Skillnaden i skrymdensitet hos de båda materialen är också liten. För kvarts var den 2,65 g/cm³ och för granit 2,63 g/cm³. Graferna visar att approximationen att betrakta granit som kvarts är god.

Markstötståg



Figur 5:21a. Stötståghastighet som funktion av partikelhastighet för enkelkristall kvarts och Westerly granit med skrymdensitet 2,65 respektive 2,63 g/cm³. Baserat på Marsh (1980).

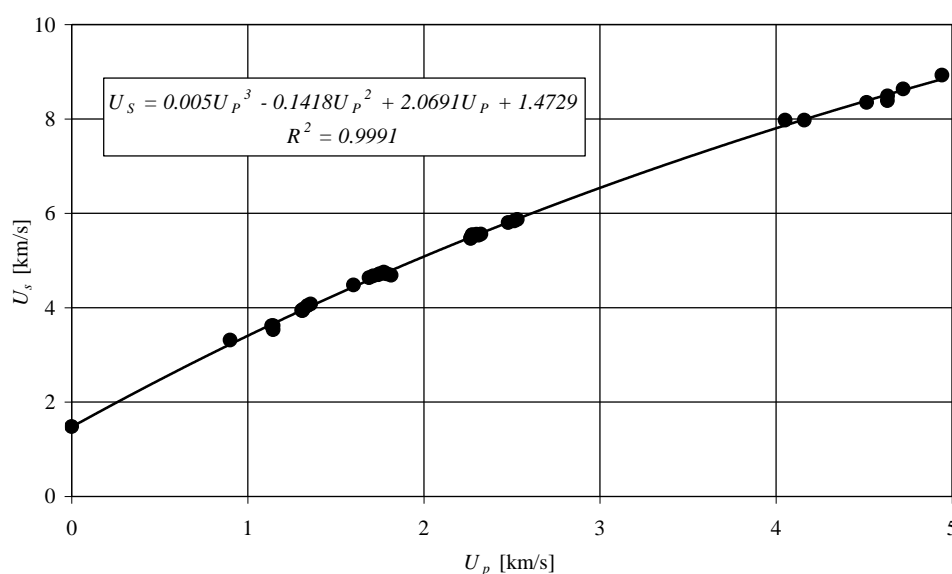


Figur 5:21b. Stötstågstryck P som funktion av kompression V/V_0 för enkelkristall kvarts och Westerly granit med skrymdensitet 2,65 respektive 2,63 g/cm³. Baserat på Marsh (1980).

En bra källa till stötstågsdata i digitalt format, kan hittas på Kerleys hemsida, Kerley (2011). Där finns möjlighet att lasta ner ett program, Eospro Kerley (2010), som är ett dos-program som innehåller kända stötstågsdata från till exempel Marsh (1980). Huvudsyftet med Eospro är att beräkna och framställa tillståndsekvationer för olika typer av EOS-modeller såsom solidier, vätskor, kemiskt reaktiva material, och material som har flera faser. Eospro är en uppdaterad användarvänlig version av koden Panda, Kerley (1991).

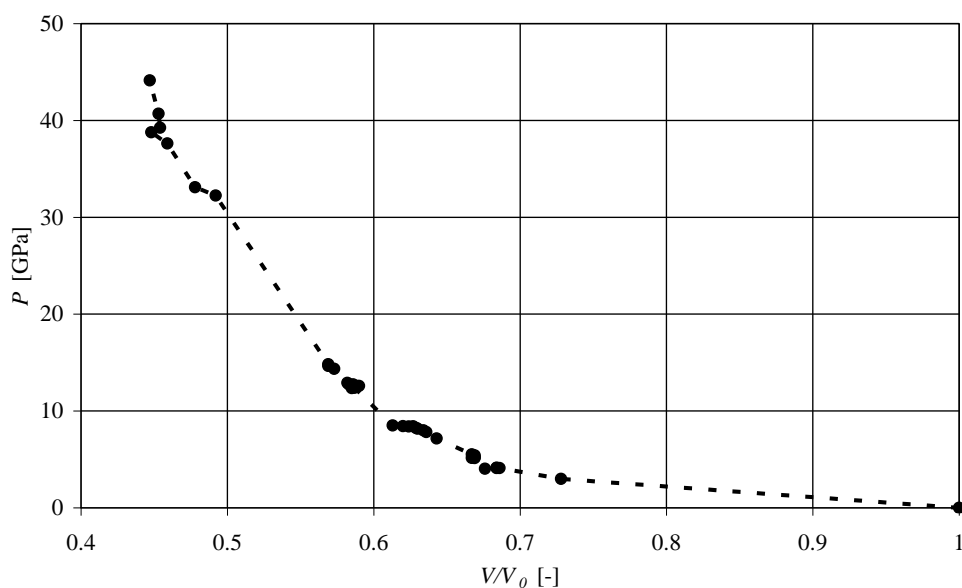
5:22 Vatten och vatteninnehåll

Stötståg fortplantas väldigt bra i vatten, varför man kan förvänta sig att stötstågsegenskaperna hos ett jordmaterial också kommer att påverkas av vilket vatteninnehåll eller mätnadsgrad jorden har. Först studeras stötstågsdata för vatten som visas i figur 5:22a och 5:22b. Experimenten med vatten är väldigt repeterbara och används minsta kvadratmetoden på experimentresultaten kan till exempel stötstågshastigheten som funktion av partikelhastigheten beskrivas av ett tredjegradspolynom med hög noggrannhet, se figur 5:22a. Vattnet fortplantar elastiska vågor med cirka 1400 m/s, vilket kan jämföras med luften som har cirka 330 m/s i elastisk våghastighet vid 0 °C. Vattnet är ett relativt odämpat stötstågsmaterial som även lätt fyller alla luftporer i jordmaterial.



Figur 5:22a. Stötstågshastighet som funktion av partikelhastighet för vatten med densitet 0,998 g/cm³. Baserat på Marsh (1980).

Markstövåg



Figur 5:22b. Stövågstryck P som funktion av kompression V/V_0 för vatten med densitet $0,998 \text{ g/cm}^3$. Baserat på Marsh (1980).

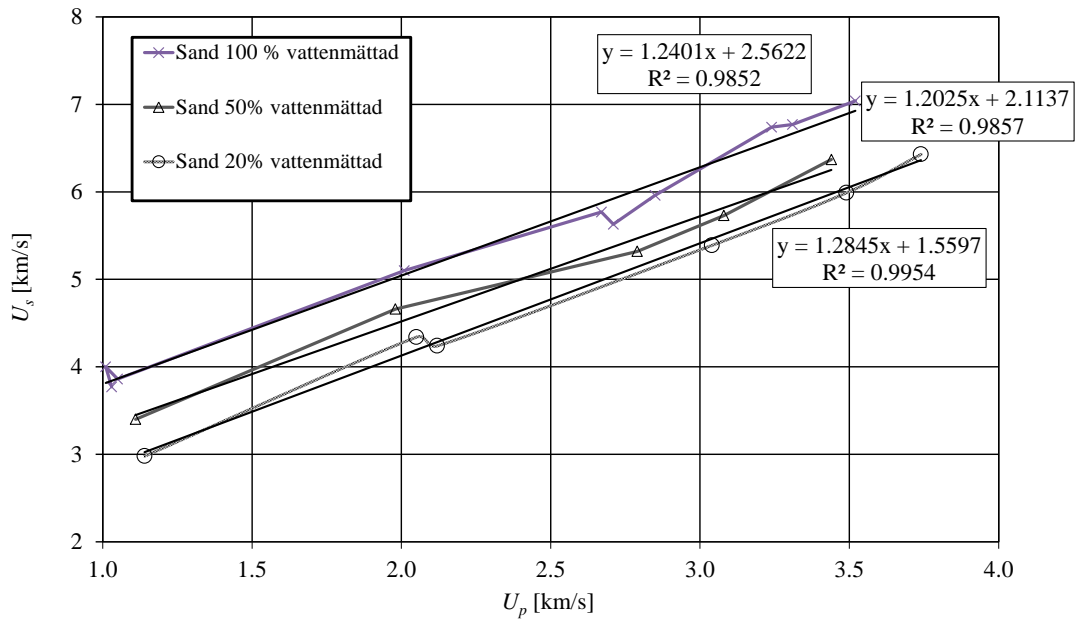
I tabell 5:22a redovisas stövågsdata för sand med olika vattenmättnadsgrad. Jämförs nu partikelhastighet som funktion av stövågshastighet för de olika vattenmättnadsgraderna 20 %, 50 % och 100 % så visar resultaten att stövågshastigheten ökar med ökande mängd vatten som finns i sanden.

Tabell 5:22a. Stövågsdata för sand med olika vattenmättnadsgrad. Baserat på Eospro-data, vilket i sin tur baserar sig på Livermore Shock Compendium, Kerley (2010).

Sand 20 % vattenmättat			Sand 50 % vattenmättat			Sand 100 % vattenmättat		
ρ_0	U_s	U_p	ρ_0	U_s	U_p	ρ_0	U_s	U_p
g/cm^3	km/s	km/s	g/cm^3	km/s	km/s	g/cm^3	km/s	km/s
1,720	2,980	1,140	1,840	3,400	1,110	1,960	3,770	1,030
1,720	4,340	2,050	1,840	4,660	1,980	1,960	4,000	1,010
1,720	4,240	2,120	1,840	5,320	2,790	1,960	3,860	1,050
1,720	5,390	3,040	1,840	5,730	3,080	1,960	5,100	2,010
1,720	5,990	3,490	1,840	6,370	3,440	1,960	5,770	2,670
1,720	6,430	3,740				1,960	5,630	2,710
						1,960	5,960	2,850
						1,960	6,740	3,240
						1,960	6,770	3,310
						1,960	7,040	3,520

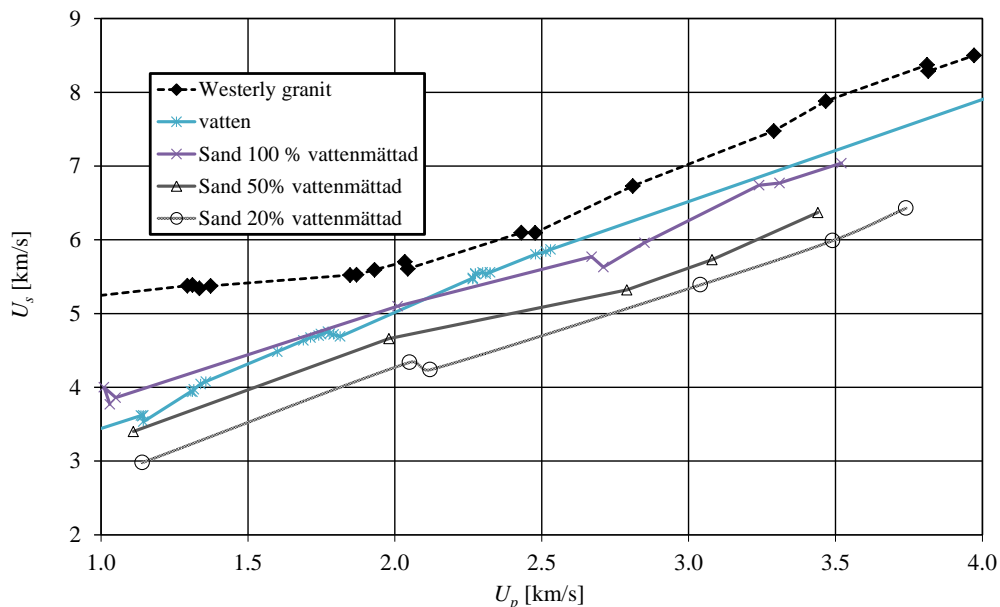
Figur 5:22c visar hur sandens stövågshastighet ökar med högre vattenmättnadsgrad. Lutningen hos en linjär trendlinje verkar inte vara direkt beroende för vattenmättnadsgraden för studerat område i partikelhastighet. Däremot parallellförflyttas den linjära trendlinjen längs den vertikala axeln för stövågshastighet.

Markstövåg



Figur 5:22c. Stövågshastighet som funktion av partikelhastighet för sand som är vattenmättad till 100 %, 50 % och 20 % med densitet 1,96, 1,84, och 1,72 g/cm³. Baserat på Eospro-data, vilket i sin tur baserar sig på Livermore Shock Compendium, Kerley (2010).

Jämförs nu dessa sanddata med olika vattenmättnadsgrad med vatten och Westerly-granit, så ser man att när sanden är 100 % vattenmättad så ligger stövågsdata från vatten närmast, se figur 5:22d. Däremot ligger resultat för Westerly-granit högst av alla.



Figur 5:22d. Stövågshastighet som funktion av partikelhastighet för Westerly granit, vatten, sand 100 %, 50 % och 20 % vattenmättad med densitet 1,96, 1,84, och 1,72 g/cm³. Baserat på Eospro-data, vilket i sin tur baserar sig på Livermore Shock Compendium, Kerley (2010).

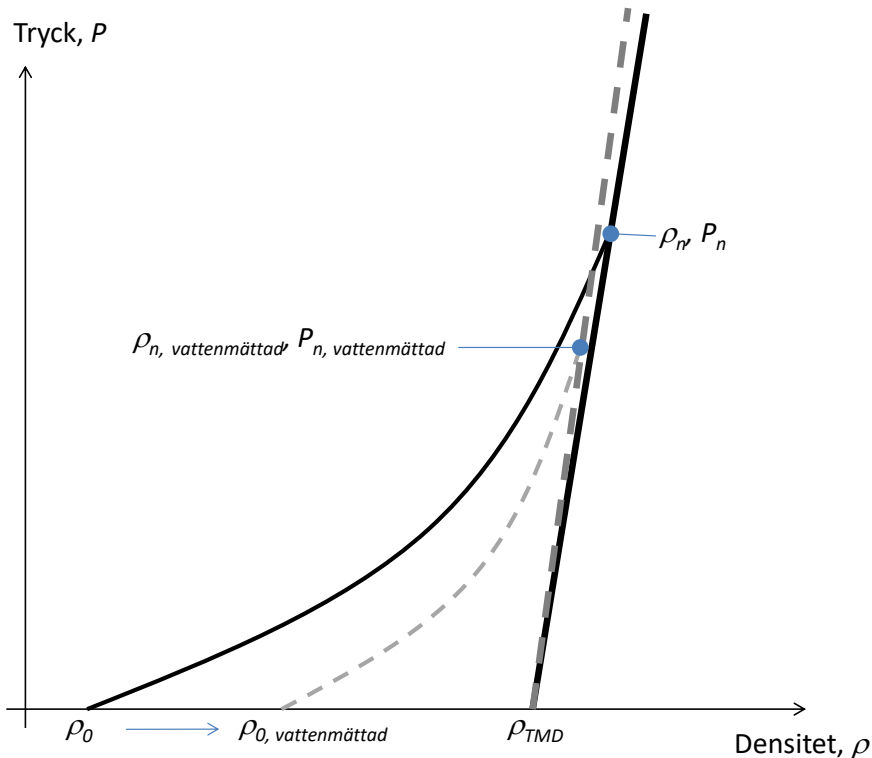
5:23 Porositet

Som nämns i kapitel 5:2 så definieras porositeten med hjälp av följande uttryck i P-alpha modellen

$$\alpha = \frac{\rho_s}{\rho} \tag{5:23a}$$

där $\rho_s = \rho_{TMD}$ är den solida densiteten även kallat teoretisk maximal densitet och ρ är aktuell densitet. Den aktuella densiteten kan också vara initiell densitet $\rho = \rho_0$, varvid ekvation (5:23a) beskriver initiell porositet α_0 hos materialet. I P-alpha modellen är porositeten borta när aktuell densitet är lika med den solida densiteten $\rho = \rho_s$, det vill säga $\alpha = 1$.

Initiell porositet hos ett jordmaterial kan påverkas på olika sätt. Ett sätt i naturen förekommande är att jorden har packats ihop av till exempel egen tyngd av ovanliggande jordmaterial. Ett annat är att porerna fylls med vatten från till exempel grundvatten. I båda fallen ökar initiell densitet och porositeten minskar. I figur 5:23a visas hur den plastiska kompakteringskurvan påverkas av att jordmaterialet har fyllt sina porer med vatten. Den ökade densiteten leder till att stövågshastigheten blir högre och att mindre energi går förlorad vid irreversibel kompaktering. Lägg även märke till hur lutningen för det solida materialet ökar med vattenmättnaden. Denna lutningsökning kan motiveras med stövågsdata som i figur 5:22d.



Figur 5:23a. Illustration hur plastisk kompakteringskurva förflyttar sig när porerna fylls till viss del med vatten.

Porkompakteringen är mycket viktig för upprättning av en tillförlitlig tillståndsekvation. Vatteninnehållet har en signifikant effekt på porkompakteringen. Lerjordar med små partiklar och plattliknande strukturer beter sig mer plastiskt än icke lerjordar. Lerjordar har även bindningar och cementeringseffekter och för att detta ska kunna tas med behövs experiment på specifika jordtyper för noggrann kalibrering av porkompakteringsmodellen som föreslås i Kerley (2002).

En intressant iakttagelse som Kerley nämner i rapporten Kerley (2002) är att kompakteringsexperiment utförda på sand visade att torr sand har det största motståndet mot porkompaktering. Kompakteringstrycket P_s är cirka 0,5 GPa när det bara återstår en mindre del porvolym. Om vatteninnehållet är över 12 viktprocent sjunker P_s till 0,05 GPa. Effekten illustreras i figur 5:23a, där punkten (ρ_n, P_n) får ett lägre tryck när det vattenmättade jordmaterialet når fullt kompakterat tillstånd.

En del lerjordar sväller när de absorberar vatten, det vill säga volymen ökar och skrymdensiteten sjunker. Kerley anser att denna effekt tas upp med P-alpha modellen. Denna del måste undersökas närmare för att kunna beskriva lerjordar med svällningseffekt och kommer inte behandlas vidare i denna rapport.

5:3 Hugoniotdata från litteraturen

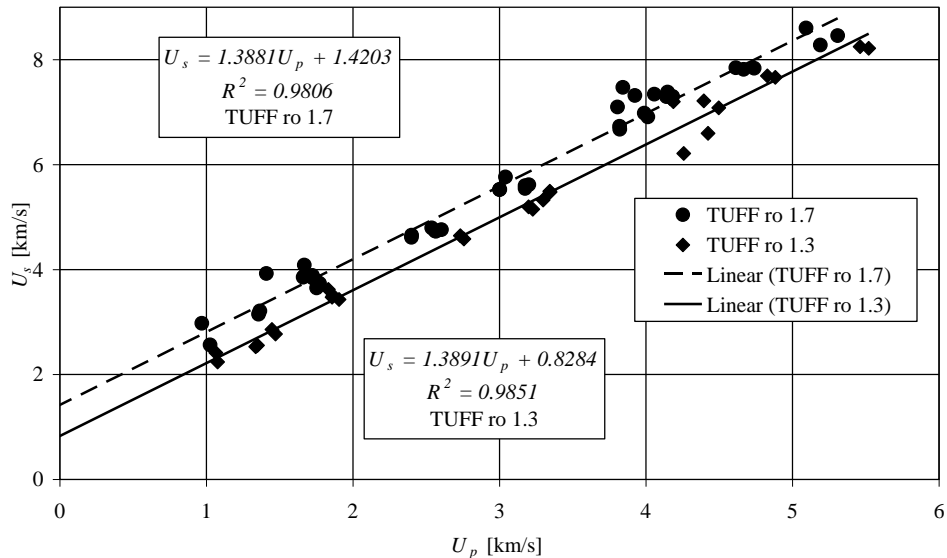
Stötvågsdata på jordarter som återfinns i Norden är inte väl utforskat. Där emot finns det en hel del stötvågsdata på jordarter som återfinns i USA som har tagits fram av Los Alamos Scientific Laboratory (LASL), se Marsh (1980). Under och efter andra världskriget fanns ett behov av stötvågsdata i USA. Därmed påbörjades ett gediget arbete av stötvågsexperiment på olika typer av material, allt från grundämnen, metaller, mineraler, bergarter, jordarter, plaster, syntetiska material, träsorter, och sprängämnen. De jordmaterial som stötvågsdata har tagits fram för är bland annat "tuff" från Nevada experimentområde. Tuff är en mjuk och porös bergart som bildats av cementering och kompaktering av vulkanisk aska eller damm. Stötvågstrycken ligger mellan cirka 2 till 60 GPa.

För just jordmaterialet tuff fanns det data för följande sammansättningar:

- Tuff, Nevada test område med medeldensitet 1,7 g/cm³
- Tuff, Nevada test område med medeldensitet 1,3 g/cm³
- Tuff, Nevada test område, vattenmättad och med medeldensitet 1,9 g/cm³
- Tuff, Nevada test område, vattenmättad, och med medeldensitet 1,7 g/cm³

Det framgår inte ur experimentdata hur stor vattenmättnadsgraden var för de vattenmättade proverna. Detta är inte lätt att bedöma i efterhand. Det skulle kunna vara att tuff med medeldensitet 1,9 är fullt vattenmättad.

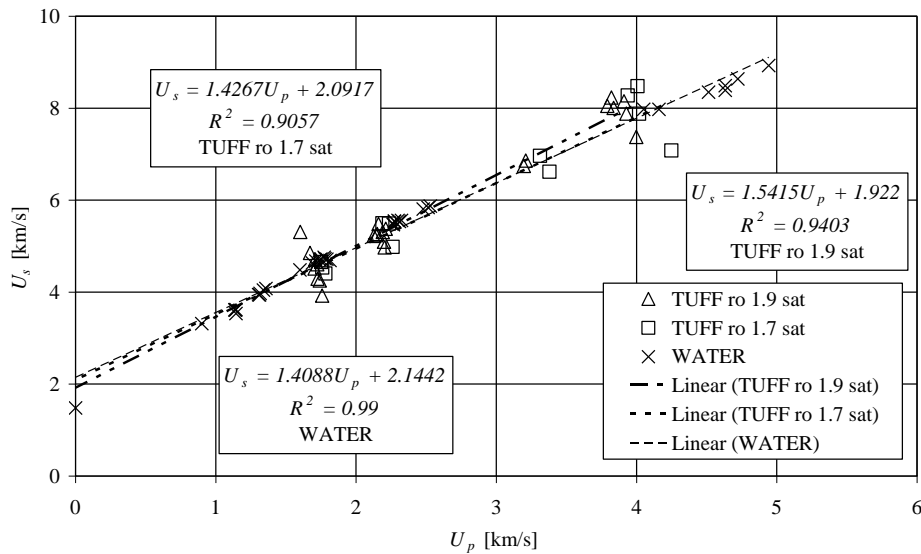
Stötstågsdata för jordmaterialen jämfördes med stötstågsdata för vatten som hade medeldensitet på $0,998 \text{ g/cm}^3$. I figur 5:3a visas stötstågshastigheten U_s som funktion av partikelhastighet U_p för ej vattenmättade tuffmaterialen.



Figur 5:3a. Stötstågshastighet som funktion av partikelhastighet för ej vattenmättad tuff med medeldensitet 1,7 och 1,3 g/cm^3 . Baserat på Marsh (1980).

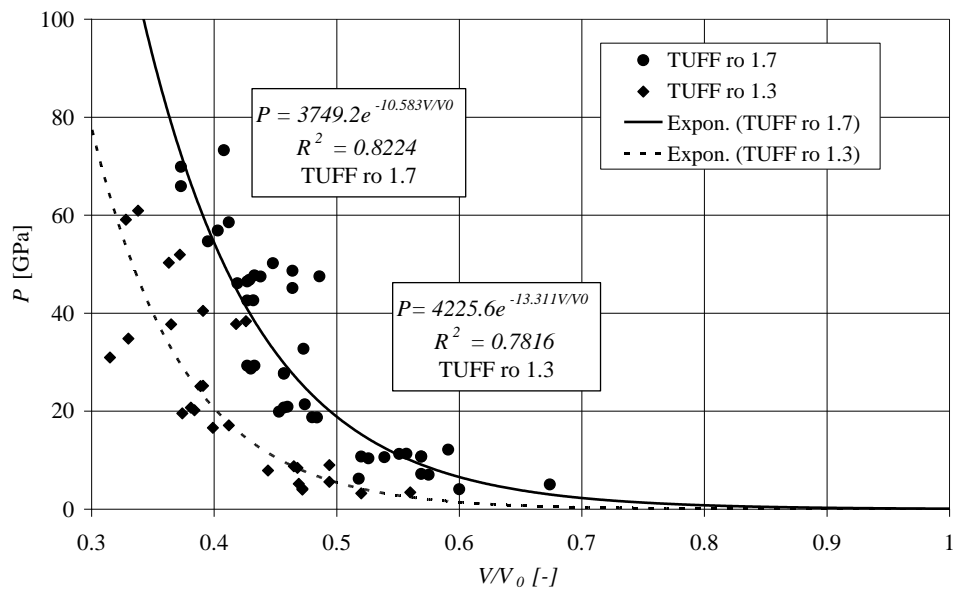
De linjära trendlinjer som har tagits fram visar att det är försumbar skillnad mellan lutningskoefficienterna. Lutningskoefficienten minskar med mindre än 0,1 % när densiteten ökas från 1,3 till 1,7 g/cm^3 . Däremot ökar skärningspunkten med vertikala axeln ($U_p = 0$) med mer än 70 % när densiteten ökas från 1,3 till 1,7 g/cm^3 . Dock skall inte skärningspunktens värden tas för exakta värden eftersom experimenten har utförts med sikte på att ta fram stötstågsdata giltiga inom tryckområdet cirka 2 till 60 GPa.

Om nu de vattenmättade tuffmaterialen jämförs så kan man se att de är väldigt nära varandra. I figur 5:3b redovisas stötstågshastigheten som funktion av partikelhastighet för de vattenmättade jordmaterialen. De jämförs också med experimentella stötstågsdata för vatten.

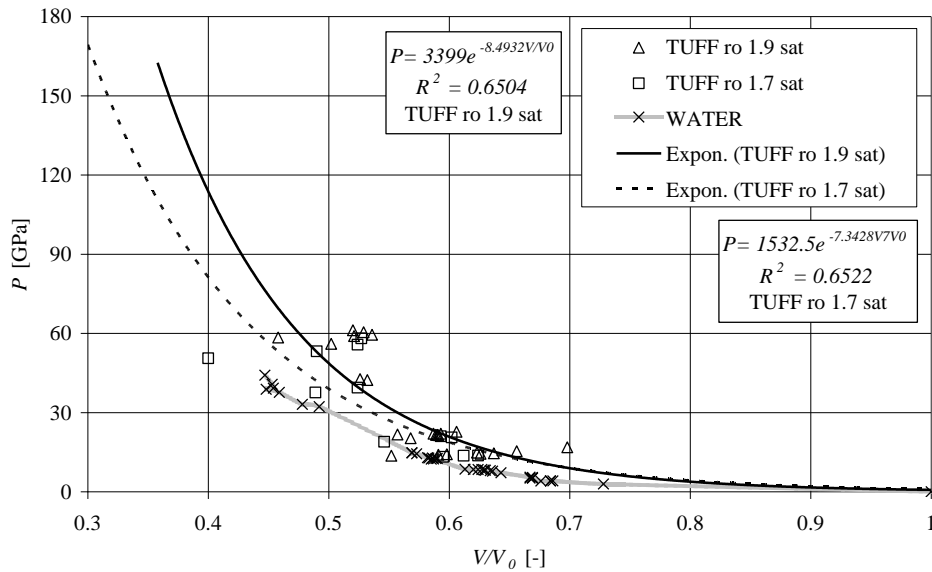


Figur 5:3b. Stövågshastighet som funktion av partikelhastighet för vattenmättad tuff med medeldensitet 1,9 och 1,7 g/cm³. Baserat på Marsh (1980).

I figur 5:3c redovisas stövågstrycket som funktion av kompressionen för ej vattenmättade tuffexperimenten. De vattenmättade tuffexperimenten jämförs med vatten och visas i figur 5:3d.



Figur 5:3c. Stövågstryck P som funktion av kompression V/V_0 för ej vattenmättad tuff med medeldensitet 1,7 och 1,3 g/cm³. Baserat på Marsh (1980).



Figur 5:3d. Stövågstryck P som funktion av kompression V/V_0 för vattenmättad tuff med medeldensitet 1,9 och 1,7 g/cm³. Baserat på Marsh (1980).

I figur 5:3d kan man observera att tuff 1,9 g/cm³ har den brantaste tryckökningen när kompressionen V/V_0 sjunker, därefter följer tuff 1,7 g/cm³, och sedan vatten. Dessa trendlinjer för mätpunkterna påvisar att vatten verkar vara mer kompressibelt än båda de vattenmättade tuffmaterialen. Detta kan tydas ur att det krävs mer tryck för att komprimera tuff jämfört med vattnet till samma kompressionnivå om trendlinjerna jämförs. Det är också en skillnad mellan tuff med initiell densitet på 1,9 g/cm³ och 1,7 g/cm³ när trendlinjerna jämförs. Tuff 1,9 g/cm³ är alltså mest inkompressibelt av de tre jämförda.

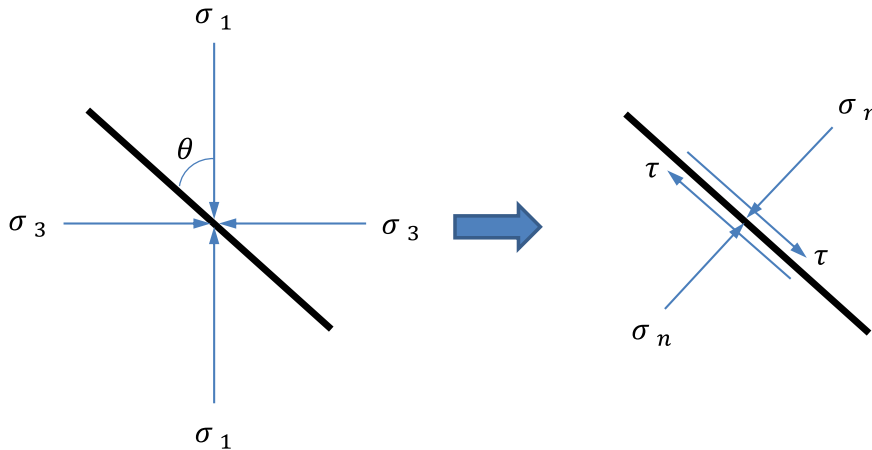
Dessa data är alltför osäkra när det gäller jordmaterialens sammansättning, mätnadsgrad och porositet för att dra några säkra slutsatser kring hur tillståndsekvationen ändras av initiella ändringar i sammansättning, porositet och mätnadsgrad. Dessa kurvor visar dock hur tendenserna är när materialet har en förhöjd initiell densitet eller är vattenmättad.

5:4 Skjuvhållfasthet hos jordmaterial

Det som tidigare har gått igenom i kapitel 5 är det isotropiska trycket samt hur tillståndsekvationen varierar hos jordmaterialet. Denna bit av material-egenskaperna för jorden är den primära delen för att estimeras markstövåg från en stövågskälla såsom en explosion. I tillägg till detta utgör även skjuvhållfastheten en viktig del i att beskriva med vilken hastighet och spänningsnivå skjuvvågorna kan estimeras bli i marken.

Hur mycket skjuvning ett material tål brukar beskrivas med brottmodeller. För att snabbt bygga upp en nomenklatur kring detta så definieras att materialets spänningstillstånd kan beskrivas med tre huvudspänningar σ_1 , σ_2

och σ_3 , vilka har inbördes ortogonala riktningar och där $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$. Dessutom definieras tryckspänning som ett positivt tal. Då kan ett godtyckligt spänningsplan, med vinkel θ gentemot den första huvudspänningen σ_1 i spänningsfältet, illustreras enligt vänstra figuren i figur 5:4a. Andra huvudspänningen σ_2 är parallell med spänningsplanet.



Figur 5:4a. Relationen mellan huvudspänningar, σ_i där $i = 1, 2, 3$, och skjuvspänning för ett givet spänningsplan med vinkel θ mot första huvudspänningen.

Följande relationer kan då tas fram för en ren skjuvspänning τ parallellt längs spänningsplanet och för normalspänningen σ_n vinkelrätt spänningsplanet. Antag att spänningsplanet har längden l och djupet l . Då kan följande kraftjämvikt ställas upp för att härleda normalspänningen som funktion av huvudspänningar och vinkel

$$\swarrow : \sigma_n l + \sigma_3 \cos \theta l \cos \theta + \sigma_1 \sin \theta l \sin \theta = 0 \quad (5:4a)$$

$$\sigma_n + \sigma_3 \cos^2 \theta + \sigma_1 \sin^2 \theta = 0 \quad (5:4b)$$

med sambandet för cos dubbla vinkeln $\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$ fås

$$\sigma_n = -\left(\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}\right) + \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}\right) \cos 2\theta \quad (5:4c)$$

Om tryckspänning antas vara positiv kan tecken ändras

$$\sigma_n = \left(\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}\right) - \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}\right) \cos 2\theta \quad (5:4d)$$

Ekvation (5:4d) beskriver sambandet mellan huvudspänningarna och normalspänningen för ett spänningsplan med vinkel θ gentemot första huvudspänningen σ_1 . På samma sätt kan skjuvspänningen härledas med följande kraftjämvikt

$$\searrow : \tau l + \sigma_1 \cos \theta l \sin \theta - \sigma_3 \sin \theta l \cos \theta = 0 \quad (5:4e)$$

$$\tau + \sigma_1 \cos \theta \sin \theta - \sigma_3 \sin \theta \cos \theta = 0 \quad (5:4f)$$

med sambandet för sinus dubbla vinkeln $\sin 2\theta = \cos \theta \sin \theta - \cos \theta \sin \theta$, då fås

$$\tau = -\left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}\right) \sin 2\theta \quad (5:4g)$$

Om tryckspänning antas vara positiv kan tecken ändras

$$\tau = \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}\right) \sin 2\theta \quad (5:4h)$$

Ekvation (5:4h) beskriver sambandet mellan huvudspänningarna och skjuvspänningen för det studerade spänningsplanet. Ett vanligt sätt att beskriva skjuvhållfasthet i jordmaterial är Mohr-Coulombs hypotes. För en friktionsjord kan friktionsytan, vilket representerar skjuvhållfastheten, illustreras enligt figur 5:4b. Figuren visar skjuvspänning som funktion av normalspänning hos brottytan. Brottytan beskrivs av sambandet

$$\tau_f = \sigma_n \tan \phi \quad (5:4j)$$

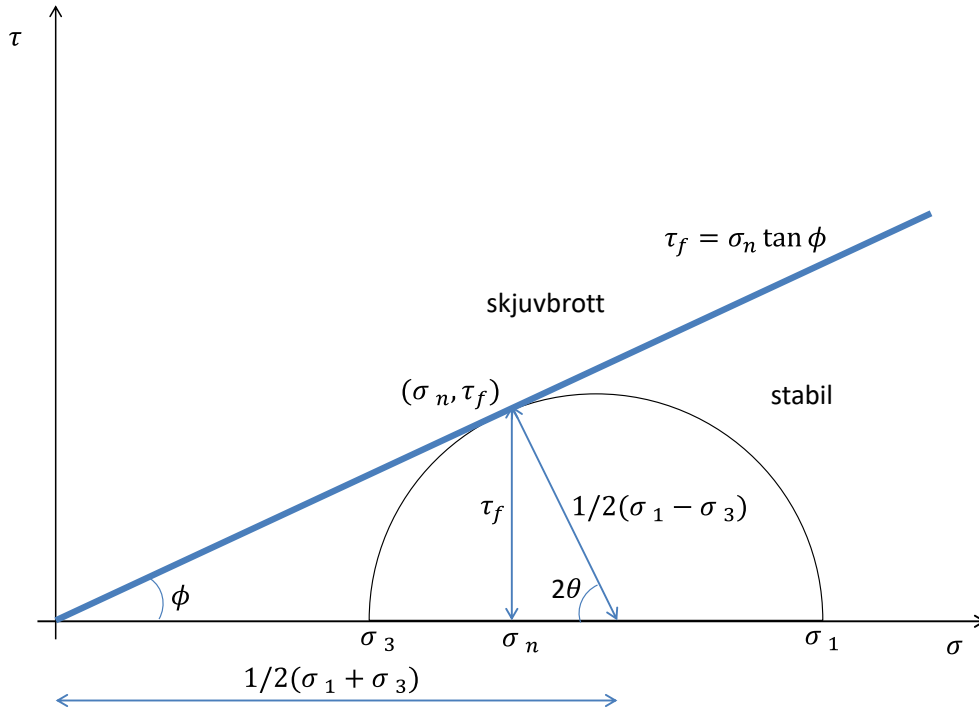
där ϕ är den inre friktionsvinkeln. Ekvation (5:4j) beskriver vid vilken normalspänning σ_n som den maximala skjuvspänningen τ_f krävs för att skjuvbrott ska uppstå. Normalspänning σ_n och τ_f och skjuvspänningen kan nu även med hjälp av figur 5:4a bestämmas till

$$\sigma_n = \left(\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}\right) - \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}\right) \cos 2\theta \quad (5:4k)$$

$$\tau = \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}\right) \sin 2\theta \quad (5:4l)$$

dessa ekvationer är detsamma som ekvationerna (5:4d) och (5:4h), men är ett annat sätt att ta fram sambanden. Dessutom kan relationen mellan inre friktionsvinkeln och spänningsplanets vinkel till den första huvudspänningen, med hjälp av figur 5:4b, visas att den är

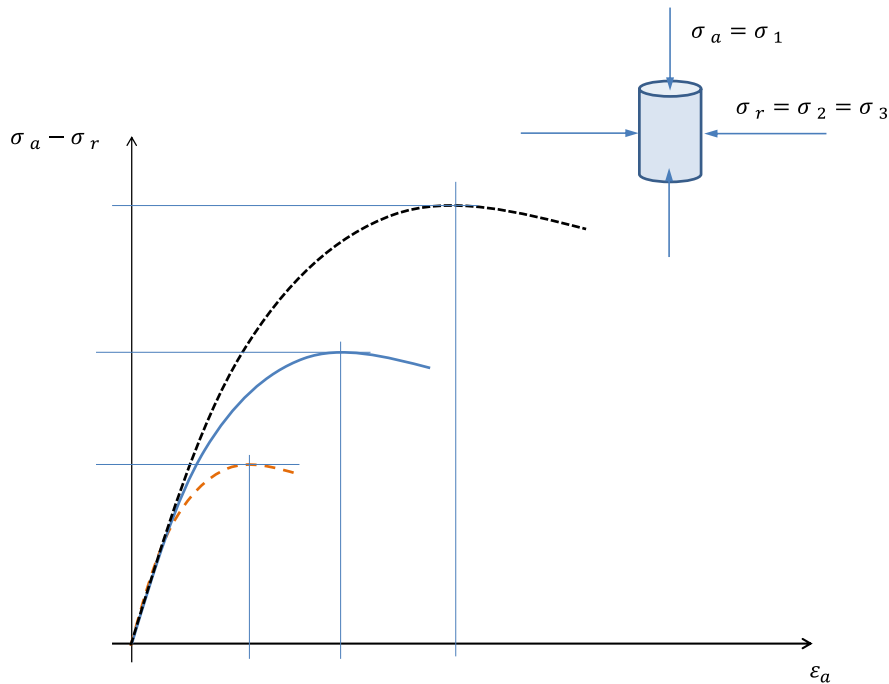
$$180 = 90 + 2\theta + \phi \Rightarrow \phi = 90 - 2\theta \quad (5:4m)$$



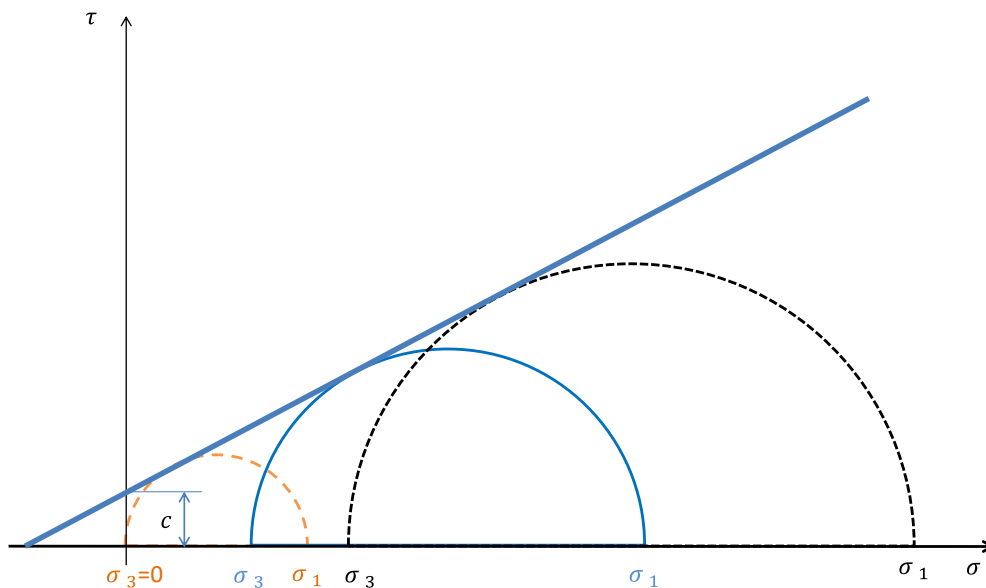
Figur 5:4b. Illustration av skjuvhållfastheten hos friktionsjord enligt Mohr-Coulombs brotthypotes.

Den inre friktionsvinkeln för ett jordmaterial bestäms av triaxiella prov. Cylindriska provmetoder är ett av de mer vanligt förekommande för framtagning av brottytan för tryckhårdnande material såsom friktions- och kohesionsjordar. Där styrs axiellt och radiellt tryck eller deformation hos det cylindriska jordprovet. Den axiella spänningen motsvarar $\sigma_a = \sigma_1$, och den radiella spänningen motsvarar $\sigma_r = \sigma_2 = \sigma_3$. Mohrs cirklar tas fram genom att man först sätter alla huvudspänningarna lika, sen ökas den axiella spänningen och radiell spänning hålls konstant. Sedan studeras spänningsdifferensen och en deformationsriktning, till exempel den axiella töjningen, för att påvisa att flytspänning eller brottspänning har uppnåtts. I figur 5:4c visas tre fiktiva prover, vilka använts för att bestämma den inre friktionsvinkeln hos ett jordmaterial med kohesion. För provet som är orangestreckad linje har den radiella spänningen hållits konstant lika med noll. I figur 5:4d så har cirklarna sammanställts och en brottyta med tillhörande inre friktionsvinkel ϕ kan bestämmas. I det här fallet har vi ett jordmaterial med kohesion, det vill säga att när normalspänningen är lika med noll så har jordmaterialet fortfarande skjuvhållfasthet lika med $\tau_f = c$ när $\sigma_n = 0$. Brottytan, ekvation (5:4j), för kohesionsjordar uppdateras på följande sätt

$$\tau_f = c + \sigma_n \tan \phi \quad (5:4n)$$



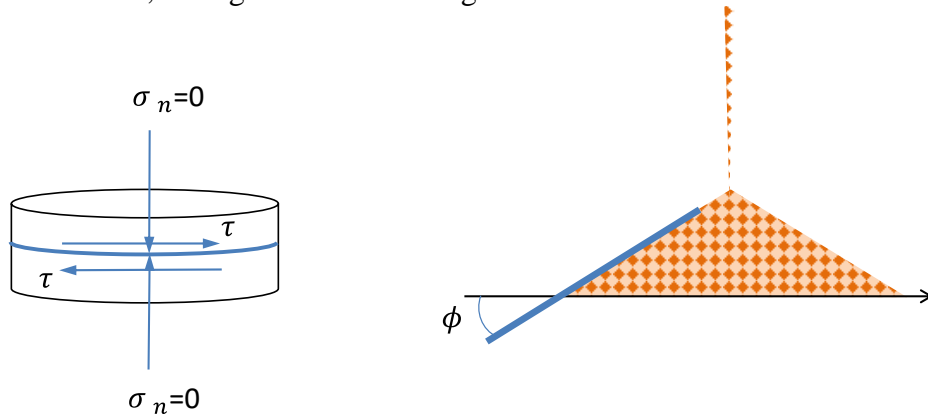
Figur 5:4c. Illustration av cylindriska brottprov där radiell spänning hålls konstant och axiell spänning ökas till brott uppstår.



Figur 5:4d. Illustration av hur brottytan sammanställs från cylindriska prov med olika konstanta radiella spänningar $\sigma_r = \sigma_3$.

Kohesionen c kan tas fram genom ett rent skjuvprov där ingen normalspänning införs gentemot brottytan, se vänster figur i figur 5:4d². När det gäller kohesionsjordar så är det inte bara friktionen som verkar mellan kornen utan även just kohesion eller vidhäftning. Denna kohesion uppstår med hjälp av molekylära attraktionskrafter. Kohesionsjordar återfinns i de finjordar som har liten kornstorlek såsom lera och silt, se även kapitel 4:2. Denna kohesion kan förloras eller kraftigt försämrats om materialet blir vattenmättat. Även skakning och vibrationer kan göra att hållfastheten försämrats i kohesionsjordar, till exempel kvicklera. För friktionsjordar däremot kan jord-

materialets inre friktionsvinkel för löst packad jord tas fram genom att strila ner friktionsjorden på en plan yta och därefter studera vinkeln på den hög som bildas, se höger illustration i figur 5:4d².

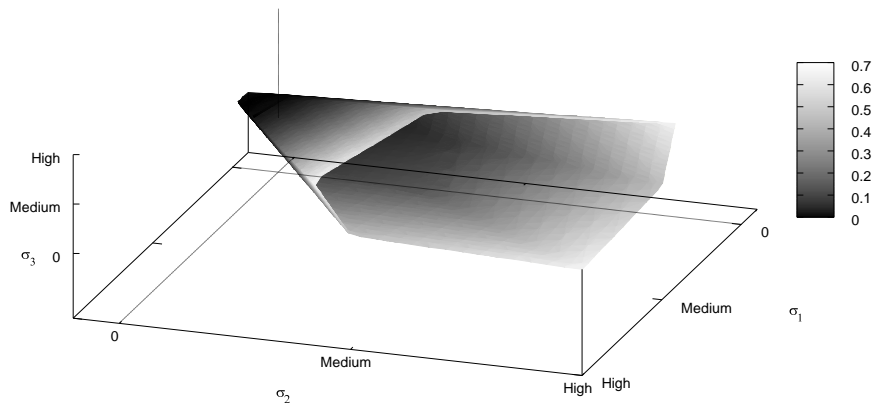


Figur 5:4d². Vänster figur illustrerar ett rent skjuvprov där normalspänningen är noll, vilket ger kohesionshållfastheten c . Höger figur illustrerar hur rasvinkel för en friktionsjord kan tas fram. Rasvinkel motsvarar inre friktionsvinkel ϕ för löst lagrad friktionsjord.

Mohr-Coulombs brottmodeller i tvådimensionella huvudspänningsrummet kan utvecklas på följande sätt för att beskrivas i det tredimensionella huvudspänningsrummet, se även Wikipedia (2011).

$$\begin{cases} \pm \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = c + K \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \\ \pm \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2} = c + K \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{2} \\ \pm \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = c + K \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \end{cases} \quad (5:4o)$$

där c beskriver åter kohesionen och K beskriver graden av tryckhårdnande hos flytytan. Genom att ta max-funktion på ekvationerna i (5:4o) kan flytytan för Mohr-Coulomb ritas upp i det tredimensionella rummet, se figur 5:4e. Där syns det att Mohr-Coulomb är en tryckhårdnande hexagonal kon när $K > 0$. När $K = 0$ så fås Trescas flytkriterium, vilket är en hexagonal cylinder utan ökad skjuvhållfasthet vid ökande tryck.

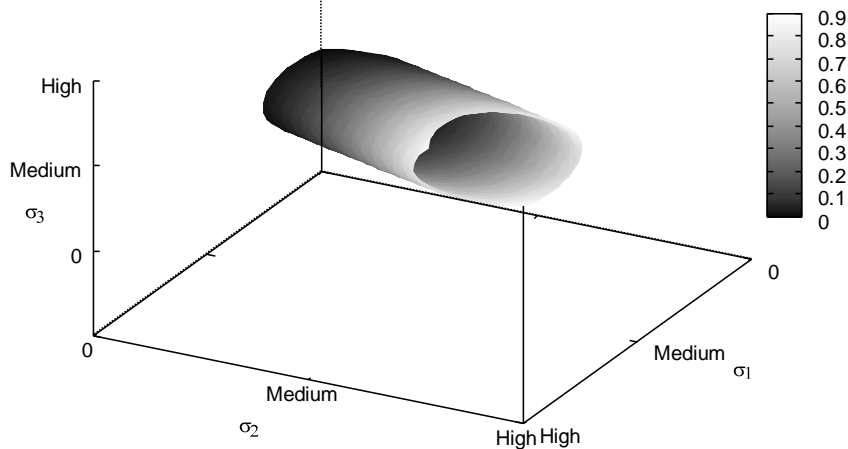


Figur 5:4e. Mohr-Coulombs brottyta i det tredimensionella huvudspänningsrummet. Gråskalan illustrerar att det isotropiska trycket P ökar när färgen blir vitare. Skapad med hjälp av freeware-matematikprogrammet wxMaxima.

von Mises (1913) brottyta är väletablerad och används ofta för metaller och är ej tryckhårdnande. Denna är en viktig brottyta att förstå principen av. Den kan också tänkas kunna användas för fullt vattenmättade leror, vilka oftast inte har någon tryckhårdnande brottyta. Den kan definieras med hjälp av de tre principiella huvudspänningarna med följande samband

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 6k^2 \quad (5:4p)$$

där parameter k är en konstant för ett obelastat material. Detta beror annars på mängden plastisk töjning som materialet upplevt. I spänningsrummet representerar von Mises brottyta en cylinder med konstant radie som har cylinderaxeln följandes den hydrostatiska tryckspänningsaxeln $P = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3$, se figur 5:4f.

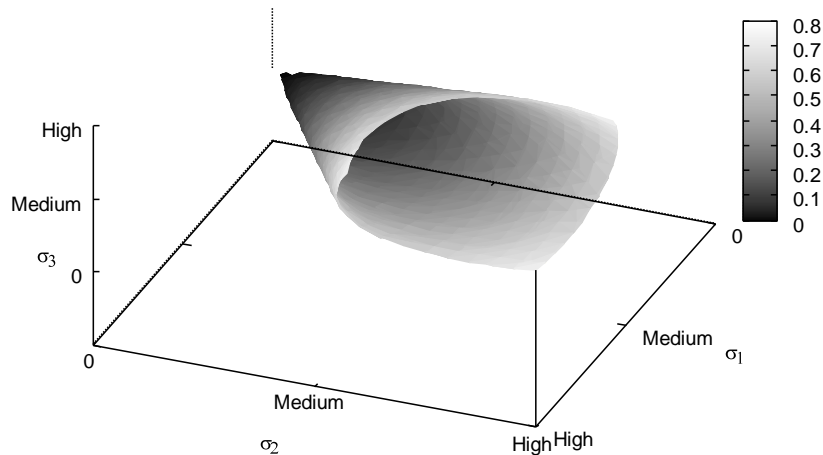


Figur 5:4f. von Mises cylindriska brottyta i det tredimensionella huvudspänningsrummet. Gråskalan illustrerar att det isotropiska trycket P ökar när färgen blir vitare. Skapad med hjälp av freeware-matematikprogrammet wxMaxima.

von Mises cylindriska brottyta omsluter helt Trescas hexagonala cylinder. Detta betyder att Trescas modell har för vissa spänningsfall redan nått brottytan och börjar plasticera medan det i von Mises modell fortfarande befinner sig i elastiskt tillstånd. En vanligare brottyta för porösa material är då Drucker och Prager (1952) som är en tryckhårdnande version av von Mises. Drucker-Pragers brottyta kan fås genom att skriva om ekvation (5:4p) på följande sätt

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 6k^2 + \alpha P^2 \quad (5:4q)$$

där P är det hydrostatiska trycket och α är konstanten som beskriver hur tryckhårdnande brottytan är. I figur 5:4g redovisas den koniska form som Drucker-Prager har i huvudspänningsrummet.



Figur 5:4g. Drucker-Pragers koniska brottyta i det tredimensionella huvudspänningsrummet. Gråskalan illustrerar att det isotropiska trycket P ökar när färgen blir vitare. Skapad med hjälp av freewarematematikprogrammet wxMaxima.

Ovanstående nämnda brottytor hittas sammanfattade i flertalet mekanikböcker för solida material såsom Singh (2007).

Ett exempel på att skjuvhållfasthet också påverkar stötvågsberäkningar

I exempelvis Kerley (2002) visas det hur dessa tryckhårdnande brottytor används i stötvågsberäkningar för att simulera jordens skjuvhållfasthet under höga tryck. Beräkningarna går ut på att studera effekten av hur jordtypen påverkar belastningen hos en grunt nedgrävd mina och vad impulsen från uppkastad jord och stötvågen blir mot en stålplatta placerad en bit i luften ovanför jorden. Jorden simuleras med hjälp av P - α EOS och för jordens skjuvhållfasthet används följande tryckhårdnande brottyta

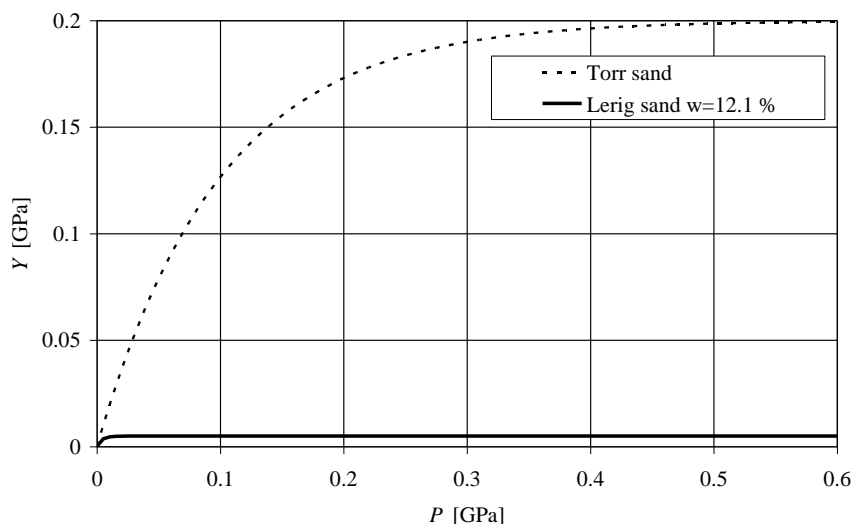
$$Y(P) = Y_{MAX} + (Y_0 - Y_{MAX}) e^{\frac{Y_P P}{Y_0 - Y_{MAX}}} \quad (5:4r)$$

Där Y är flytspänningen och Y_0 , Y_{MAX} och Y_P är konstanter. Följande data anges för torr sand och delvis vattenmättad sand med 12,1 viktprocent vatten, se tabell (5:4a).

Tabell 5:4a. Skjuvhållfasthet för torr sand och delvis vattenmättad lerig sand, enligt Kerley (2002).

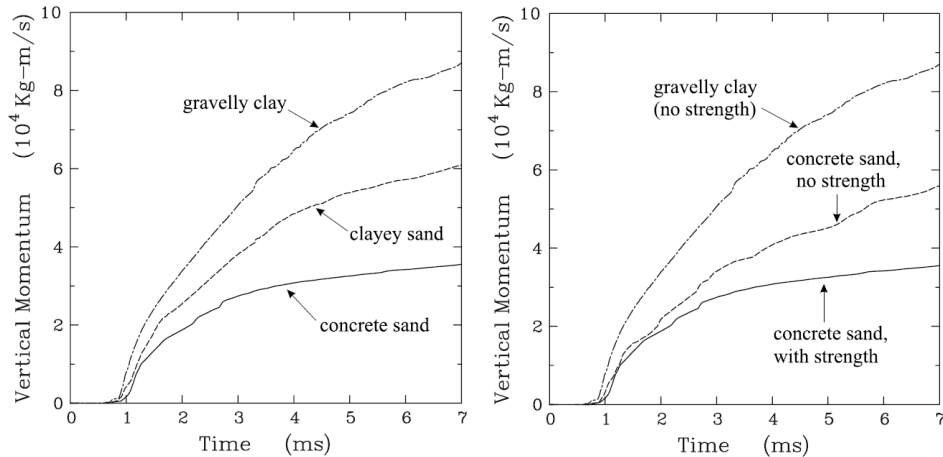
Torr sand (concrete sand)	
Y_0 [GPa]	0,0003
Y_{MAX} [GPa]	0,2
Y_P [-]	2,0
Delvis vattenmättad lerig sand $\omega=0,121$	
Y_0 [GPa]	0,0003
Y_{MAX} [GPa]	0,005
Y_P [-]	1,2

Enligt Kerley (2002) så sjunker hållfastheten markant med vatteninnehållet. I figur 5:4h visas flytytan som funktion av tryck för torr sand och delvis vattenmättad lerig sand. I tillägg studerades en grusig lera med hjälp av en von Mises brottyta med 0,003 GPa i flytspänning och tvärkontraktionen $\nu = 0,32$.



Figur 5:4h. Flytyta som funktion av tryck, enligt ekvation (5:4r) och tabell (5:4a).

I Kerley (2002) studerades följande problem: En TNT diskkladdning med vikten 9,2 kg, 30 cm diameter och tjockleken 8 cm placerades 16 cm under markytan. En stålplatta, med diameter 276 cm och tjockleken 20 cm hängdes upp 46 cm ovanför marken. Därefter studerades effekten av tillförd rörelsemängd upp i stålplattan för de olika simulerade materialen. Delar av resultaten visas i figur 5:4i. Den vänstra grafen i figur 5:4i visar att rörelsemängden hos stålplattan är som lägst för sanden, därefter lerig sand och högst rörelsemängd har grusig lera. Den högra grafen i figur 5:4i visar att när sanden modelleras utan skjuvhållfasthet/brottnmodell så blir rörelsemängden cirka 50-60 % högre än när skjuvhållfasthet inkluderas. Detta visar hur viktig det är att även modellera hållfastheten i materialet för upptagande av energi i jordmaterialet ska bli korrekt. Däremot för leran så är skillnaden marginell om leran modelleras med eller utan skjuvhållfasthet jämför vänster och höger graf i figur 6:4i.



Figur 5:4i. Vertikal rörelsemängd från nedgrävd mina för olika simulerade jordmaterial torr sand (eng. concrete sand), Lerig sand (eng. clayey sand), och grusig lera (eng. gravelly clay). Från Kerley (2002).

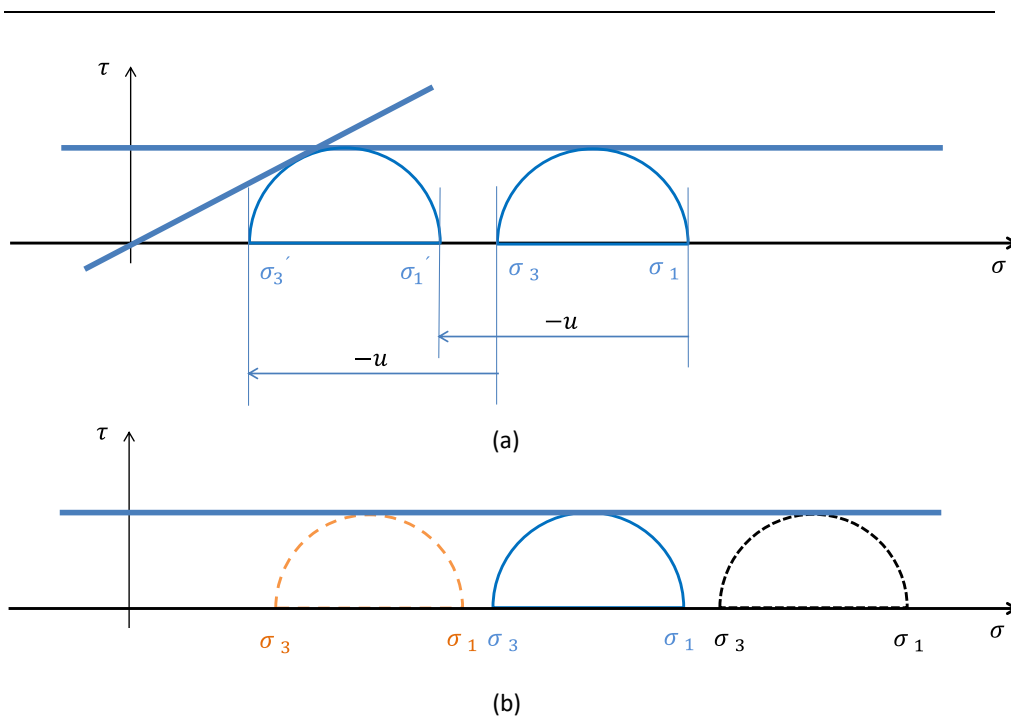
Effektivspänning och porvattentryck

Från tidigare exempel såg vi att skjuvhållfastheten sjunker med vattenmättnadsgraden. Här ges en del av förklaringarna till detta. Det är viktigt att uppmärksamma att när jordmaterial belastas odränerat och med hög vattenmättnadsgrad så ökar inte skjuvhållfastheten med ökat hydrostatiskt tryck utan är istället konstant. Därför beskrivs jordspänning inom till exempel geoteknik som effektivspänning, se exempelvis Hansbo (1979). Följande uttryck beskriver effektivspänning

$$\sigma' = \sigma - u \quad (5:4r)$$

där σ är totalspänning och u är porvattentryck. För odränerade och vattenmättade jordar kan hela ökningen av totalspänningen tas upp av att porvattentrycket i jorden ökar, vilket inte leder till att skjuvkrafter tas upp bättre av kornen i jorden utan trycket tas istället upp av vattnet. Detta leder till en Mohr-Coulomb enligt figur 5:4j. Delfigur (a) visar hur ett odränerat vattenmättat prov ger samma effektivspänningscirkel när det ökade porvattentrycket har reducerats. Delfigur (b) visar hur tre olika vattenmättade och odränerade mätningar till olika hydrostatiska tryck ger samma skjuvspänning. Denna effekt uppstår för fullt vattenmättade jordar även vid snabb belastning för då hinner inte vattnet dräneras. Det är alltså rimligt att anta att stötvågsbelastning av vattenmättade jordar leder till reducerad skjuvhållfasthet jämfört med ej vattenmättade jordar. Slutligen kan ekvationerna (5:4j) och (5:4n) för Mohr-Coulombs brottyta omskrivas till att gälla effektivspänning ” ’ ” istället.

Markstövåg



Figur 5:4j. (a): Hur totalspänning reduceras till effektivspänning genom att dra ifrån porvattentrycket u . (b): Illustration av tre olika vattenmättade och odränerade mätningar med olika celltryck som ger samma skjuvspänning τ_f .

Jordmaterialets skjuvvågor och longitudinalvågor

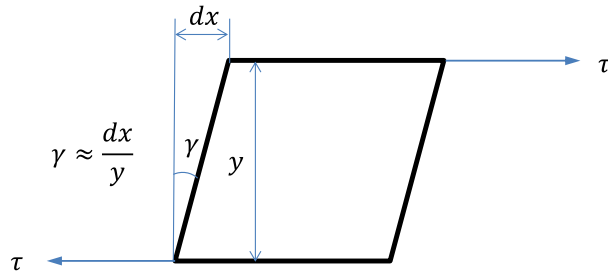
En viktig aspekt när det gäller stötvågsbelastning är att jordmaterial med hög skjuvhållfastheten leder till att signifikanta skjuvvågor kan transmittas i materialet. Dessa kan ha varierande styrka och storlek med hänsyn till materialets sammansättning och vattenmättnadsgrad vilket påverkar den tryckhårdnande skjuvhållfastheten hos jordmaterialet. Skjuvvågor relaterar till skjuvmodulen G på följande sätt

$$v_s^2 = \frac{G}{\rho} \quad (5:4s)$$

där ρ är materialets densitet. För att kunna förstå uppbyggnaden av skjuvvågor behöver vi först fördjupa oss i skjuvmodulen och skjuvtöjningen. I ett elastiskt material relateras skjuvspänning på följande sätt

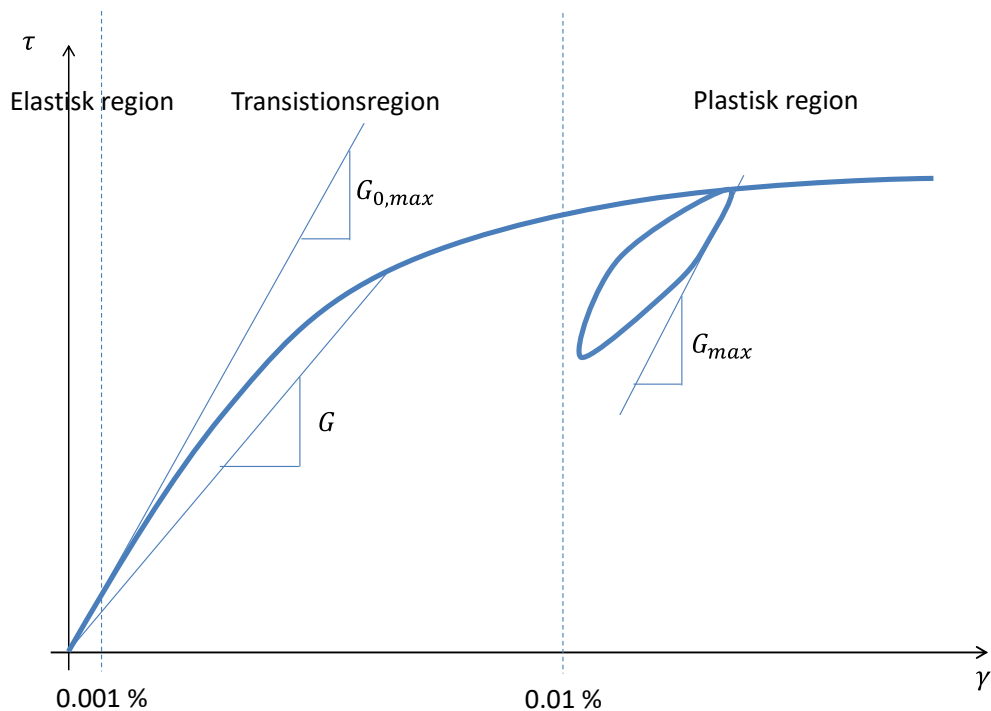
$$\tau = G\gamma \quad (5:4t)$$

där γ är skjuvtöjningen. Skjuvtöjningen är en deformation som sker utan volymändring, förenklat kan skjuvtöjningen beskrivas som vinkeländringen när en kub skjuvas av skjuvspänning på ovan- och undersida, se figur 5:4k.



Figur 5:4k. Principiell bild av hur skjuvtöjningen relaterar till vinkeländring hos en kub som utsätts för skjuvspänning på ovan- och undersida.

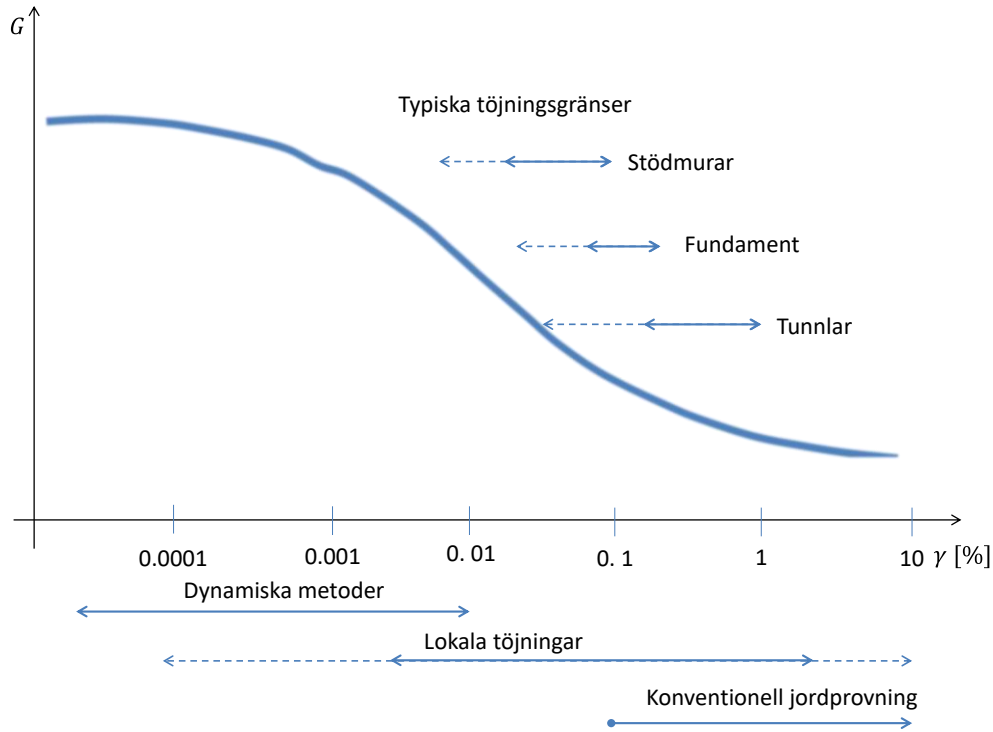
När det gäller skjuvmodulen G så varierar den med flera faktorer såsom hur mycket skjuvtöjning materialet har upplevt. I figur 5:4l visas principiellt hur skjuvspänningen varierar med ökad töjning. Initieellt har jordmaterialet en elastisk skjuvmodul $G_{0,max}$ som därefter sjunker. Denna elastiska region kan antas gälla för skjuvtöjningar under 0,001 %. I en transitionsregion, för skjuvtöjningar mellan 0,001 och 0,01 %, används ofta en sekantmodul G för att beskriva materialet i vanliga geotekniska sammanhang. Därefter kommer en plastisk region när skjuvtöjningarna är högre än 0,01 %, enligt Davish *et al.* (2004).



Figur 5:4l. Illustration av hur skjuvspänning τ_f som funktion av skjuvtöjning γ kan uppstå under ett skjuvprov. Omritat från Davish *et al.* (2004).

Detta påstående om att en elastisk region med elastisk skjuvmodul finns för små töjningar byggs upp av Atkinson och Sällfors (1991) samt Mair (1993). Detta illustreras av figur 5:4m. Som visar att skjuvmodulen är som högst för låga töjningar och när skjuvtöjningen ökar så sjunker skjuvmodulen stadigt. Mair (1993) visar också vilka skjuvtöjningar som kan förväntas för stödmurar, fundament, och tunnlar. För att veta initiell skjuvmodul, behövs dyna-

miska provningsmetoder såsom ”bender”-element, se exempelvis Viggiani och Atkinson (1995). Dessa benderelement används för att mäta hur snabbt skjuvvågor färdas genom jordprovet vid olika spänningstillstånd i en hydraulisk triaxiell provningsmaskin.



Figur 5:4m. Illustration av hur skjuvmodul G principiellt varierar med skjuvtöjning γ . Ursprunglig figur av Mair (1993).

Nu är det dock inte bara skjuvtöjningen som påverkar skjuvmodulen eller skjuvvågorna. En annan viktig aspekt är det hydrostatiska trycket P , något som speciellt gäller för torra jordmaterial såsom sand. Detta medför att de principiella relationerna mellan tryckvågor V_p och skjuvvågor V_s först bör gås igenom. Därmed är det lämpligt att börja med tvärkontraktionstalet

$$\nu = -\frac{\varepsilon_{\perp}}{\varepsilon_{\parallel}} \quad (5:4u)$$

som beskriver hur stor den vinkelräta töjningen ε_{\perp} i ett isotropiskt material blir vid enaxiell kraftriktning med töjningen ε_{\parallel} parallellt kraftriktningen. Denna tvärkontraktion kan även beskriva relationen mellan elastisk kompressionsvåg och skjuvvåg med följande uttryck

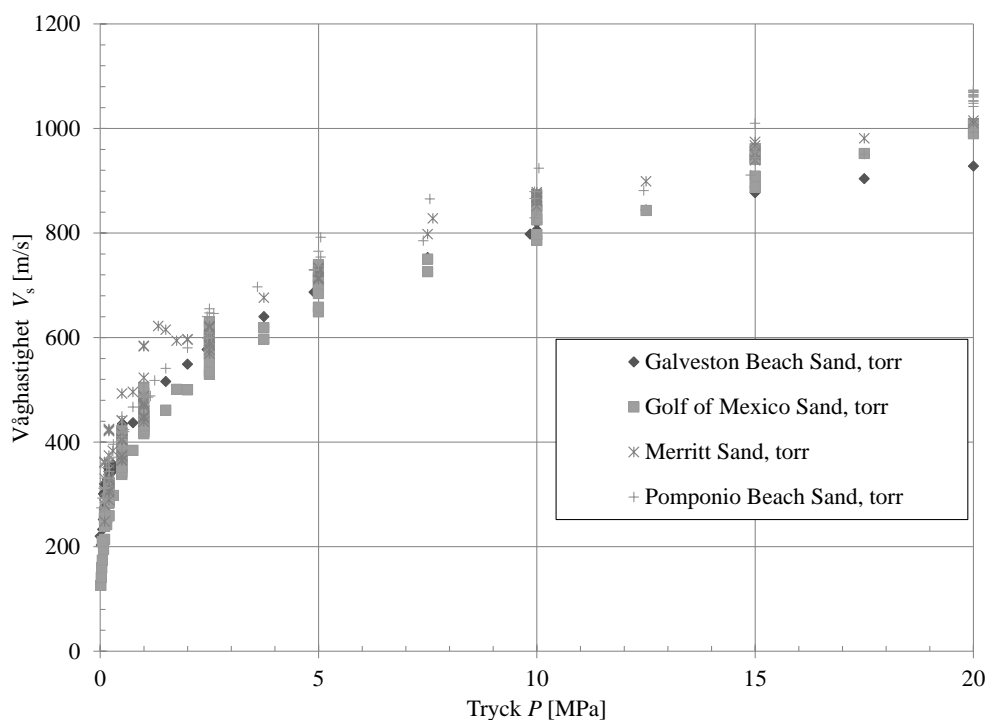
$$\nu = \frac{\left(\frac{V_p}{V_s}\right)^2 - 2}{2\left(\left(\frac{V_p}{V_s}\right)^2 - 1\right)} \quad (5:4v)$$

där V_p är tryckvåg och V_s är skjuvvåg. Se vidare i bilaga D om hur elasticitetsmodul E , skjuvmodul G , och kompressionsmodul K relaterar till de elastiska vågorna i ett isotropiskt material.

I Zimmer (2003) studeras seismisk våghastighet i okonsoliderad sand för olika trycknivåer, porositet, samt vattenmättnadsgrad. Tryckvågor och skjuvvågor skapas i detta fall av piezoelektriska kristaller som omvandlar en elektrisk puls till tryck- eller skjuvvåg beroende på hur kristallerna används när pulsen skickas. Identiska mottagande kristaller används på andra sidan av jordprovet för att studera anländandet av tryck- och skjuvvågorna.

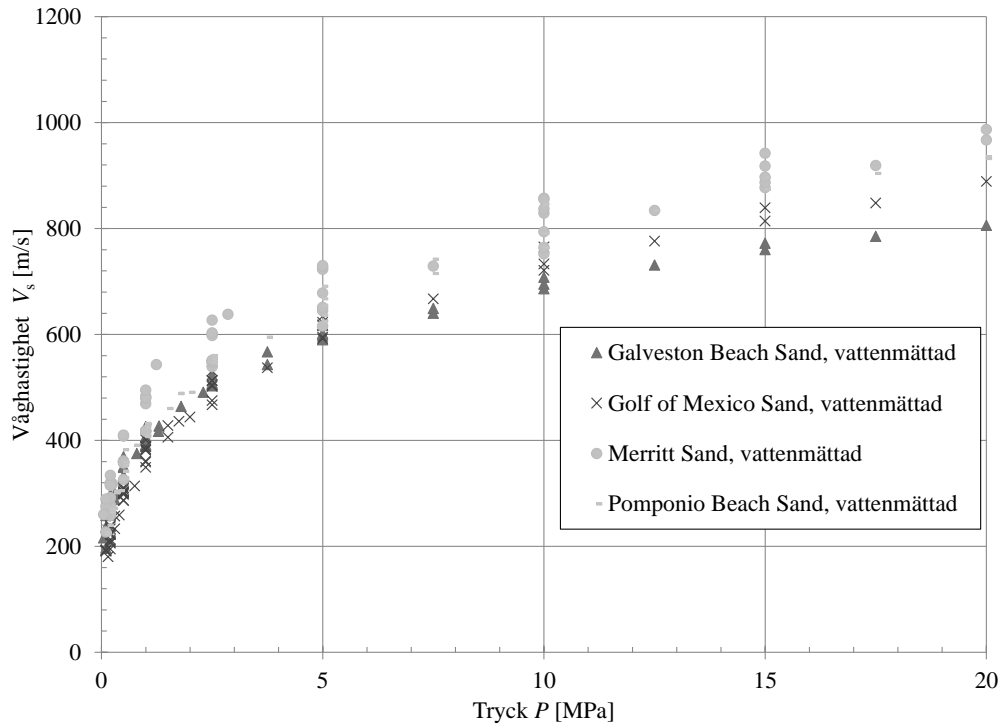
Utgående från av Zimmer (2003) redovisade mätdata som påvisar tydligt i hur tryckberoende skjuvvågor och tryckvågor är. I figur 5:4n redovisas skjuvvågor V_s för torra sandprover som funktion av tryck P . Vid tryck nära eller lika med noll så har till exempel det torra Gulf of Mexico-sandprovet skjuvvågshastighet på runt 130 m/s. När trycket ökar till omkring 4 MPa så ökar V_s till 600 m/s. När det torra Gulf of Mexico-sandprovet utsätts för tryck på cirka 20 MPa så har V_s ökat till 1000 m/s. De andra torra sandproven som redovisas i figur 5:4n såsom Galveston Beach Sand, Merrit Sand, Pomponio Beach Sand följer samma trend plus att absolutvärdena är likartade.

När det gäller vattenmättade sandprov så visar mätdata från Zimmer (2003) att skjuvvågor fortfarande är kraftigt tryckberoende, se figur 5:4o. Om till exempel det vattenmättade provet för Galveston Beach Sand studeras så är V_s runt 200 m/s vid tryck nära lika med noll. Detta är ungefär samma resultat som de torra sandproverna för Galveston Beach Sand visade. När skjuvvågshastigheten jämförs mellan vattenmättat och torrt prov för Galveston Beach Sand så sjunker våghastigheten något med högre tryck när provet vattenmättats. Vid trycket 20 MPa har skjuvvågshastigheten sjunkit med cirka 100 m/s när provet vattenmättats, se figur 5:4p.

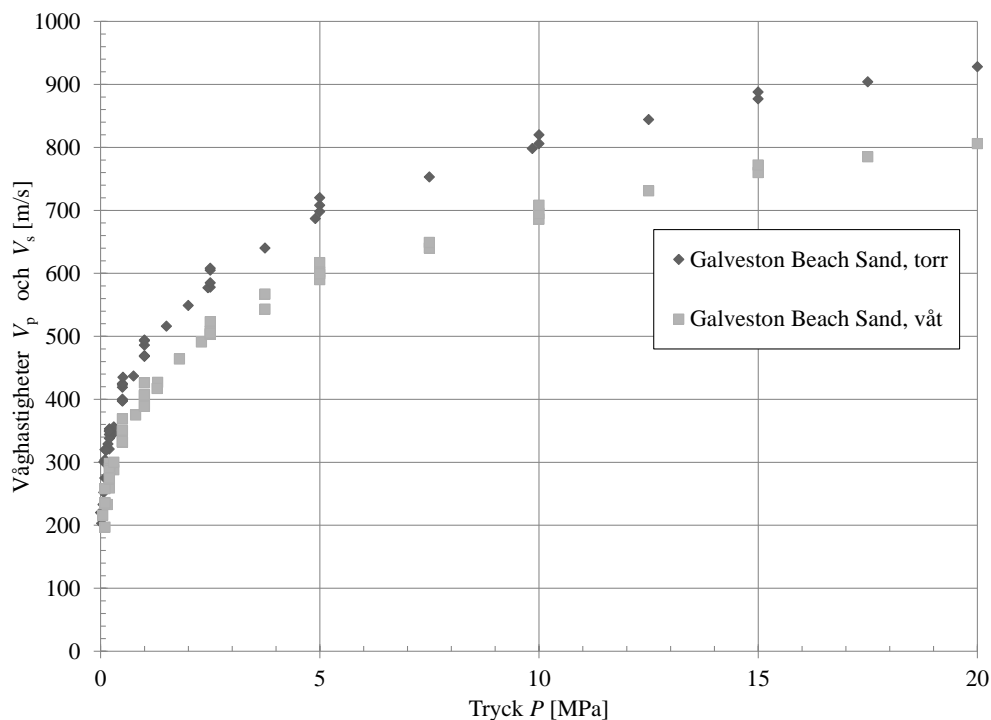


Figur 5:4n. Skjuvvåg V_s som funktion av tryck för olika torra sandprover. Källa till mätdata Zimmer (2003).

Markstövåg



Figur 5:4o. Skjuvvåg V_s som funktion av tryck för olika vattenmättade sandprover. Källa till mätdata Zimmer (2003).

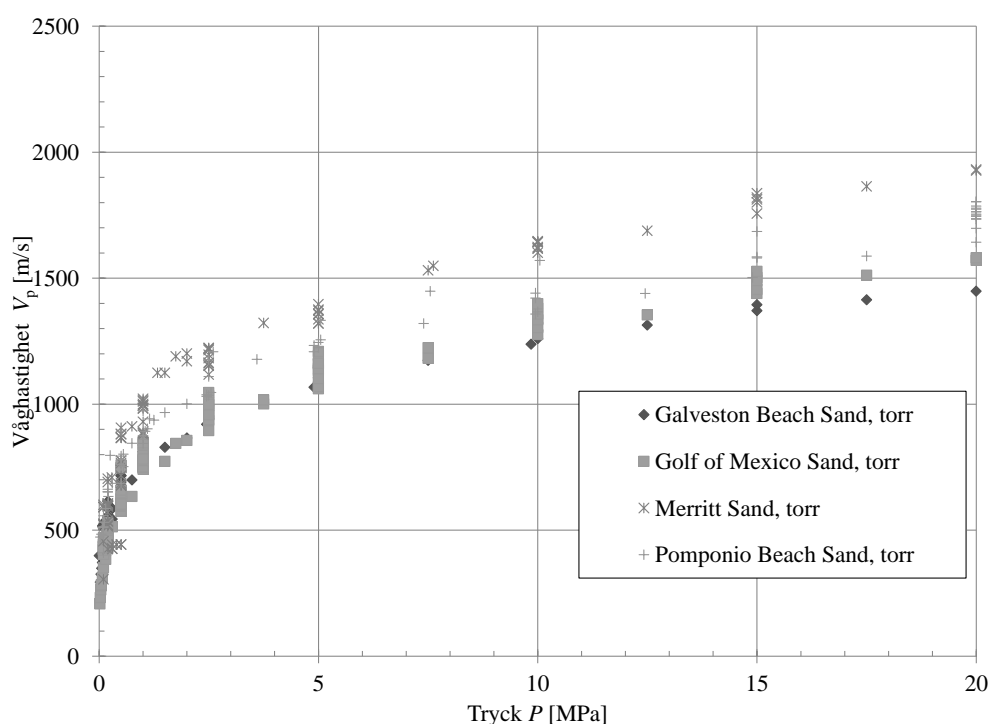


Figur 5:4p. Skjuvvåg V_s som funktion av tryck för olika torrt och vattenmättat Galveston Beach-sandprover. Källa till mätdata Zimmer (2003).

Mätta tryckvågor V_p som funktion av tryck för torra sandprover visar samma tydliga tryckberoende, se figur 5:4q. För det torra sandprovet av Gulf of Mexico Sand så är V_p runt 200 m/s vid tryck nära lika med noll. När trycket ökas till strax under 4 MPa för det torra sandprovet av Gulf of Mexico Sand så har V_p ökat till cirka 1000 m/s. Vid trycknivåer runt 20 MPa så har V_p

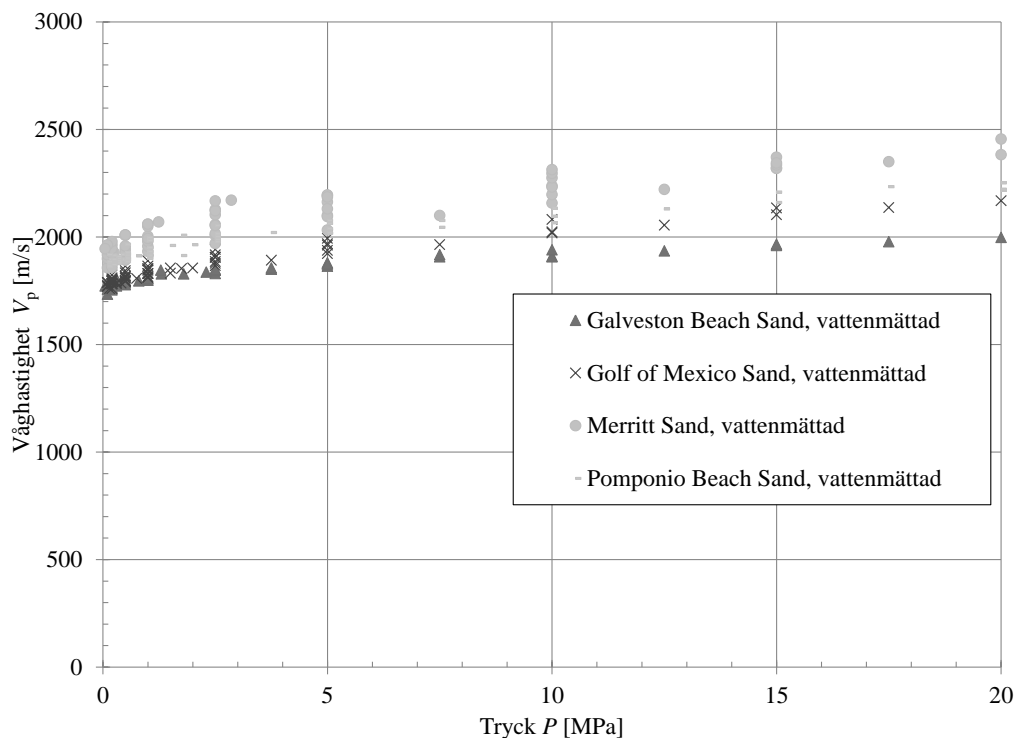
ökat till cirka 1600 m/s. För de vattenmättade proven så återfinns inte samma tryckberoende för V_p , mycket på grund av att vatteninnehållet har ökat V_p även för tryck nära noll MPa, se figur 5:4r. Till exempel så visar mätresultaten att den vattenmättade Golf of Mexico-sanden har ett V_p på cirka 1760 m/s vid tryck nära noll MPa. Tryckvågshastigheten V_p ökar endast marginellt när trycket i provet har höjts till 20 MPa, nämligen till 1823 m/s.

Jämförs nu V_p och V_s för torrt Galveston-sandprov så är formen på tryckberoendet liknande, se figur 5:4s. Samma form återfinns för de andra torra sandproven med, se även figur 5:4t som visar samma jämförelse för ett torrt Golf of Mexico-sandprov.

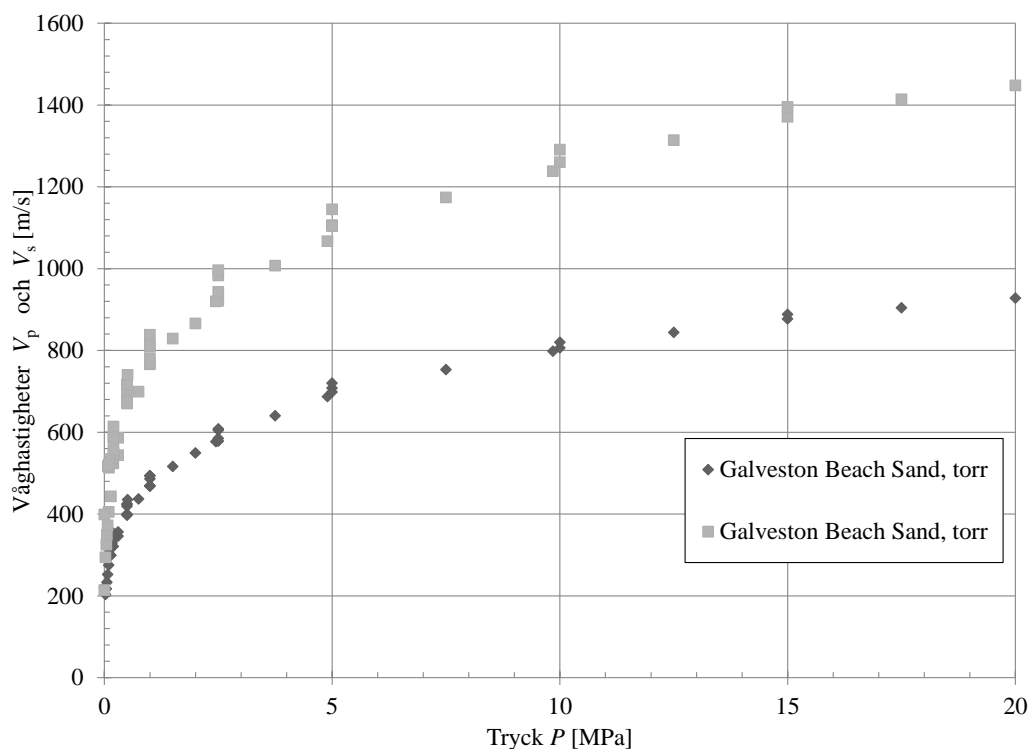


Figur 5:4q. Tryckvåg V_p som funktion av tryck för olika torra sandprover. Källa till mätdata Zimmer (2003).

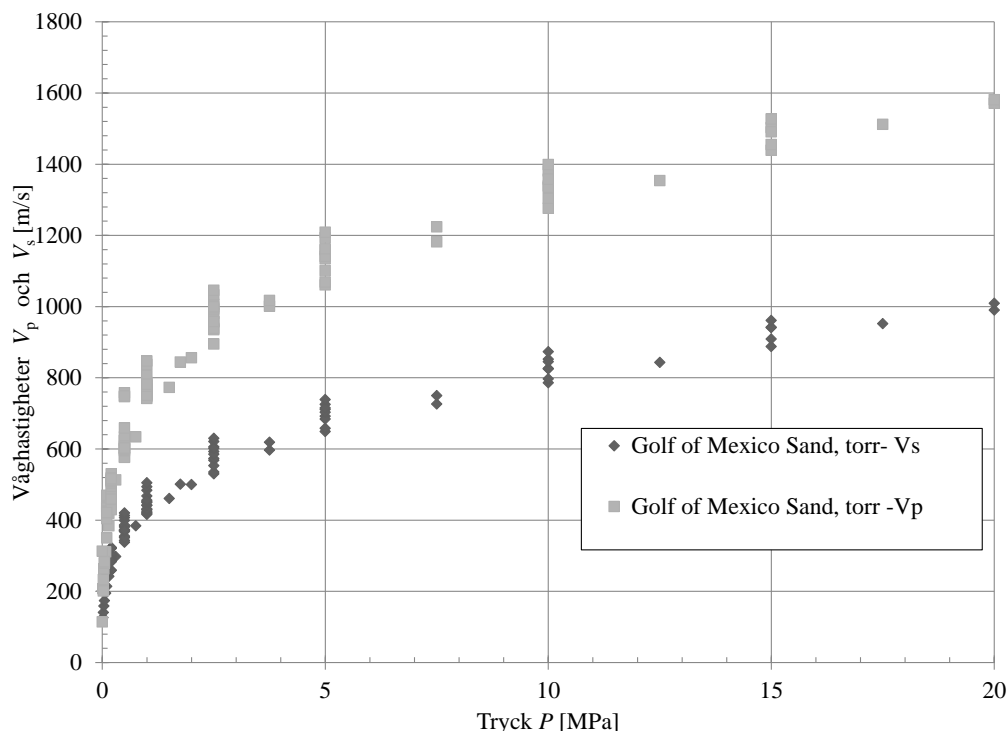
Markstövåg



Figur 5:4r. Tryckvåg V_p som funktion av tryck för olika vattenmättade sandprover. Källa till mätdata Zimmer (2003).



Figur 5:4s. Tryckvåg V_p och skjuvvåg V_s som funktion av tryck för torrt Galveston Beach-sandprov. Källa till mätdata Zimmer (2003).

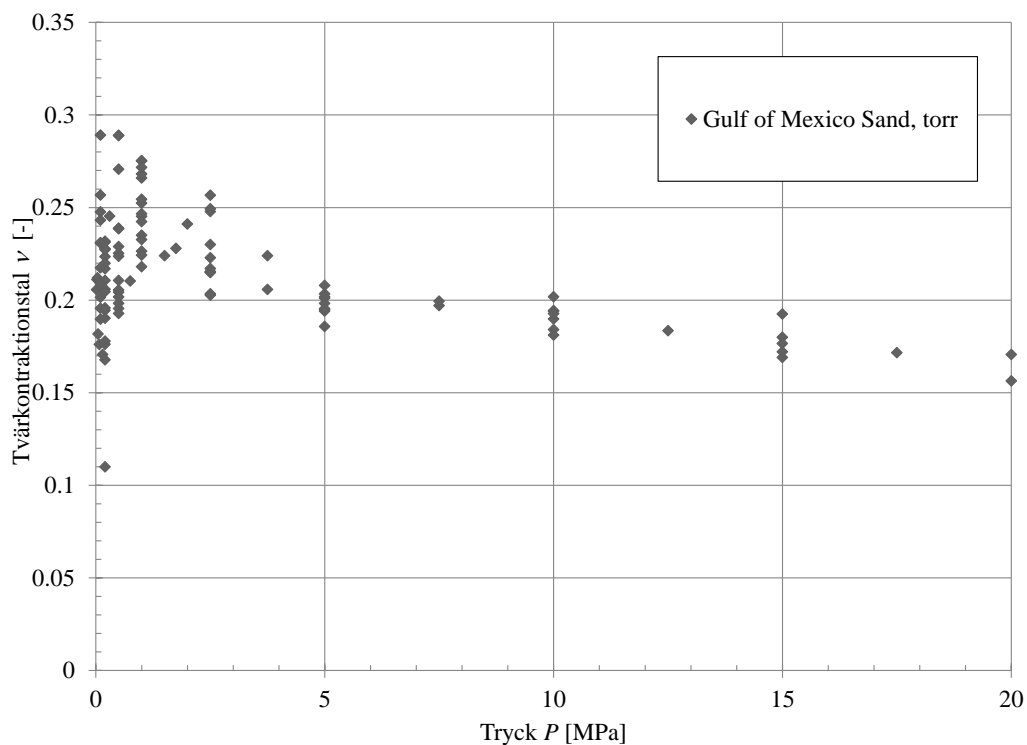


Figur 5:4t. Tryckvåg V_p och skjuvvåg V_s som funktion av tryck för torrt Galveston Beach-sandprov. Källa till mätdata Zimmer (2003).

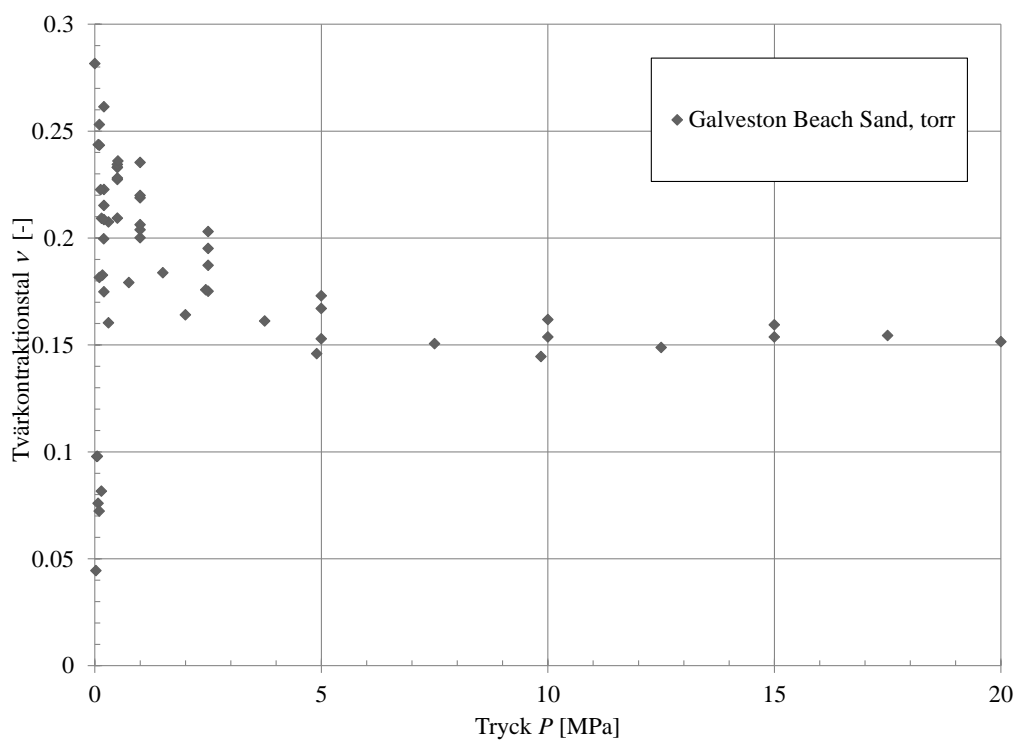
I figur 5:4u har tvärkontraktionen ν beräknats ut med hjälp av uppmätta våghastigheter enligt ekvation (5:4v). Figuren visar att för låga tryck varierar tvärkontraktionen en del, $0,1 < \nu < 0,3$. För högre tryck såsom större än 5 MPa så minskar variationen och ν sjunker från 0,2 till 0,15 när trycket har ökas till 20 MPa. Liknande tendens har även den torra Galveston Beach Sand, se figur 5:4v. Skillnaden är att för tryck högre än 5 MPa så är ν tämligen konstant runt 0,15. När fler torra sandprovers tvärkontraktion jämförs så visar de flesta liknande beteende och tvärkontraktionen vid 20 MPa varierar mellan $0,1 < \nu < 0,3$, se figur 5:4x. Liknande densitetsberoende för tvärkontraktionen kan ej utrönas för de torra sandproven Galveston Beach Sand och Golf of Mexico Sand, se figur 5:4y.

För de vattenmättade sandproverna är tvärkontraktionen väldigt lik i alla proverna, se figur 5:4z. Vid tryck nära noll MPa är ν ungefär lika 0,5 och sjunker till 0,4 när trycket ökar 20 MPa.

Markstövåg

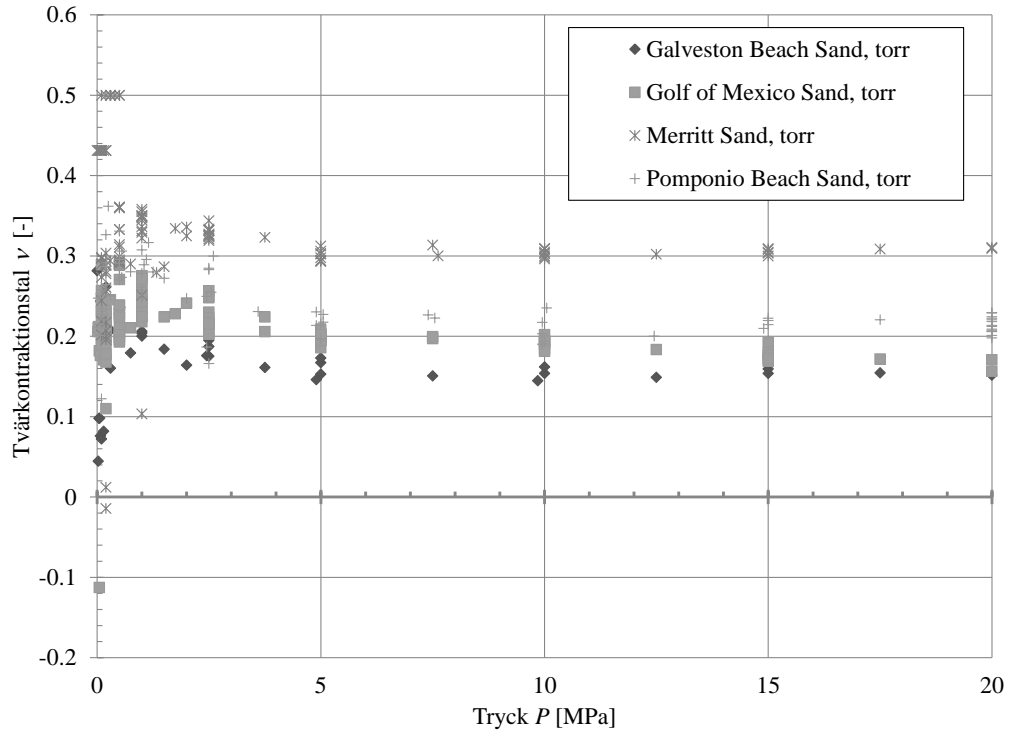


Figur 5:4u. Tvärkontraktionstalet ν som funktion av tryck för torrt Gulf of Mexico-sandprov. Källa till mätdata Zimmer (2003).

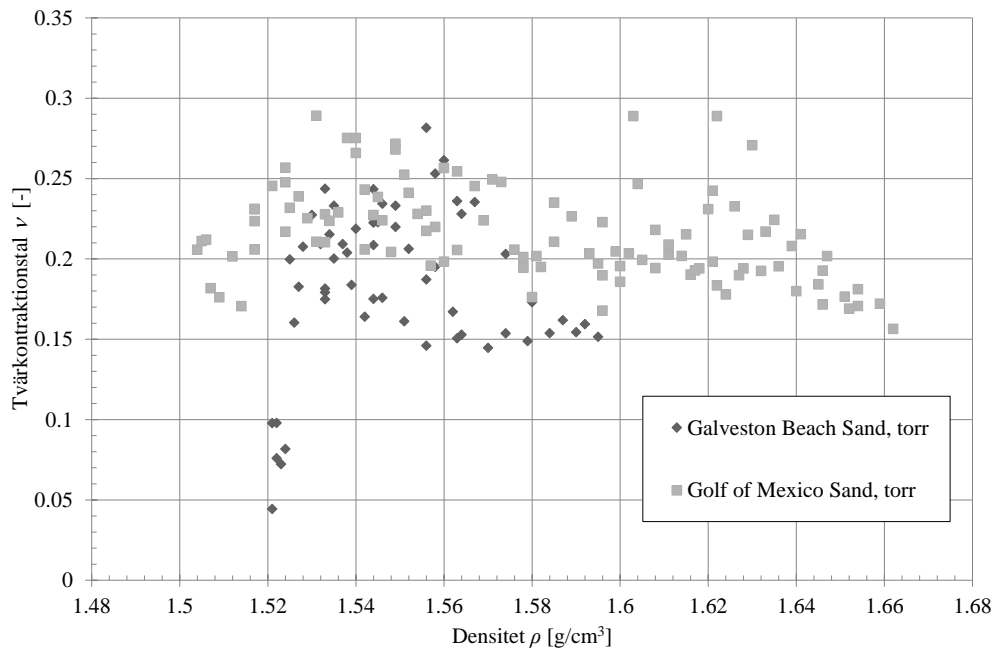


Figur 5:4v. Tvärkontraktionstalet ν som funktion av tryck för torrt Galveston Beach-sandprov. Källa till mätdata Zimmer (2003).

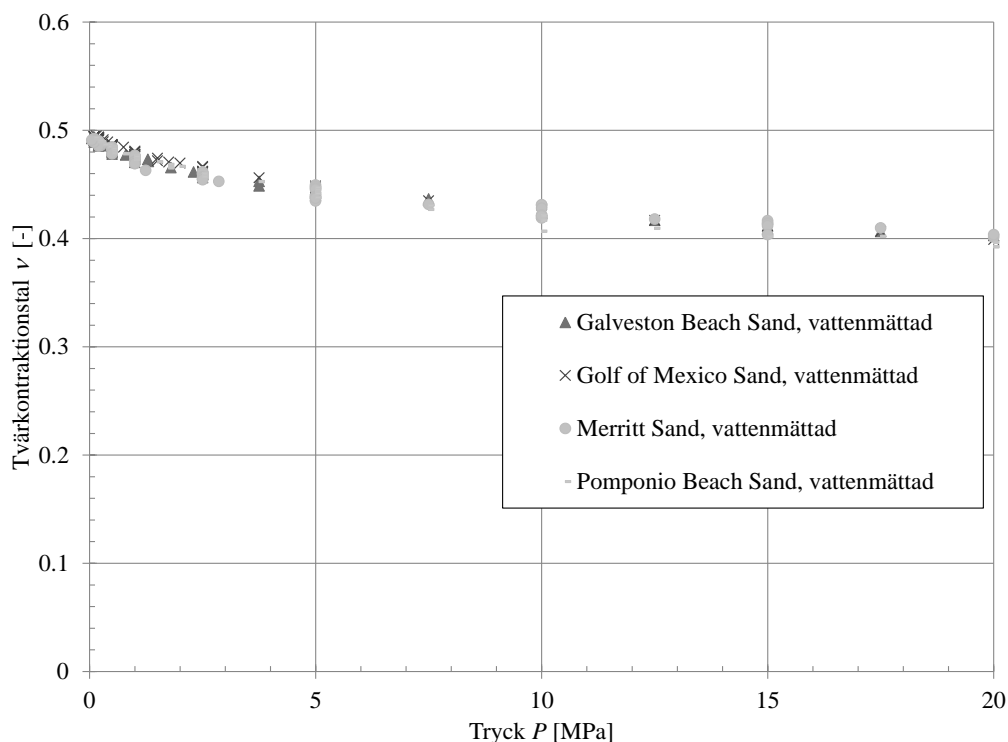
Markstövåg



Figur 5:4x. Tvärkontraktionstalet ν som funktion av tryck för torra sandprover. Källa till mätdata Zimmer (2003).

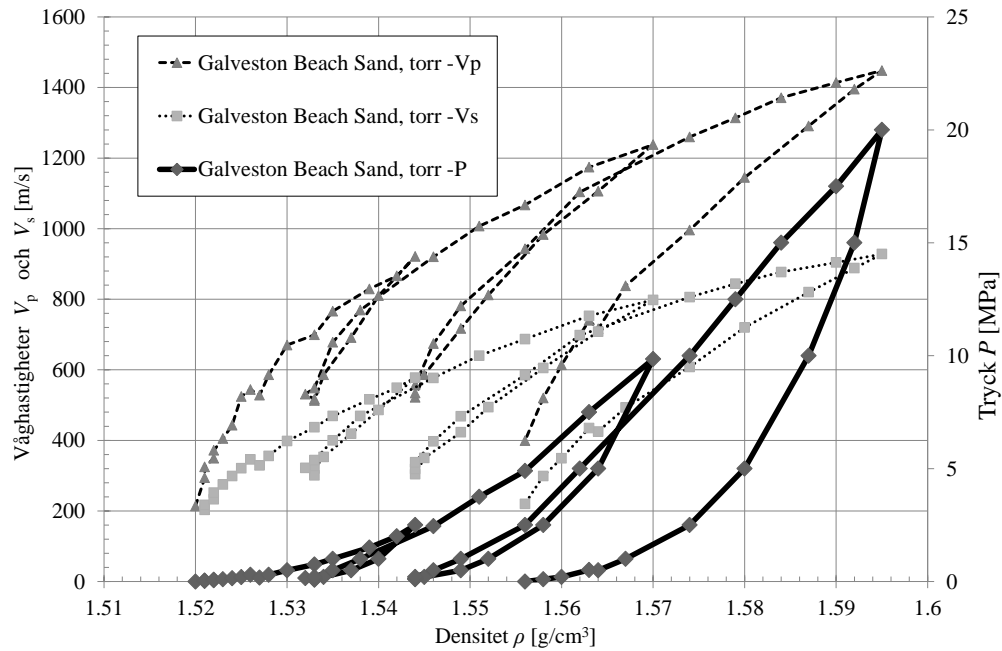


Figur 5:4y. Tvärkontraktionstalet ν som funktion av densitet för två torra sandprover. Källa till mätdata Zimmer (2003).



Figur 5:4z. Tvärkontraktionstalet v som funktion av tryck för vattenmättade sandprover. Källa till mätdata Zimmer (2003).

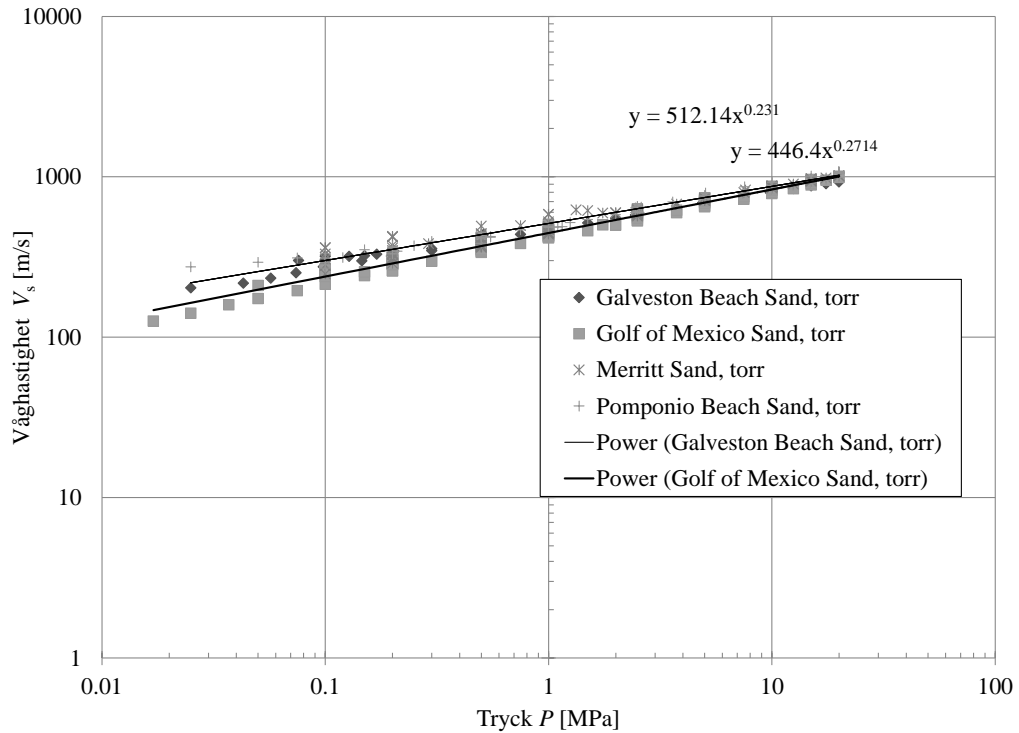
För att reflektera över föregående kapitel om tillståndsekvationen och hur den elastiska våghastigheten för avlastning inte bara varierar med densiteten utan också av trycket så är det enkelt att påvisa detta med Zimmers (2003) mätresultat. I figur 5:4za redovisas mättningsresultat hur tillståndsekvationen skulle se ut för det torra Galveston Beach-sandprovet, heldragen svart linje i figur 5:4z. Jämför vi vad tryckvågen V_p är vid en viss densitet, säg till exempel vid $1,57 \text{ g/cm}^3$, så visar mätningarna att V_p , se streckad linje med trianglar i figuren, uppvisar två värden, ett lite högre när tillståndsekvationen pålastas och ett lägre när tillståndsekvationen slutligen avlastats från trycket 20 MPa till runt 2 MPa. Samma tendens med två olika värden visar även skjuvvågen V_s , se streckad linje med kvadrater i figuren.



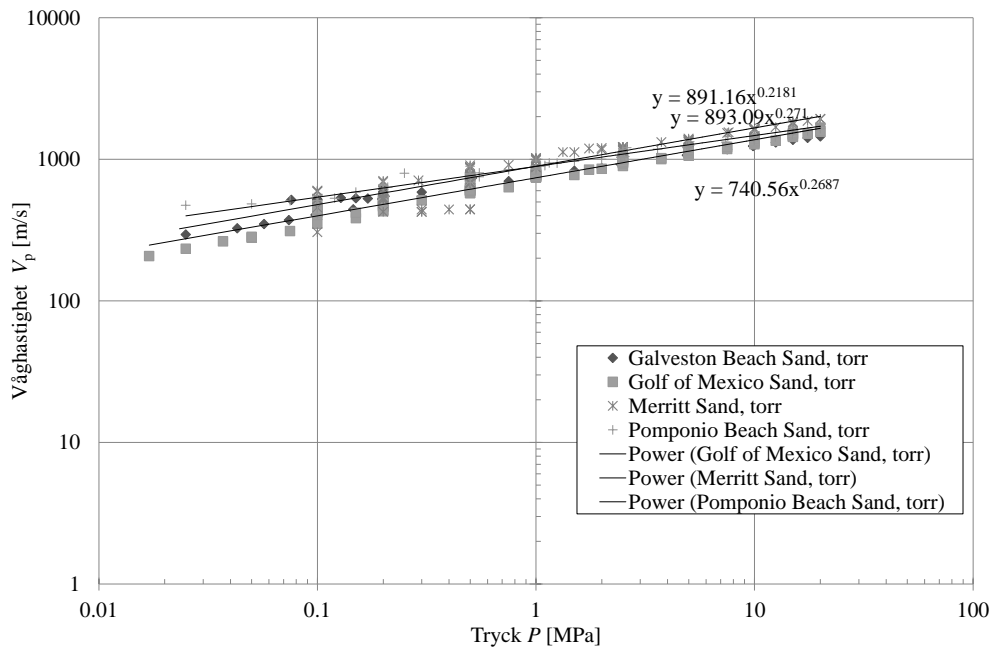
Figur 5:4za. Sammanställning av Zimmer (2003) av hur tryckvåg V_p och skjuvståg V_s varierar med densiteten under på och avlastning av trycket P .

Sammanfattningsvis så visas i Zimmer (2003) att skjuvstågor, V_s , i okonsoliderad torr sand har en proportion till tryck som motsvarar $V_s \propto P^{1/4}$ samt att den elastiska tryckvågen har något lägre proportionalitet $V_p \propto P^{0.22}$. Dessa proportionaliteter påvisades experimentellt för tryckintervallen 0,1 MPa till 20 MPa. I log-log skala så syns dessa samband tydligt. I figur 5:4zb så redovisas trendlinje med formen $V_s = P^a$. Där det upphöjda talet blir runt 0,25, vilket är vad Zimmer (2003) kom fram till. Liknande trendlinjer redovisas i figur 5:4zc för tryckvågen V_p i log-log skala.

Markstövåg



Figur 5:4zb. Skjuvvåg V_s som funktion av trycket P i log-log skala.



Figur 5:4zc. Tryckvåg V_p som funktion av trycket P i log-log skala.

Dessa mätresultat som tagits fram i Zimmer (2003) är viktiga om man ska ta fram hur materialet beter sig när det befinner sig innanför flytytan. Dessa eller liknande mätdata skulle mycket väl kunna användas för att bygga upp en generell skjuvhållfasthet och skjuvvågshastighetsmodell för jordar.

5:41 *Draghållfastheten*

Lösa jordar har generellt endast liten eller ingen bindningskraft mellan de fasta partiklarna i jorden. Därmed finns endast en obetydlig kapacitet att ta rena dragkrafter i jorden. Därför kan draghållfastheten antas vara låg hos lösa jordarter. I explicita finita elementberäkningar kan ett mycket lågt värde ansättas såsom föreslås i artikeln för torr Sjöbo Sand, se Laine och Sandvik (2001).

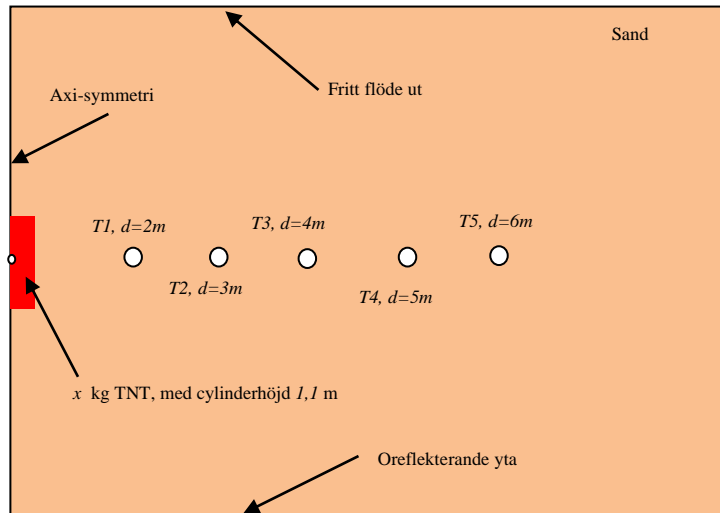
6 Metod för framtagning av EOS

6:1 Översikt

I det här kapitlet ges en inblick i vilken typ av provning som lämpar sig för att ta fram en EOS för lösa jordar. I avsnitt 6:2 visas provning med hänsyn till låga tryck, mindre än 100 MPa, och i avsnitt 6:3 provning för att ta fram EOS för höga tryck, högre än 100 MPa.

Kvasistatiska triaxiella provningar har till exempel utförts på sand från Sjöbo, se Heyerdahl och Madshus (2000). En nackdel med dessa provningar är att de endast ger tillförlitliga materialdata för svaga stötståg, vilket innebär att de fungerar för att prediktera stötståg som inte är i direkt närhet av den detonerade laddningen. För en mer precis prediktering av stötstågen i närheten av den detonerade laddningen behövs kompletterande provning för att få data för högre tryck- och temperaturnivåer på Hugoniotkurvan.

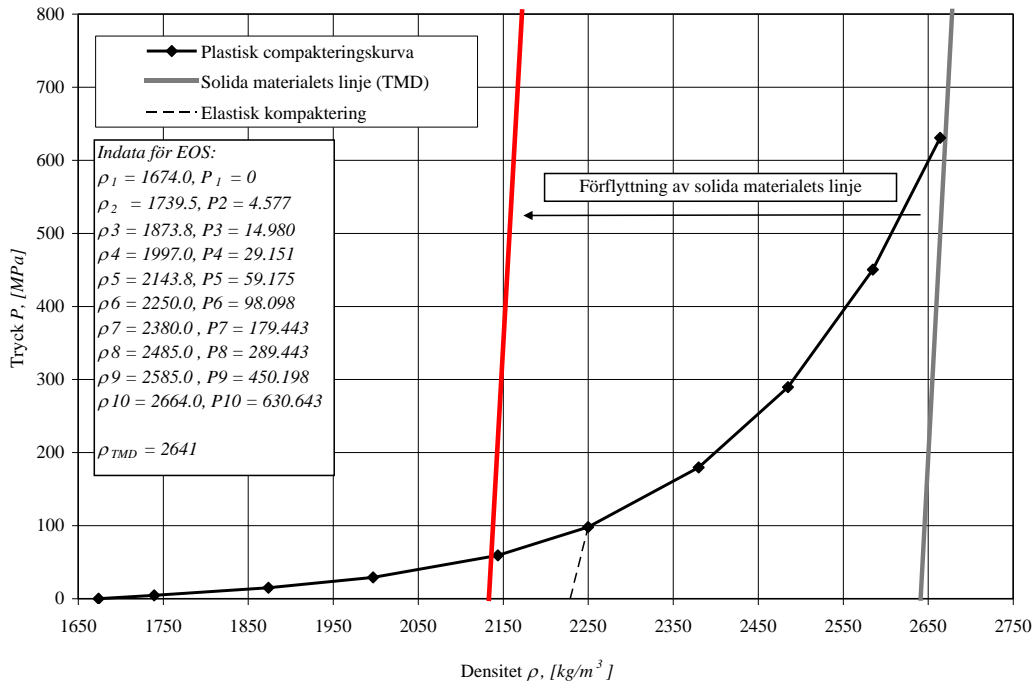
Följande finita element-exempel illustrerar vilken betydelse tillförlitliga data för tillståndsekvationen har för höga tryck vid analyser av markstötståg. I figur 6:1a visas den axisymmetriska modell som användes för studien. Laddningsvikten x kg TNT varierades som 125, 250, 500 kg. I finita elementprogrammet Autodyn, se Century Dynamics (2003), användes Euler-lösare med elementstorleken 10 mm efter känslighetsstudie av elementstorlekarna 20, 15, 10, 7,5, och 5 mm. I randen i övre delen av modellen tillåts material ha fritt flöde ut, vilket representerar att jorden kan kastas ut i luften. I nedre delen av modellen valdes en oreflekterande rand. Detta motsvarar att det finns homogent jordmaterial nedåt. Laddningens energifrigörelse simuleras med en känd tillståndsekvation för detonerande sprängämnen. Sprängämnets snabba frigörelse är vad som senare resulterar i en markstötståg i sanden. I olika mätpunkter horisontellt placerade från laddningen mättes tryck, impulstäthet, och partikelhastighet.



Figur 6:1a. Axisymmetrisk modell för att studera betydelsen av tillförlitlig data för tillståndsekvationen för sand. T1-T5 är olika mätpunkter i jordmaterialet där tryck P , impuls I , och partikelhastighet U_p , registrerades i finita elementnätet.

Två olika tillståndsekvationer för sand användes i studien, se figur 6:1b. Den första är data framtagna med hjälp av triaxiella kvasistatiska prover upp till 60 MPa i tryck, se Heyerdahl och Madshus (2000). Därefter har endast en polynom Anpassning gjorts för att sammanföra den plastiska kompakteringskurvan med det solida materialets linje. Det solida materialets linje beskriver hur sandmaterialet beter sig när all porvolym har kompakterats bort. Det betyder att det ligger osäkerhet i hur den plastiska kompakteringskurvan ser ut för tryck mellan 60 MPa till 10 GPa, vilka är trycknivåer som uppstår i närheten av laddningen. För att illustrera osäkerheten parallellförflyttas den solida kompakteringskurvan enligt figur 6:1b, se röd linje. Det solida materialets lutning $\Delta P/\Delta \rho$ hölls därmed konstant i analyserna. Skjuvhållfasthet och skjuvmodul hölls oförändrade i analyserna.

Markstövåg



Figur 6:1b. Tillståndsekvation för sand enligt Laine och Sandvik (2001), samt hur det solida materialets linje förflyttas för att illustrera osäkerheten i den plastiska kompakteringskurvan för tryck över 60 MPa.

I tabell 6:1a redovisas procentuell ökning av tryck, partikelhastighet och impuls när effekten av de olika tillståndsekvationerna jämförs i mätpunkterna T_1 - T_5 , placerade på avstånden 2, 3, 4, 5 och 6 m från laddningen.

Tabell 6:1a. Resultat från analyserna redovisade som procentuell ökning av markstövågens tryck, partikelhastighet, och impuls vid mätpunkterna T_1 - T_5 . Procentberäkningen utgår från ursprunglig tillståndsekvation och jämförs med förflyttad tillståndsekvation enligt figur 6:1b.

Mätpunkt, avstånd	Laddningsvikt [kg]	Tryck-ökning P [%]	Partikelhastighet U_p [%]	Impuls-ökning [%]
T_1 , 2 m	125	15	15	3
	250	18	17	5
	500	19	15	0,5
T_2 , 3 m	125	11	11	3
	250	15	15	5
	500	15	13	3
T_3 , 4 m	125	8	8	4
	250	12	12	5
	500	13	12	4
T_4 , 5 m	125	8	7	3
	250	10	10	6
	500	10	10	4
T_5 , 6 m	125	7	7	3
	250	9	9	6
	500	8	8	5

Tabell 6:1a visar att tryck, partikelhastighet, samt impuls ökar när den modifierade tillståndsekvationen används. Däremot ändras inte den procentuella ökningen nämnvärt av att laddningsvikten ökas från 125 kg till 500 kg TNT. I medeltal ökar trycket med 12 procent, partikelhastighet 11 procent, och impuls 4 procent oavsett mätpunkt och laddningsvikt. Detta gäller för sand-exemplet. Värt att notera att med ökat avstånd minskar den procentuella ökningen av partikelhastighet och tryck, vilket visar att när trycken väl sjunker under 60 MPa så blir resultaten mindre påverkade av en felaktig tillståndsekvation för höga tryck.

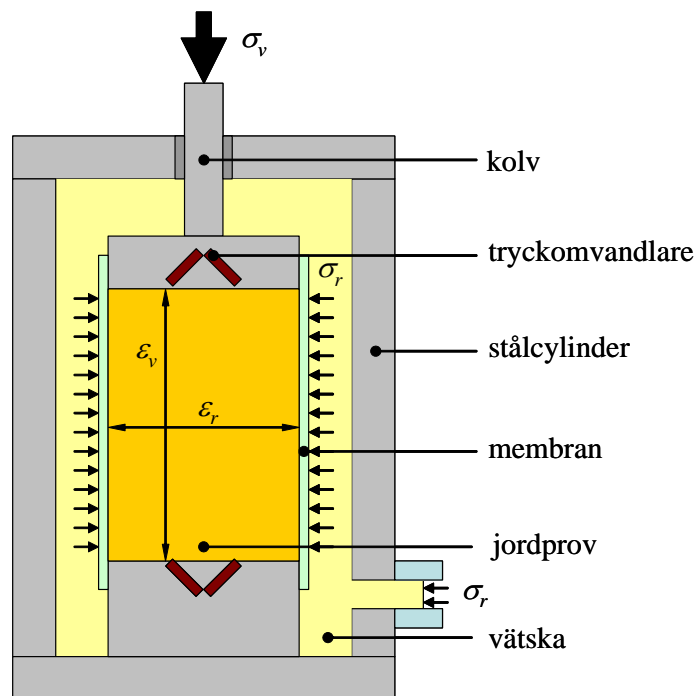
Därmed finns det anledning att ta fram tillståndsekvationen även för högre tryck. Speciellt om finita elementanalyserna ska vara tillförlitliga även nära laddningen, säg ett skalat laddningsavstånd under $R < 1 \text{ m/kg}^{1/3}$, exempelvis $R = r/W^{1/3} = 5 / 125^{1/3} = 1 \text{ m/kg}^{1/3}$.

6:2 Provning lämpad för låga tryck

Provning för att ta fram EOS för låga tryck är en nödvändighet för att kunna utföra tillförlitliga finita elementberäkningar av markstötståg där stötstågen har spridit sig en bit från laddningen. Med låga tryck menas här tryck under och runt 100 MPa. Vanliga triaxiella prover av jord görs ofta bara upp till två MPa vilket är fullt tillräckligt ur bygg- och anläggningssynpunkt. Men dessa prover bör kompletteras med provning till runt 100 MPa för att få en bra bild av hur EOS varierar för stötstågsbelastning.

Tidigare har provning utförts på sand från Sjöbo, vilket ligger i anslutning till en räddningscentral, se Heyerdahl och Madshus (2000). Från borrh-proverna mättes skrymdensiteten till $\rho = 1674 \text{ kg/m}^3$ samt korndensitet $\rho_k = 2650 \text{ kg/m}^3$. Vatteninnehållet var $\omega = 6,57 \%$ och kornfördelningen var $C_u \approx 2$.

Triaxiell provning är en vanlig och grundläggande provning inom geoteknik. figur 6:2a visar en schematisk bild hur en sådan provutrustning kan se ut. Ett cylindriskt jordprov med typiska mått 38-80 mm i diameter och höjden cirka två gånger diametern kapslas in i ett gummimembran omgiven av en vätska. Vertikal spänning σ_v påförs med hjälp av en kolv, den radiella spänningen σ_r påförs med hjälp av det hydrostatiska trycket σ_r från vätskan som regleras med hjälp av en pump.



Figur 6:2a. Triaxiell provningsutrustning av jord. Tryckomvandlare (piezoelektriska) användes för att skapa longitudinell och skjiv- elastiska vågor i jordprovet.

Standardutrustningen för jord klarar hydrostatiska tryck upp till runt 2 MPa och därför behöver mätningar kompletteras med en kraftigare provningsutrustning. I proverna som utfördes i Heyerdahl H. och Madshus C. (2000) användes provutrustning för bergprover. Denna provutrustning lämpar sig väldigt bra för tryck upp till och runt 100 MPa.

Första delen av själva provserien går till på följande sätt. Först pålastas och avlastas provkroppen med $\sigma_v = \sigma_r$ till olika spänningsnivåer. Det hydrostatiska trycket bestäms av följande ekvation

$$P = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} = \frac{\sigma_v + 2\sigma_r}{3} \quad (6:2a)$$

där σ_1 , σ_2 , och σ_3 är första andra och tredje huvudspänningen. I dessa prover har vi ett cylindriskt lastfall vilket ger $\sigma_1 = \sigma_v$ och $\sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_r$. Nivån P där $\sigma_v = \sigma_r$ ökas gradvis för att få så mycket information som möjligt om jordens EOS. Under provet mäts också vertikal töjning ε_v , och radiell töjning ε_r . Begreppet töjning beskrivs närmare i bilaga C. Med hjälp av dessa töjningar kan volymetrisk töjning beräknas enligt

$$\varepsilon_{vol} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = \varepsilon_v + 2\varepsilon_r \quad (6:2b)$$

Den aktuella densiteten fås ut genom konserveringslagen av massa

$$\rho_0 V_0 = \rho_n V_n \quad (6:2c)$$

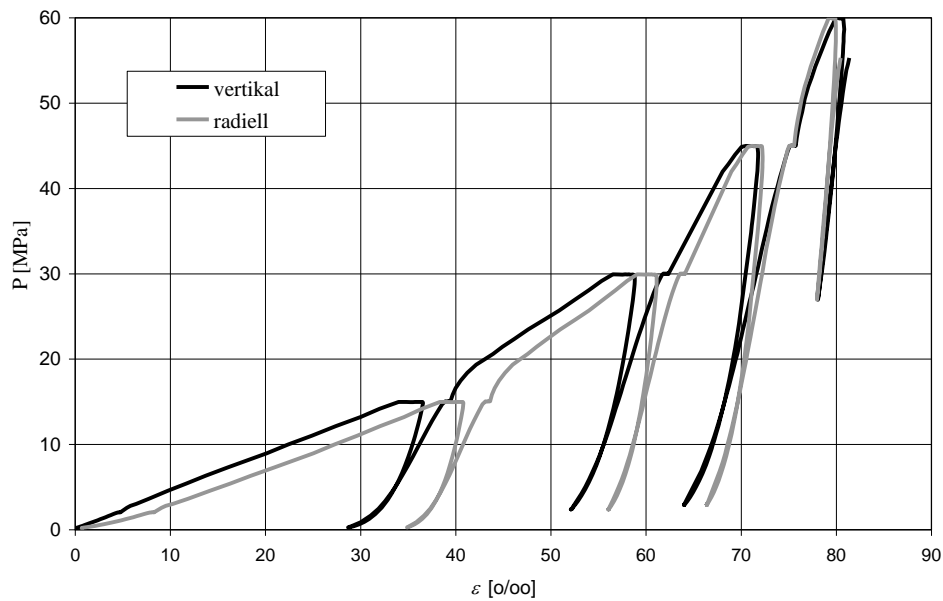
Där ρ_0 och V_0 är initiell densitet och volym och ρ_n är densiteten vid den komprimerade volymen V_n . Volymförändringen kan då beräknas med hjälp av tøjningarna vilket då ger densiteten vid aktuell volym enligt

$$\frac{V_0}{V_n} = \frac{l\pi r^2}{l(1-\varepsilon_v)\pi((1-\varepsilon_r)r)^2} \quad (6:2d)$$

Ekvation (6:2d) insatt i ekvation (6:2c) ger slutligen

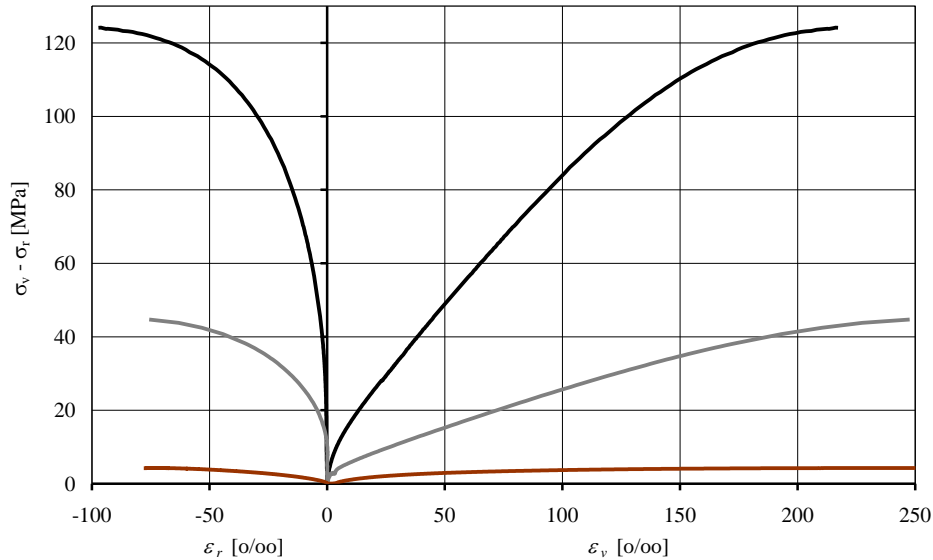
$$\rho_n = \frac{\rho_0}{(1-\varepsilon_v)(1-\varepsilon_r)^2} \quad (6:2e)$$

Typiska resultat från sandprovningen när $\sigma_v = \sigma_r$, visas i figur 6:2. Denna provning ger en god bild av jordmaterialets EOS för låga tryck. Vi får enkelt fram Hugoniotkurvan som trycket P som funktion av densitet ρ för jordmaterialet genom att följa den plastiska kompaktering som jorden upplever vid den isotropiska pålastningen. Under avlastning fås en bild av hur materialet har kompakterats och hur dess elastiska våghastighet varierar med trycket.



Figur 6:2b. Triaxiell provning av sand från Sjöbo där trycket P varierades till 0, 15, 0, 30, 0, 45, 0, och 60 MPa. Trycket redovisas som funktion av vertikal respektive radiell ingenjörstøjning.

Efter att första delen av provningen är klar utförs skjuvprov där radiell spänning σ_r hålls konstant på olika nivåer. Detta prov ger svar på hur flytgränssytan och plasticiteten varierar hos jordmaterialet för olika trycknivåer. Figur 6.2c visar skjuvresultat från sandprovningen.



Figur 6.2c. Triaxiell skjuvprovning av sand från Sjöbo. Radiell spänning σ_r hölls konstant till 2 MPa (röd linje), 20 MPa (grå linje), och 60 MPa (svart linje). Den vertikala spänningen σ_v ökades successivt tills kollaps uppstod.

Flytgränssytan brukar beskrivas med hjälp av spänningsdeviatororns andra invariant J_{2D} vilken definieras som

$$J_{2D} = \frac{1}{6} \left((\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right) = \frac{2}{6} \cdot (\sigma_v - \sigma_r)^2 \quad (6:2f)$$

vanligtvis som indata till materialmodeller ges spänningsdifferensen

$$\sqrt{3J_2} = \sigma_v - \sigma_r \quad (6:2g)$$

vilken då ges som funktion av det aktuella tryck som provkroppen har. I det cylindriska fallet kan vi se att detta blir vertikal spänning minus radiell spänning, se ekvation (6:2g). En kortfattad beskrivning av spännings- och töjningstensorer ges i bilaga C. En bra referens om materialmodellering med fokus på jordmaterial är Desai och Siriwardane (1984). Framtagning av EOS som tryck som funktion av logaritmisk volymetrisk töjning och flytyta med plasticering för sanden förklaras i Laine (2000:3).

I tillägg utfördes även mätning av de elastiska vågorna, longitudinell våg och skjuvvåg, i jordmaterialet under olika trycktillstånd. Detta gjordes för proverna som utfördes i bergprovningstrustningen. Dessa utfördes med hjälp av tryckomvandlare som placerades enligt figur 6.2a. Två tryckomvandlare placerades i 45 graders lutning, med inbördes vinkel på 90 grader, mot änden av sandprovet. Med hjälp av superposition kunde därmed en någorlunda ren longitudinell våg respektive skjuvvåg skapas. Dessa kan användas för att karaktärisera elastiska vågegenskaper under olika tryck- och densitetstillstånd. Tryckvågshastigheten V_p relaterar till ödometermodulen M och densiteten ρ enligt

Markstötståg

$$V_p = \sqrt{\frac{M}{\rho}} \quad (6:2h)$$

Skjuvvågen relaterar till skjuvmodulen G enligt:

$$V_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (6:2i)$$

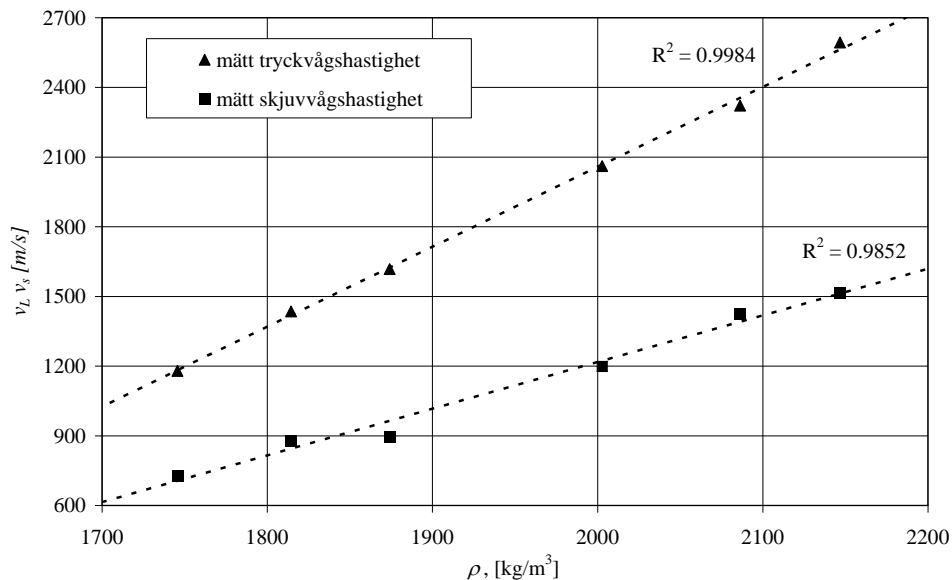
Från de mätta vågorna kan tryckvågen c beräknas för ett isotropiskt och homogent material enligt

$$c = \sqrt{V_p^2 - \frac{4}{3} \cdot V_s^2} \quad (6:2j)$$

Vilken relaterar till kompressionsmodulen K enligt

$$K(\rho) = \rho \cdot c^2. \quad (6:2k)$$

Mer detaljerad beskrivning av de olika modulerna och elastiska vågorna återfinns i bilaga D. I figur 6:2d visas hur dessa vågor varierar med ökad densitet, värden är återgivna för maximalt tryck vid aktuell densitet. Vi kan observera att våghastigheterna mätt vid maximalt tryck för aktuell densitet ökar så gott som linjärt under provningen, där skjuvvågen har en svagare lutningskoefficient. Detta är av intresse för materialmodellen som Moxnes *et al.* (1999) gjorde för porösa material. Där anges nämligen elastisk avlastningsvåg c som funktion av densitet.



Figur 6:2d. Triaxiell skjuvprovning av sand från Sjöbo. Mätning av tryckvåg v_p och skjuvvåg v_s under olika densiteter ρ vid maximalt tryck.

Den elastiska av- och pålastningen kan beskrivas med hjälp av följande relation

$$P = c^2(\rho) \cdot \rho \quad (6:21)$$

där c är en funktion av densiteten ρ . I Moxnes *et al.* (1999) beskrivs skjuvmodulen som funktion av densitet för porösa material med följande ekvation

$$G(\rho) = \rho \cdot v_s^2. \quad (6:2m)$$

Sålunda bidrar mätningarna av de elastiska vågorna till att karaktärisera jordmaterialet under olika tryck- och densitetstillstånd. En utförligare beskrivning av elastiska vågor, speciellt i jord, återges i Santamarina (2001). En kortfattad beskrivning av elastiska vågor ges i bilaga D.

I Laine och Sandvik (2001) visas hur EOS tas fram för Sjöbo-sand enligt materialmodellen som Moxnes *et al.* (1999) föreslår för porösa material. Tryck som funktion av densitet, samt hur kompressionsvåg och skjuvmodul varierar med densiteten, dessutom hur flytytan varierar med trycket beskrivs även i Laine (2002).

Materialmodellen som Moxnes *et al.* (1999) har tagit fram är en kraftig förenkling av hur de elastiska vågorna varierar för sand, se avsnitt 5:4 och mätresultat från Zimmer (2003). Dessa resultat visar att de elastiska vågorna inte bara beror på densiteten utan även på aktuellt tryck.

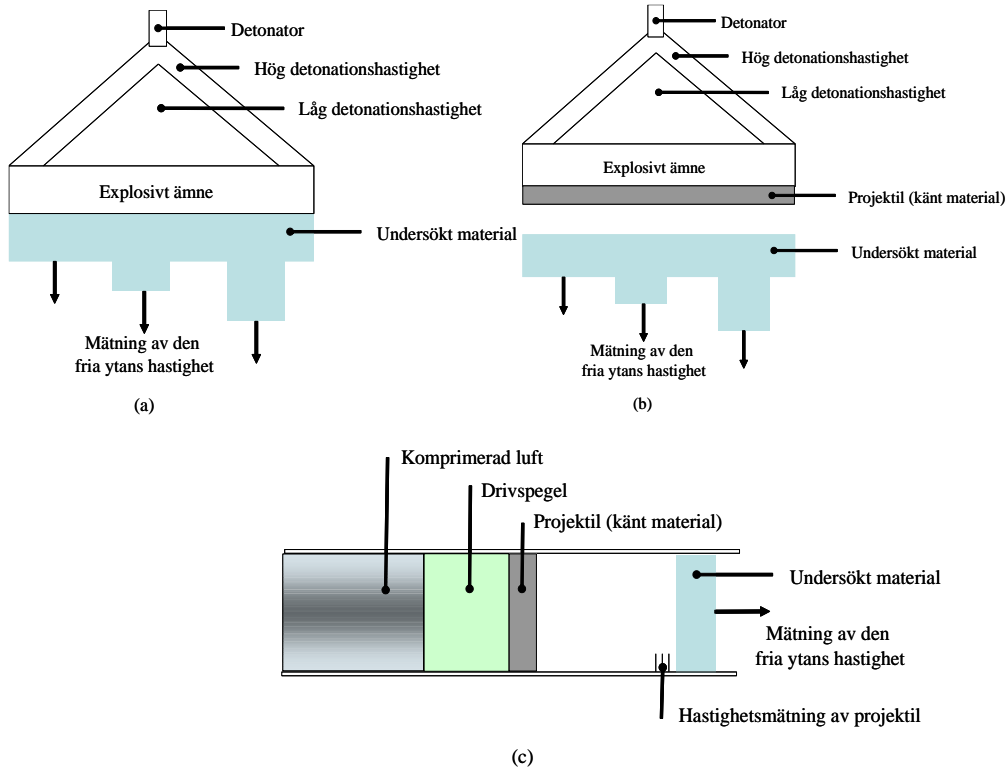
6:3 Proving lämpad för höga tryck

Det finns olika provningsmetoder som är mer eller mindre lämpliga beroende på vilket material som studeras. De flesta av dessa metoder går ut på att mäta en fri ytas hastighet U_{friyta} hos till exempel en vittnesplåt eller det studerade materialet själv. Man kan nämligen anta att den fria ytans hastighet är två gånger större än partikelhastigheten, vilket är ett känt villkor för fri avlastning av en stötståg i solida material, se exempelvis Meyers (1994). Detta kan skrivas som

$$U_{friyta} = U_p - U_r \quad (6:3a)$$

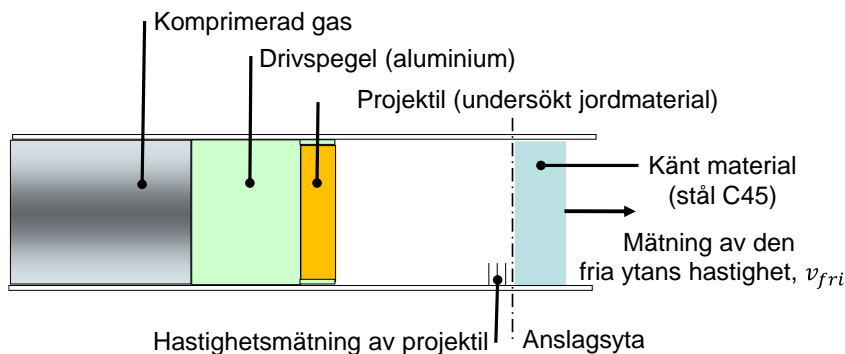
där U_r är den reflekterade vågen. I de första experimenten användes sprängmedel i direkt kontakt med det okända materialet för att skapa en stötståg i det undersökta materialprovet, vilket varierar i tjocklek. En annan metod är att sprängmedlet accelererar en stålplatta (känt material) mot det undersökta materialet. En senare version är att man använder en drivspegel med känt material framtill som accelereras av komprimerad luft inuti ett rör mot det undersökta materialet, se figur 6:3a.

Markstövåg



Figur 6.3a. Olika provningskonfigurationer för att kunna mäta den fria ytans hastighet. (a) Explosivämne i direkt kontakt. (b) Plan stöt driven av explosivämne. (c) Plan stöt med hjälp av komprimerad gas.

Dessa provningsmetoder fungerar bra för material som är någorlunda homogena och sammanhängande, såsom metalliska och keramiska material. För granulära och porösa material, såsom jord, behövs en annan provningskonfiguration. Detta för att mätningarna skall bli tillförlitliga. Om vi tar gaskanonen som exempel och försöker skjuta ett känt material mot ett lager av sand (undersökt material) så skulle det bara bli en skur av sand som baksidan skulle uppvisa och därmed blir det mycket svårt att mäta den fria ytans hastighet. Detta på grund av att granulära material ofta har låg eller ingen draghållfasthet. Ett sätt att undvika detta är att istället skjuta det undersökta materialet mot ett känt material och registrera den fria ytans hastighet hos det kända materialet, se figur 6.3b. Det kända materialets stötvågsegenskaper är kända och därmed blir det möjligt att baklänges räkna ut stötvågsegenskaperna hos det undersökta jordmaterialet.

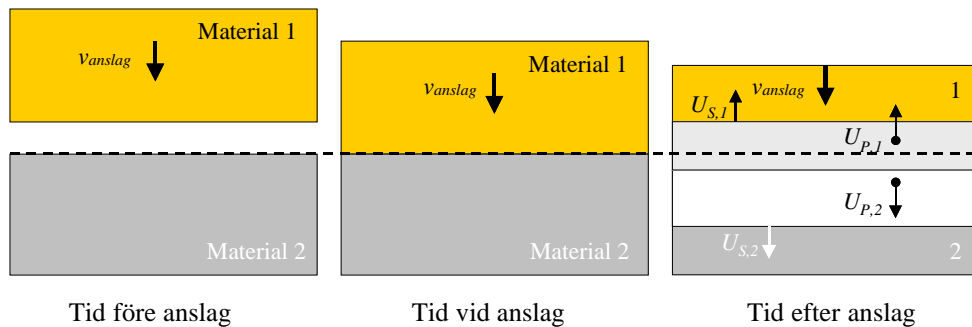


Figur 6.3b. Invers plan stötprovning med hjälp av komprimerad gas.

Denna provning benämns här invers plan stöt (på engelska: inverse flyer plate test) vilken kommer att beskrivas och analyseras närmare i detta kapitel eftersom den är en lämplig provmetod för EOS vid höga tryck vid material såsom lösa jordarter.

6:31 Plan stöt

För att förstå hur invers plan stötvågsprovning fungerar kan man börja med att studera plan stöt. I figur 6:31a visas hur material 1 med anslagshastigheten v_{anslag} träffar material 2.



Figur 6:31a. Illustration av plan stöt mellan två material.

Stötvågsegenskaperna är kända för material 1. Material 2 befinner sig i vila före anslag. Efter anslaget uppstår två stötvågor, en propagerar in i material 1 med stötvågsfronthastighet $U_{s,1}$ och den andra in i material 2 med stötvågsfronthastighet $U_{s,2}$. Nu kan två villkor ställas upp, se ekvation (6:31a) och (6:31b). Det första villkoret är att trycket vid anslagsyta måste vara lika. Det andra villkoret bygger på att materialen måste vara kontinuerliga över anslagsytan dvs. att samma hastighet måste uppstå i kontaktytan hos de båda materialen, annars uppstår tomrum eller höga densiteter. I det andra villkoret kan man se att partikelhastigheten hos material 1 innan anslag är lika med v_{anslag} och efter anslaget reduceras partikelhastigheten med den reflekterade stötvågens partikelhastighet $U_{p,1}$. För mer information om plan stötvåg kan Meyers (1994) användas som utgångspunkt.

$$P_1 = P_2 \tag{6:31a}$$

och

$$v_{anslag} - U_{p,1} = U_{p,2} \tag{6:31b}$$

6:32 Invers plan stöt

De två villkoren från plan stöt, ekvation (6:31a) och (6:31b), är nödvändiga för att kunna beräkna stötvågstillståndet hos det undersökta materialet vid invers plan stötvågsprovning. Dessa prover kan utföras med gasdriven kanon där en drivspegel med det undersökta materialet accelereras och träffar

ett material där dess stötstågsegenskaper är väl dokumenterade. Detta kan till exempel vara stål av typen C45 som används som vittnesplåt. Vittnesplåtens fria ythastighet, v_{fri} , mäts med hjälp av VISAR-laser (Velocity Interferometer System for Any Reflector), se även figur 6:3b.

Anslagshastigheten v_{anslag} kan sedan påverkas med hjälp av att variera applicerat gstryck. Typiska hastigheter är mellan 100 till 1000 m/s. Från den fria ythastigheten kan vittnesplåtens partikelhastighet härledas

$$v_{fri} = U_{p,vittne} + U_{refl} \quad (6:32a)$$

där U_{refl} är den reflekterade stötstågens hastighet. Denna är ungefär lika stor som $U_{p,vittne}$, vilket ger

$$U_{p,vittne} = \frac{1}{2}v_{fri} \quad (6:32b)$$

Under anslaget kan enaxligt töjningstillstånd antas. Första huvudspänningen σ_1 mellan vittnesplåten och det undersökta jordmaterialet kan beräknas med hjälp av Rankine-Hugoniots konserveringslagar av bevarande av rörelsemängden och det faktum att vi känner EOS för vittnesplåten

$$\sigma_1 = \rho_{0,vittne} \cdot U_{S,vittne} \cdot U_{p,vittne} \quad (6:32c)$$

och

$$U_{S,vittne} = S_{vittne} \cdot U_{p,vittne} + C_{vittne} \quad (6:32d)$$

där ekvation (6:32d) är en tillståndsekvation för stålet som beskrivs med hjälp av ett linjärt förhållande mellan partikelhastighet och stötstågsfront-hastighet. Stål C45 har följande EOS data: $\rho_{0,vittne} = 7800 \text{ kg/m}^3$, $S_{vittne} = 1,332$, och $C_{vittne} = 4480 \text{ m/s}$.

Om ekvation (6:32b) och (6:32d) insätts i (6:32c) kan första huvudspänningen beräknas för den undersökta jorden för tiden då Hugoniotplåtan varar. Denna varar så länge den initiala stötstågen passerar genom det undersökta materialet utan reflektioner. Därmed kan första huvudspänningen beräknas med hjälp av

$$\sigma_1 = \rho_{0,vittnes} \cdot C_{vittnes} \cdot \frac{v_{fri}}{2} + \rho_{0,vittnes} \cdot S_{vittnes} \left(\frac{v_{fri}}{2} \right)^2 \quad (6:32e)$$

Nästa stötstågsparameter, partikelhastigheten hos jorden, kan beräknas med hjälp av utnyttjande av ekvation (6:31b) och (6:32b)

$$U_{p,jord} = v_{anslag} - \frac{1}{2}v_{fri} \quad (6:32f)$$

Enligt ekvation (6:31a) är trycken lika i båda materialens komprimerade del under anslaget och med hjälp av bevarande av rörelsemängden kan stöt vågsfrontens hastighet hos jorden beräknas

$$U_{S,jord} = \frac{\sigma_1}{\rho_{0,jord} \cdot U_{p,jord}} \quad (6:32g)$$

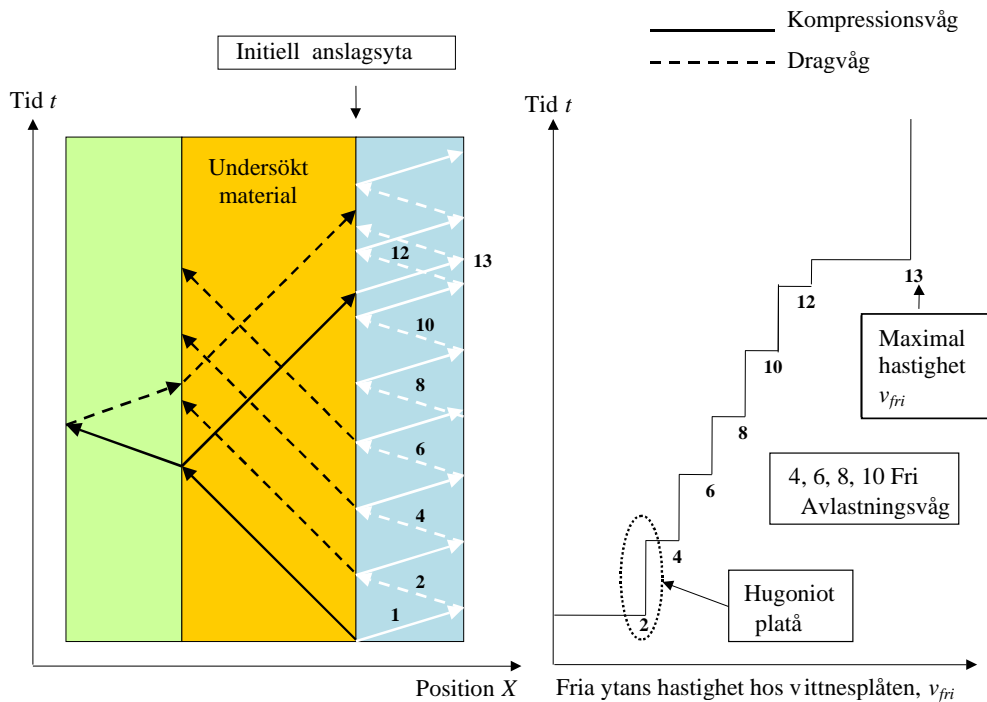
Används också massans bevarande kan den komprimerade densiteten hos jorden beräknas enligt

$$\rho_{jord} = \frac{\rho_{0,jord} \cdot U_{S,jord}}{U_{S,jord} - U_{p,jord}} \quad (6:32i)$$

Slutligen kan den interna energin hos jorden beräknas med hjälp av energins bevarande

$$E_{jord} = \frac{1}{2} \cdot \sigma_1 \cdot \left(\frac{1}{\rho_{0,jord}} - \frac{1}{\rho_{jord}} \right) \quad (6:32j)$$

Nu har en Hugoniotpunkt för jordens tillståndsekvation beräknats, det vill säga stöt vågsparametrarna σ_1 , $U_{p,jord}$, $U_{s,jord}$, r_{jord} och E_{jord} för aktuell anslagshastighet v_{anslag} hos projektilen. För att ta fram en tillräcklig EOS krävs flera skott med olika anslagshastigheter. Detta är vad som fås ut från den första initiella stöt vågen som det undersökta materialet upplever. Detta initiella tillstånd kallas Hugoniotplatån. Men invers plan stöt vågsprovning ger mer karaktäristisk information om det undersökta materialet. När stöt vågorna reflekteras uppstår specifika hopp i mätningen av den fria ytans hastighet $v_{fri}(t)$ som kan analyseras och verifieras med hjälp av numeriska beräkningar. Hoppen uppstår på grund av vågreflexioner mellan material och de fria ytorna. Det sista stora hoppet hos $v_{fri}(t)$ uppstår när tryckvågen i jordmaterialet når drivspegeln och reflekteras åter tillbaks och slutligen når vittnesplåten, därefter färdas vittnesplåten fortare än projektilen. Figur 6:32a visar en schematisk bild över hur reflektionerna uppstår under provningen.

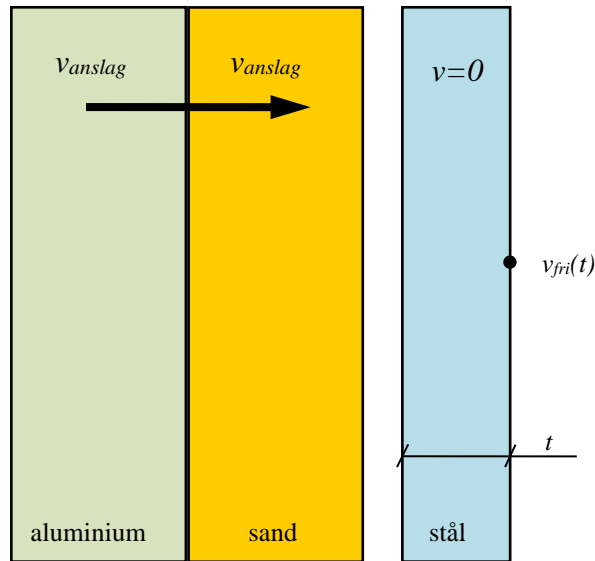


Figur 6:32a. Schematisk bild som beskriver hur den fria ytans hastighet v_{fri} kan variera vid invers plan stöt på grund av de reflektioner som uppstår mellan material och de fria ytorna.

Mer information angående invers plan stötstågsprovning återfinns i Riedel (2000) och Thoma *et al.* (1999).

6:33 *Finita elementanalys av invers plan stöt*

Syftet med dessa analyser är att undersöka hur en provning med invers plan stöt kan utföras och vilken slags karaktäristiska stötstågsdata som kan förväntas från en sådan provning. Den tvådimensionella axialsymmetriska Lagrange-lösaren i Autodyn, se Century Dynamics (2003), användes i analyserna. Kvadratiske element med längden 0,2 mm användes i alla delar. En radie på 50 mm användes för drivspegel med sandprovet och för vittnesplåten. Tjockleken för drivspegeln av aluminium och sandprovet var satt till 10 mm. Tjockleken för vittnesplåten varierades mellan 2, 4 och 8 mm. Figur 6:33a visar materiallokaliseringen hos beräkningarna. Kontaktdefinitionen Lag/Lag användes mellan de olika delarna med internt gap.



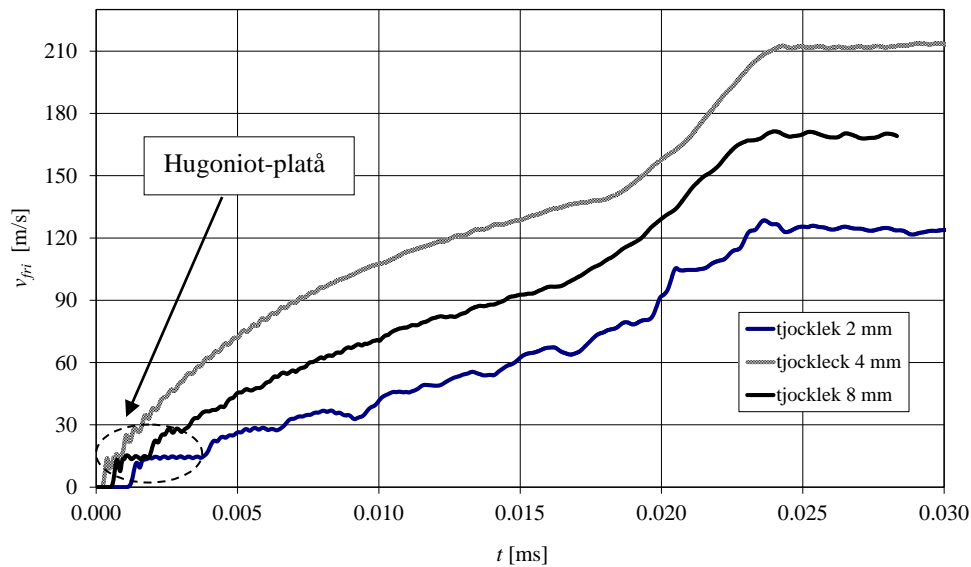
Figur 6:33a. Materiallokalisering för 2D axisymmetriska modellen med en tjocklek på $t = 2, 4$ och 8 mm hos vittnesplåten (stål).

Kornfördelningen hos den studerade sanden är medel till grov, med kornfördelningstalet $C_u = d_{60} / d_{10} = 2$. Det organiska innehållet var mindre än 1 viktprocent. Torrdensiteten var $\rho_d = 1574 \text{ kg/m}^3$ med vatteninnehåll på cirka 6,57 %. Korndensiteten hos sanden var $\rho_k = 2641 \text{ kg/m}^3$. En porös EOS och en tryckhårdnande flytyta användes för sanden. Detaljerad beskrivning av använda materialdata återges i Laine och Sandvik (2001).

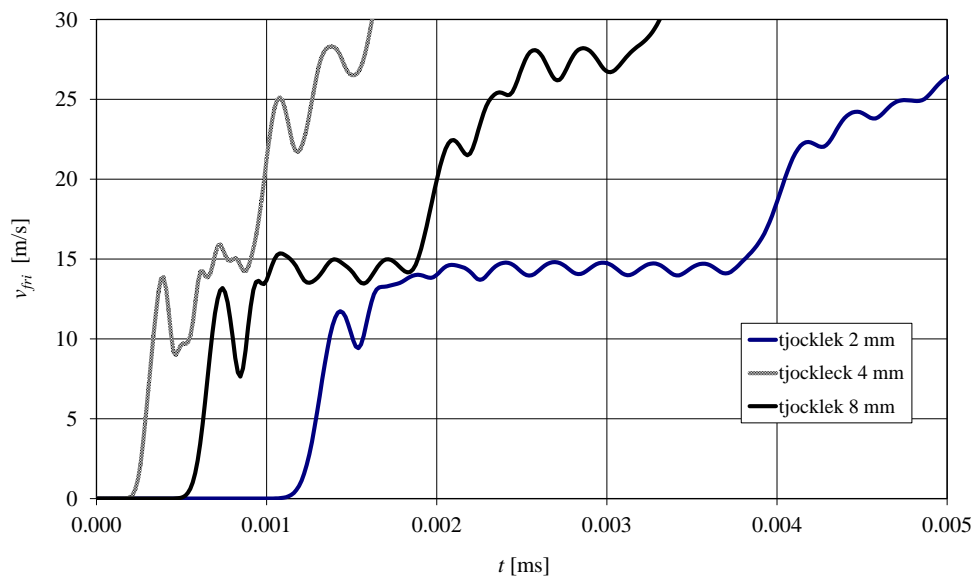
Vittnesplåten, som är av stål C45, var modellerad med Shock EOS med följande data: $\rho_{C45} = 7800 \text{ kg/m}^3$, $S_{vittne} = 1,332$, och $C_{vittne} = 4480 \text{ m/s}$. von Mises flytyta användes med maximal flytspänning på 200 MPa.

Drivspegeln av aluminium modellerades med en linjär EOS med kompressionsmodulen $K = 70 \text{ GPa}$. Dess densitet var satt till 2800 kg/m^3 . En von Mises flytyta användes med maximal flytspänning på 100 MPa.

Tjockleken hos vittnesplåten varierades mellan 2, 4, och 8 mm. Analyserna visade att en tydlig Hugoniotplåtå inte uppstår när tjockleken var 2 mm. När tjockleken var 4 eller till och med 8 mm så uppstod dock en tydlig Hugoniotplåtå. Figur 6:33b och figur 6:33c visar simuleringsresultat av den fria ythastigheten som funktion av tid för de olika tjocklekarna hos vittnesplåten. Anslagshastigheten var 250 m/s för alla simuleringarna.



Figur 6:33b. Den fria ytans hastighet som funktion av tid upp till 30 ms för olika tjocklekar hos vittnesplåten. Simulerade tjocklekar: $t = 2, 4$ och 8 mm.

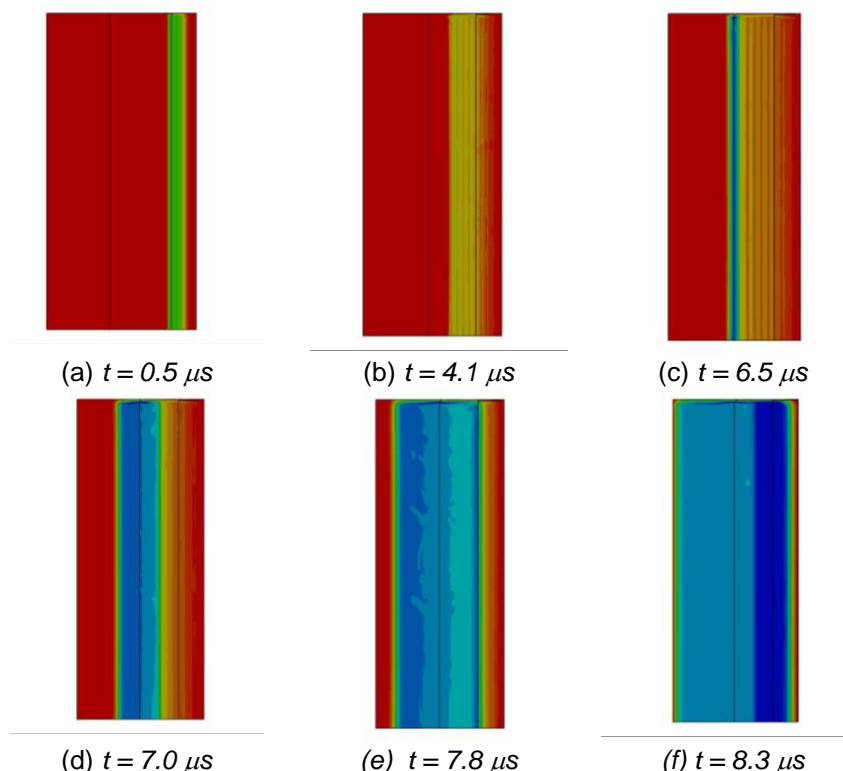


Figur 6:33c. Förstoring av Hugoniot-platå som syns i den fria ytans hastighet som funktion av tid upp till 5 ms för olika tjocklekar hos vittnesplåten. Simulerade tjocklekar: $t = 2, 4$ och 8 mm.

Analyserna visar att tjockleken hos vittnesplåten bör vara minst 4 mm för att en tydlig Hugoniot-platå skall kunna uppstå, se figur 6:33c.

Efter Hugoniot-platån uppstår flera vågreflektioner mellan materialen och de fria ytorna. Slutligen frigörs vittnesplåten från sanden när den första vågen, kompressionsvågen inuti sandmaterialet, reflekteras mot aluminium-drivspegeln och kommer tillbaka till vittnesplåten. Alla dessa fenomen ger god stötvågskaraktäristik att verifiera framtagna stötvågsdata från experiment

med simuleringar. I figur 6:33d visas första huvudspänningen vid olika tillfällen för simulering med anslagshastigheten 750 m/s.



Figur 6:33d. Första huvudspänningen vid olika tidpunkter för simulering med anslagshastighet 750 m/s. Minsta och största spänningsnivå är fixerad till -4,5 GPa (blå) respektive 0 GPa (röd).

I figur 6:33d-a visas spänningsnivån hos den initiella stötstågen precis efter anslaget mot vittnesplåten. Notera att spänningsnivån i både sandmaterialet och vittnesplåten är lika. Figur 6:33d-c visar hur den initiella stötstågen reflekteras mot aluminiumet. I Figur 6:33d-e är den reflekterade stötstågen på väg tillbaka mot vittnesplåten. Den sista figuren, figur 6:33d-f, visar spänningsnivån precis innan vittnesplåten frigörs från sanden och drivspegeln av aluminium.

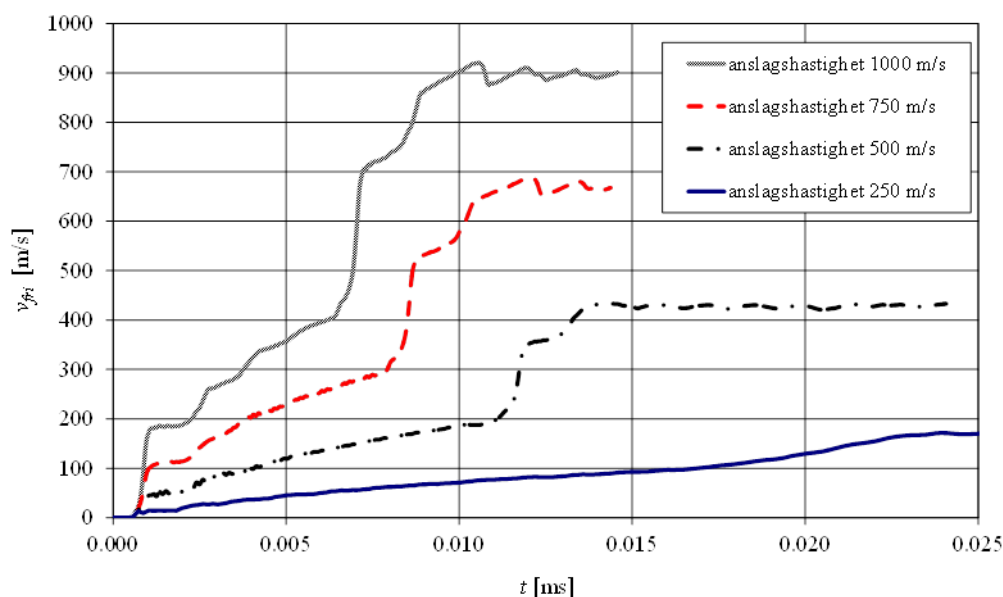
Den fria ytans hastighet är i praktiken den enda tillståndsvariabel som mäts under hela experimentet. I nästa steg utfördes simuleringar med olika anslagshastigheter och med 4 mm tjocklek på vittnesplåten. Anslagshastigheten för drivspegel och sandprov varierades enligt Tabell 6:33a. Den fria ytans hastighet som är angiven i Tabell 6:33a refererar till Hugoniotplatån.

Tabell 6:33a. Analyser med olika anslagshastigheter v_{anslag} och 4 mm tjocklek på vittnesplåten $d_{vittnes}$.

v_{anslag} [m/s]	$d_{vittnes}$ [mm]	d_{sand} [mm]	$d_{aluminium}$ [mm]	v_{fri} [m/s]
250	4	10	10	14
500	4	10	10	53
750	4	10	10	112
1000	4	10	10	185

Markstötståg

Den fria ytans hastighet som funktion av tiden från de olika simuleringarna redovisas i figur 6:33e.



Figur 6:33e. Den fria ytans hastighet som funktion av tiden för olika anslagshastigheter, nämligen 250, 500, 750 och 1000 m/s.

I Tabell 6:33b jämförs de analytiska beräkningarna för stötstågsvariablerna enligt avsnitt 6:32 med finita elementanalyserna. Här jämfördes densitet, intern energi och första huvudspänningen.

Tabell 6:33b. Analytiska beräkningar, enligt avsnitt 6:32, av initiell stötståg vid Hugoniotplattan som jämförs med finit elementanalys.

		Analytisk lösning					FE analys med Autodyn		
V_{anslag}	V_{fri}	$U_{p,sand}$	σ_I	$U_{s,sand}$	ρ_{sand}	E_{sand}	σ_I	ρ_{sand}	E_{sand}
[m/s]	[m/s]	[m/s]	[MPa]	[m/s]	[kg/m ³]	[kJ/kg]	[MPa]	[kg/m ³]	[kJ/kg]
250	14	243	245	603	2805	30	102	2372	29
500	53	474	933	1177	2800	112	1001	2688	111
750	111.7	694	1984	1707	2821	241	2001	2740	237
1000	184.5	908	3311	2179	2869	412	3234	2814	415

Om man studerar resultaten lite närmare kan man se att den analytiska beräkningen för anslagshastigheten 250 m/s skiljer sig tydligt med hänsyn till σ_I och ρ jämförs med numeriska beräkningar. Finita elementanalyserna visar respektive 58 % och 15 % lägre resultat. Men när anslagshastigheten ökas till 500 m/s och över kan man se god överensstämmelse mellan den enkla analytiska beräkningen och finita elementanalyserna. Faktum är att det skiljer sig mindre än 7 % för σ_I , ρ och E för sanden. En anledning till detta är att de enkla analytiska beräkningarna inte tar hänsyn till sandmaterialets skjuvhållfasthet som är speciellt viktig vid svaga stötståg.

Slutsatser av finita elementanalyser av invers plan stöt

Här utfördes numeriska beräkningar av invers planstötstågsprovning. Varje prov ger en punkt på Hugoniot kurvan hos tillståndekvationen. Men de ger också bra verifieringsunderlag för att testa framtagna stötstågsdata. Det är av stort intresse att kunna fånga den fria ytans hastighet som funktion av tiden, det vill säga kan simuleringarna prediktera Hugoniotplatån, stötstågsreflektioner, och den slutliga fria ytans hastighet korrekt? Därutöver bör vittnesplåtens tjocklek åtminstone vara 4 mm för att en tydlig Hugoniotplåtå skall uppstå. Sandproverna borde förämmas i radiell riktning vid faktisk provning.

De analytiskt beräknade stötstågsvariablerna för Hugoniotplatån kan predikteras ganska bra för anslagshastigheter över 500 m/s. För lägre hastigheter skiljer sig resultaten markant från finita elementanalyser. Därmed kan också verkliga experiment förväntas vara missvisande för lägre anslagshastigheter. Initiellt stötstågstryck är då i närheten av flytspänningen hos sandmaterialet och därför borde de analytiska ekvationerna kompletteras så att de tar hänsyn till sandmaterialets skjuvhållfasthet.

7 Finita elementanalyser

7:1 Allmänt

Den typ av materialdata som beskrivs i kapitel 5 och 6 används i finita elementanalyser. Detta kapitel går översiktligt igenom hur dessa analyser kan göras och vad de används till.

7:2 Grundläggande beskrivning

Empiriska ekvationer som beskriver markstötstågstrycket blir som funktion av tid för en specifik laddning vid ett visst djup och avstånd ett enkelt och bra sätt att få en uppfattning om hur belastningen ser ut från en markexplosion. Men verkligheten är så mycket mer komplicerad. Ett försök att efterlikna verkligheten så mycket som möjligt är att simulera den! Detta kan göras med hjälp av finita elementberäkningar (FE), där varje materials egenskaper såsom EOS och hållfasthet beskrivs i minsta detalj. Geometrier återges som i en tredimensionell värld, där geometrierna delas in i ett finit antal element. Dessa element ges sedan materialegenskaper.

I FE-beräkningar har man möjlighet att fånga hur belastningen uppkommer ända från laddningens detonation till hur stötstågen propagerar genom olika medier såsom jord och luft, samt hur den skyddande strukturen upplever belastningen. Dessa beräkningar är dock oerhört tidskrävande, både när det gäller att förbereda materialegenskaper om de inblandade materialen och att bygga upp själva elementnätet (geometrin). Därtill kommer att det tar lång tid att utföra simuleringen på dagens PC-datorer. Därför är inte FE-beräkningar något för den ovane att börja med som första steg för att fram markstötstågsdata i en markexplosion.

I det här kapitlet redovisas två simuleringar. Den första behandlar en räddningscentral med omgivande luft och jord som har modellerats i detalj och den andra simuleringen behandlar hur ett passivt skydd kan placeras framför källarväggen för att minska verkan från markstötstågen. För detaljerad information av modeller som redovisas i detta kapitel hänvisas läsaren till Laine (2000:1), Laine (2000:2), Laine (2000:3) och Laine (2002).

7:21 *FE-simulering av räddningscentral utsatt för markstötståg.*

Här är målet med simuleringsmodellen att kunna beskriva hur en räddningscentral, byggd i armerad betong, i detalj rör sig när den utsätts för en ner-

grävd laddning som detonerar i närheten av byggnaden. Därför är det viktigt att väggar, innerväggar, golvplan och tak tas med i modellen. Byggnaden som studeras är RC Sjöbo, en tvåvåningsbyggnad där bottenvåningen är placerad under marknivå. Byggnadsstommen är av slakarmerad betong. Betongkvalitet K40 och armeringskvalitet Ks400, där ytterväggar har två lager korslagd armering $\varnothing 14$ mm, centrumavstånd 200 mm, och täcksikt 40 mm. Ytterväggstjockleken är 500 mm.

I FE-modellen för programmet Ansys/Ls-Dyna simuleras själva sprängningen av ett konventionellt vapen som detonerar på ett visst horisontellt avstånd från räddningscentralen. Det tredimensionella solida finita elementet har åtta noder i varje kubiskt element. Detta nät görs tillräckligt fint för att fånga det beräknade beteendet. I FE-modellen kan detonationen ske ovan mark eller i delvis eller fullt begravt läge. Stötvågor i omgivande luft och mark introduceras på grund av detonationen. För att generera dessa luft- och markstötvågor används ett ej deformerbart elementnät, ett elementnät med Euler-formulering, bestående av en mix av tre material, sprängämne, luft, och jord.

Räddningscentralens betongstomme är uppbyggd av ett deformerbart elementnät, Lagrange-formulering, med lager av utsmetad armering. Detta rörliga elementnät beskriver strukturens beteende vid vapenverkan. I Ls-Dyna finns det en algoritm för att lösa kopplingen mellan fluid (Euler) och struktur (Lagrange).

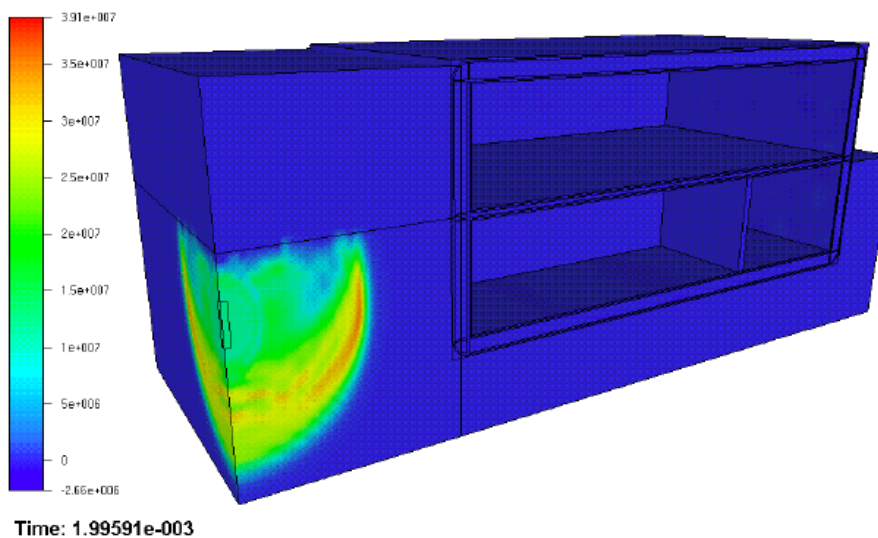
Den tänkta hotbilden utgörs här av en ostyrd minbomb, som väger cirka 250 kg med 110 kg TNT ekvivalent sprängämne, exempelvis Mk82. Det horisontella avståndet mellan laddning och RC varierar till 3,5, 4,25, och 5,0 m. Laddningen är fullt nergrävd med tyngdpunkten placerad på 1,5 m djup under markytan.

Två jordtyper har studerats, den ena torr sand från Sjöbo med en in situ-skrymdensiteten på 1674 kg/m^3 och seismisk våghastighet c på cirka 265 m/s. Den andra jordtypen är en vattenmättad sandig lera med in situ-skrymdensitet 1900 kg/m^3 och en avsevärt högre seismisk hastighet c , cirka 1500 m/s.

Det väsentliga med dessa simuleringar är att se hur hela strukturen hos den valda räddningscentralen reagerar för aktuellt hot och yttre omständigheter såsom jordtyp och avstånd till laddning. Därför har den numeriska modellen försetts med mätpunkter på ytterväggar, källargolv, mellanbjälklag, och innerväggar. I ett fysiskt fullskaleprov hade accelerometrar placerats på olika ställen i byggnaden och mätningarna hade sedan analyserats. I fallet med FE-beräkningar kan mycket mer information tas fram, såsom spänningar i väggar som funktion av tiden och deformationer som funktion av tiden. Resultaten från utförda analyser har sedan använts för att studera skaktålighet hos komponenter i skyddade anläggningar vid påverkan av markstötvågor från konventionella laddningar, se Forsén (2003).

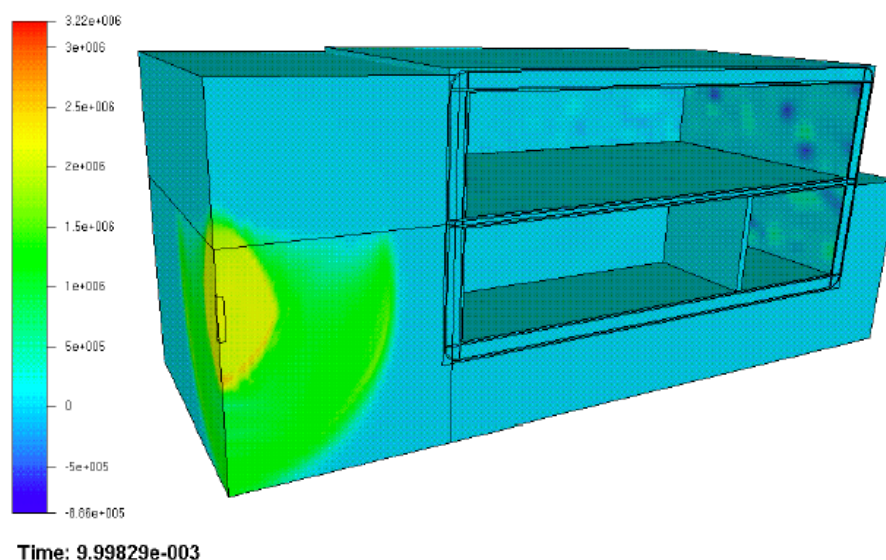
Markstöt våg

I figur 7:21a redovisas hur stötvågen propagerar i jordtypen vattenmättad sandig lera som genererats av energifrigörelsen från detonationen. Den når därefter källarväggen som är placerad 5 m från laddningen efter cirka 3,3 ms. Maxtrycken i jorden är höga, cirka 39 MPa, vid tiden 2 ms, vilket är 1,3 ms innan stötvågen når väggen.



Figur 7:21a. Tryckspänning hos markstötvågen vid tiden 2 ms i vattenmättad sandig lera. Avstånd mellan laddning och byggnad är 5 meter.

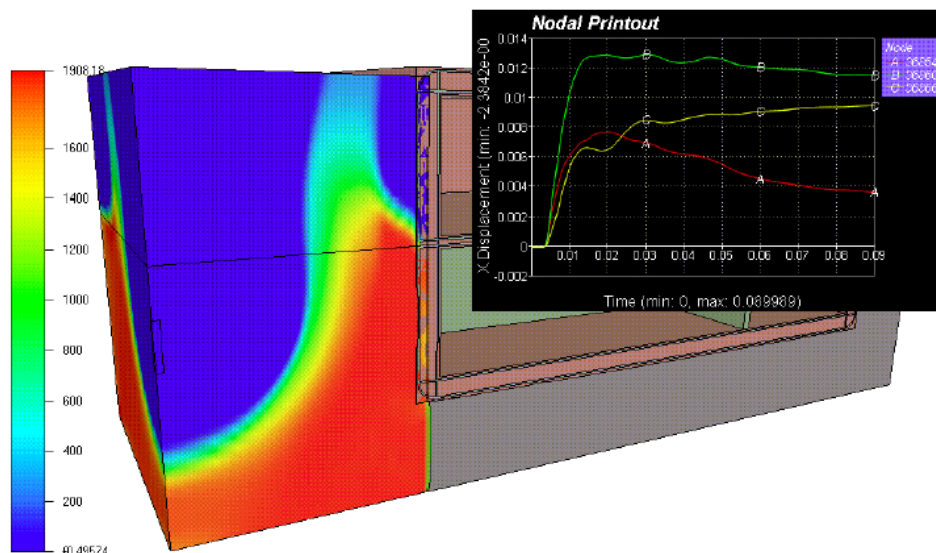
Jämförs detta med resultat från simuleringarna med porös torr sand så propagerar stötvågen signifikant långsammare. I figur 7:21b visas stötvågen vid tiden 10 ms. Maxtrycken i fronten är mycket lägre, cirka 2 MPa. Stötvågen ankommer efter 14,3 ms vid avståndet 5 m.



Figur 7:21b. Tryckspänning för markstötvågen vid tiden 10 ms i torr sand (Sjöbo). Avstånd mellan laddning och byggnad är 5 meter.

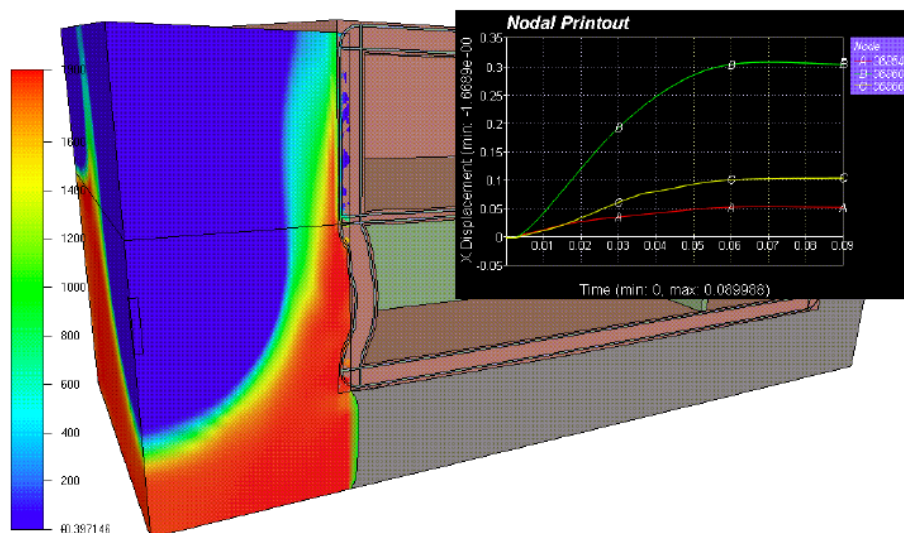
Markstövåg

I figur 7:21c och 7:21d redovisas kraterform och deformation hos källarväggen som funktion av tiden för laddningsavstånden 5 och 3,5 m med vattenmättad sandig lera. Deformationen visas i tre noder som ligger på insidan av källarytterväggen, vid mellanbjälklag, mitten, och vid bottenplatta.



Time: 9.00024e-002

Figur 7:21c. Beräknad kraterform och utböjning hos källarvägg vid tiden 90 ms. Maxutböjning är cirka 1,3 cm med vattenmättad lera. Aktuellt avstånd mellan laddning och byggnad är 5 m.



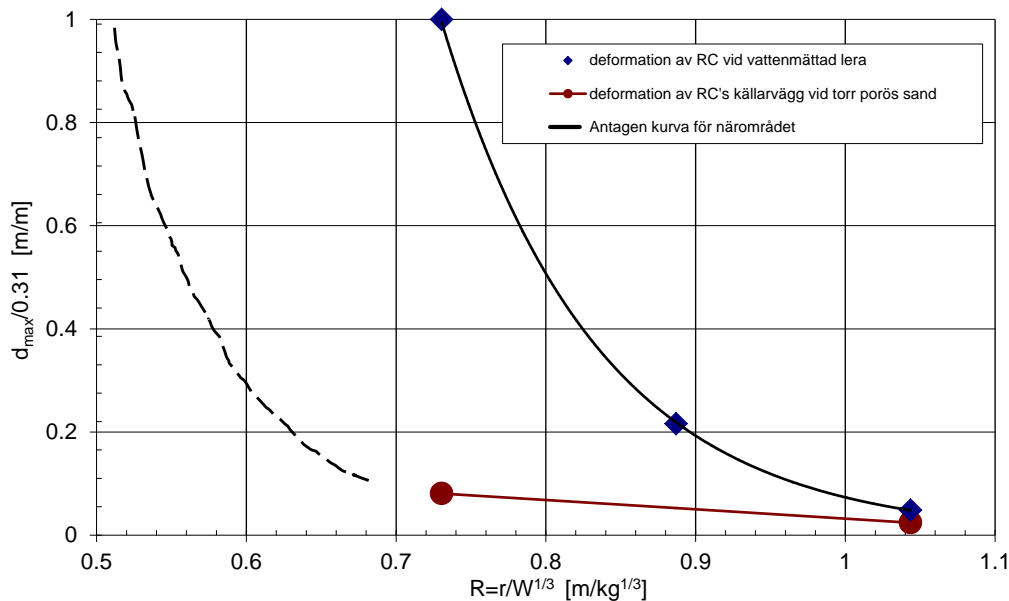
Time: 9.00001e-002

Figur 7:21d. Beräknad kraterform och utböjning hos källarvägg vid tiden 90 ms. Maxutböjningen är över 30 cm med vattenmättad lera. Aktuellt avstånd mellan laddning och byggnad är 3,5 m.

Simuleringarna påvisar kollaps av yttervägg om avståndet är 3,5 m vid vattenmättad sandig lera. Den maximala utböjningen var över 30 cm. Vid 4,25 meters avstånd var maximala utböjningen cirka 6,7 cm. Detta värde är

också högt men väggen kanske inte kollapsar. Vid avståndet 5 meter är maximala deformationen endast cirka 1,3 cm.

Deformationerna hos väggen är mycket mindre för torr porös sand. Skulle man göra en jämförelse mellan dessa analyser kan man studera maximal utböjning dividerad med största utböjningen av alla beräknade fall, som i detta fall var 0,31 m, $d_{max}/0,31$ m/m, för analyserna som funktion av laddningsavstånd R m/kg^{1/3}, vilket är det skalade avståndet. Laddningsavståndet har här dividerats med tredje roten av laddningsmängden. I figur 7:21e redovisas de tre vattenmättade simuleringarna (blå diamanter) och de två torra sand-simuleringarna (röda cirklar).



Figur 7:21e. Skalad max utböjning $d_{max}/0.31$ m/m som funktion av skalat laddningsavstånd R m/kg^{1/3}.

En av frågorna som man ställer sig är varför nivån på utböjningarna på väggen skiljer sig så våldsamt mellan torr porös sand och fullt vattenmättad sandig lera när det skalade laddningsavståndet, R , är mindre än 1 m/kg^{1/3}. Att det är skillnad på stövågsegenskaperna hos vattenmättade jordar förstås med tanke på att den seismiska våghastigheten hos dessa vattenmättade jordar är nära 1500 m/s och densiteten 1900 kg/m³ jämfört med den torra sanden med cirka 300 m/s i seismisk ljudhastighet och densitet på 1674 kg/m³. För torr porös sand är det endast inom cirka 1,5 m från aktuell laddning där stövågshastighet U_s är signifikant högre än den seismiska våghastigheten. Vid stövågstrycket, $P = 98$ MPa, är stövågshastigheten U_s lika med 478 m/s, vilket fortfarande är cirka tre gånger lägre än vid vattenmättade jordars initiella våghastighet.

Fullt vattenmättade jordar komprimeras inte lätt och därmed har de dålig förmåga att ta upp energi i irreversibel kompression. Däremot kan den torra, porösa sanden och dess korn packas och kan dessutom utföra en hel del friktionsarbete och kompression, vilket gör att den absorberar betydligt mer

energi. Detta leder till att markstövågen avtar mycket snabbare i den torra sanden i jämförelse med den vattenmättade leran.

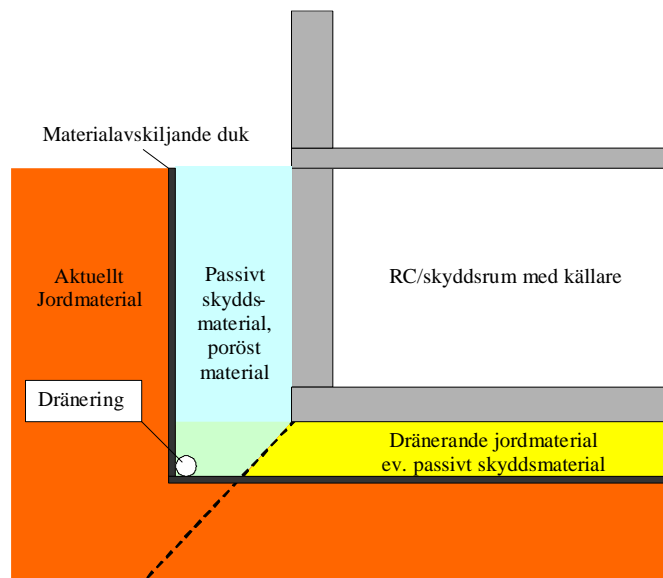
Skjuvhållfastheten hos lera är mycket låg. Detta beror delvis på att det inte finns tillräckligt med sandkorn i leran som kan skapa friktion. Här har leran modellerats med en ej tryckhårdnande flytyta, i detta fall von Mises, med max spänningsdifferens på $\sigma_1 - \sigma_3 = 400$ kPa. Detta skall jämföras med sandens tryckhårdnande flytyta som vid ett tryck på $P = 100$ MPa tål en spänningsdifferens på $\sigma_1 - \sigma_3 = 124$ MPa.

7:22 **Utformning av passivt skydd mot markstövåg**

Bakgrund

Det finns flera material som kan användas för att utforma ett passivt skydd framför en anläggning som skall skyddas mot markstövåg. Själva det passiva skyddet utformas till exempel genom att det framför väggen används ett fyllnadsmaterial som minskar effekten från markstövågen.

Gemensamt för aktuella skyddsmaterial är att de är porösa och innehåller stor volymandel luft. Det finns flera material som används i detta syfte, t.ex. EPS (Expanded Polystyrene) med $\rho_0 = 20$ kg/m³, Leca med kornstorlek 10-20 mm ("Light Expanded Clay Aggregates") med $\rho_0 = 320$ kg/m³ och torrt grus. Även en enkel luftspalt kan i teorin användas. Nackdelen med en luftspalt är att detta inte är praktiskt eftersom det omkringliggande jordmaterialet kommer att ramla in, och folk/föremål kan ramla ner. Dessutom gäller att om bomben detonerar i luftspalten erhålls en fördämd detonation i luft med begränsad ventilationsarea vilket skulle förvärra lastsituationen. I figur 7:22a redovisas hur det passiva skyddet kan utformas.



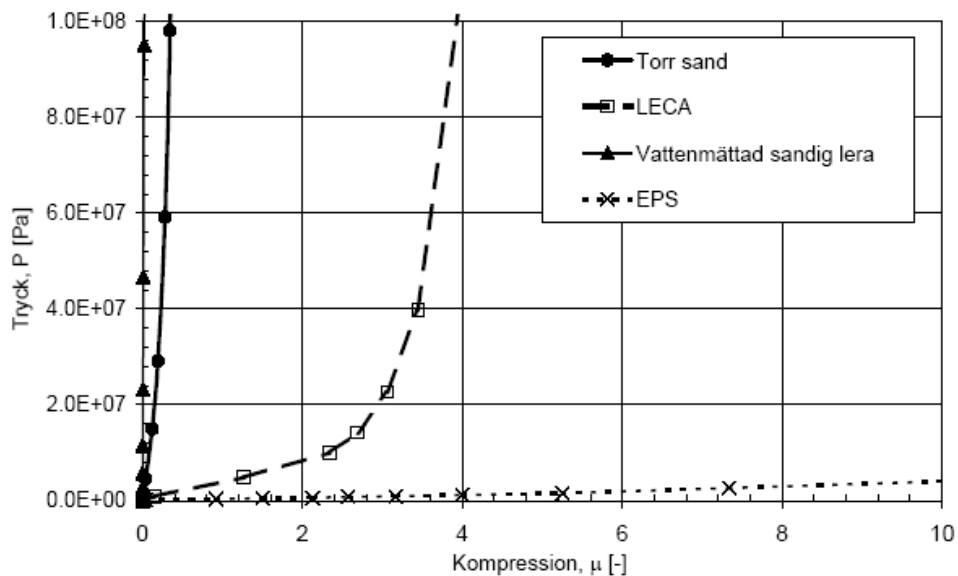
Figur 7:22a. Schematisk skiss över hur det passiva skyddet kan utformas för en RC eller ett skyddsrum med källare.

Om skyddsmaterialet är löst sammansatt, som t.ex. vid Leca, och har stora luftfickor är det viktigt att en materialavskiljande duk används för att inte luftfickorna ska fyllas med jord från angränsande jordlager. En annan viktig sak är att det passiva skyddet måste installeras med god dränering, annars finns det risk att luftporerna fylls med vatten. Om porerna fylls med vatten kommer stötvågsegenskaperna hos skyddsmaterialet att ändras radikalt till ett mycket ogynnsamt material med avseende på dess förmåga att minska effekten från markstötvågen; jämför med simulering vattenmättad lera i avsnitt 7:21. Detta innebär också att grundvattnet inte får ligga för högt upp i marken.

Om endast den volymetriska energiabsorptionsförmågan studeras hos jordmaterialen och det tilltänkta skyddsmaterialet är Leca, så är detta mycket gynnsamt för den här typen av kompressionsbelastning. I figur 7:22b redovisas tryck som funktion av kompression, där kompression definieras som

$$\mu = \frac{\rho}{\rho_0} - 1 \quad (7:22a)$$

där ρ_0 och ρ är initiell respektive aktuell densitet.



Figur 7:22b. Tryck P som funktion av kompression för torr sand, vattenmättad lera, EPS, och Leca.

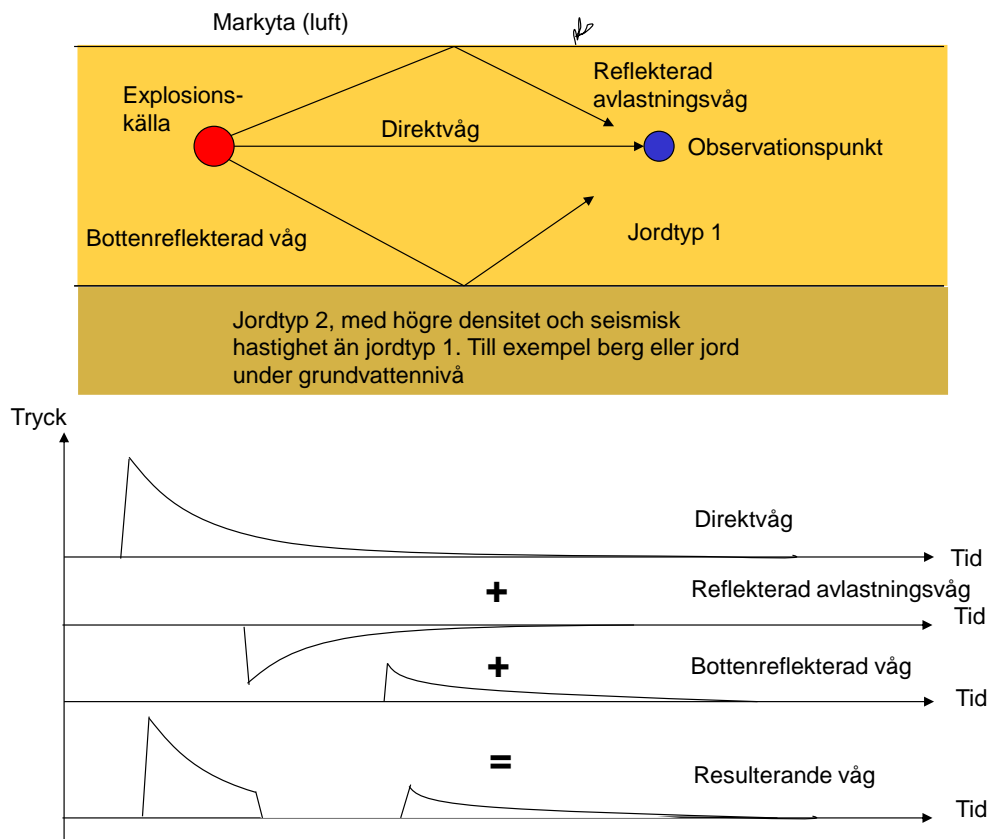
I figur 7:22b kan man se att vattenmättade jordar är nästan helt inkompressibla vid trycknivåer under 100 MPa. Den torra sanden är mer kompressibel på grund av att kornen och luftporer lättare kan packas samman och därmed kan en del volymetrisk energi absorberas i den torra sanden. Det andra extrema materialet är expanderad polystyren (EPS) även kallad frigolit, vilket beter sig för mjukt och absorberar väldigt lite volymetrisk energi. Detta kan visa sig vara ett ogynnsamt material att använda om bomben briserar i eller strax intill EPS:en, eftersom detta kan resultera i ett liknande scenario som med en fördämd explosion i luft. Leca:n har under provning visat sig absor-

Markstöt våg

bera irreversibelt stora mängder energi när Leca-kulorna krossas, både under ren kompression men också under skjuvdeformation. I figur 7:22b kan man se att Leca placerar sig mellan dessa ytterligheter, dvs. den absorberar mycket mer energi än jordmaterialen med hänsyn till ett visst tryck.

För att förstå stöt vågens vägar fram till en konstruktion ges en första översiktlig bild av detta här. Detta på grund av att annars blir det svårt att förstå hur ett passivt skydd av annat material framför byggnaden kommer samverka i stöt vågutbredningen i de olika materialen.

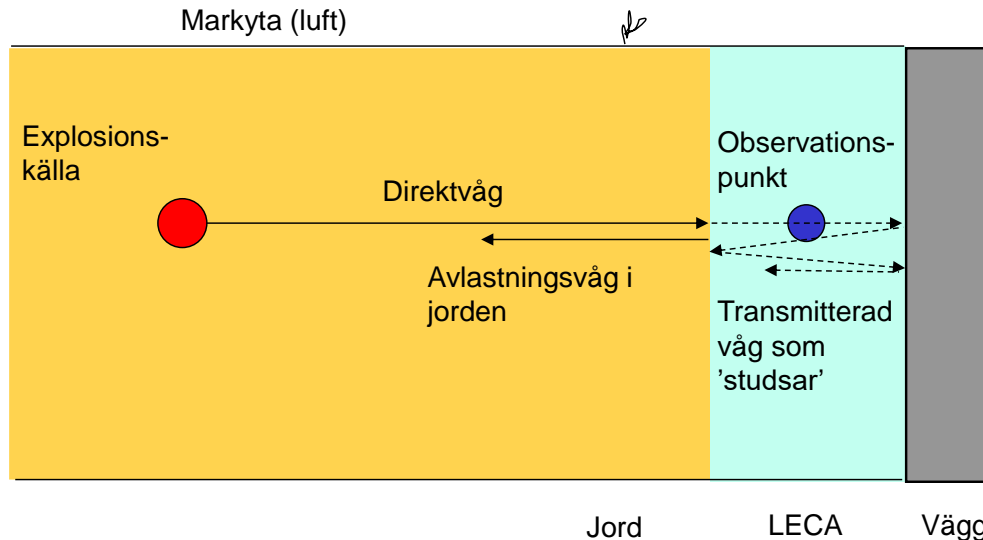
Vid markstöt våg är det flera faktorer som påverkar den slutliga skyddsverkan som ett passivt skydd har framför en RC eller ett skyddsrum. Om vi först bara studerar en ren markstöt våg genererad från en laddning nergrävd nära markytan har vi en "direkt våg" som anländer först till observationspunkten från detonationspunkten, se figur 7:22c. Vid nergrävd laddning nära markytan uppstår en "avlastningsvåg" när markstöt vågen når luften, som har en mycket lägre impedans, impedans = densitet · seismisk hastighet, än marken. En tredje våg som kan komma i fråga är en "reflektionsvåg" från ett jordlager med högre impedans. Exempel på sådana jordlager är berg eller där grundvattennivån befinner sig. Alla dessa tre möjliga reflektioner bidrar till den observerade "resulterande" vågens utseende.



Figur 7:22c. Schematisk bild som redovisar vad som bidrar till den resulterande markstöt vågen som observeras vid observationspunkten.

Markstöt våg

När ett skikt av passivt skydd införs såsom Leca framför byggnaden blir vågreflektionerna ännu mer komplicerade. Leca:n har lägre impedans än sanden, vilket leder till att en "avlastningsvåg" bildas när "direktvågen" når fram till Leca-lagret. Detta är en mycket positiv effekt som alla material med lägre impedans bidrar till (även exempelvis EPS). Vad som inte är bara positivt är att den delen av tryckvågen som väl transmitteras in i Leca:n kommer att studsas/reflekteras mellan byggnadens vägg, som har högre impedans, och sanden, som också har högre impedans, se figur 7:22d.



Figur 7:22d. Schematisk beskrivning av hur direkt vågen bildar en avlastningsvåg i sanden och hur den del av vågen som överförs till Leca:n reflekteras mellan betongväggen och sanden.

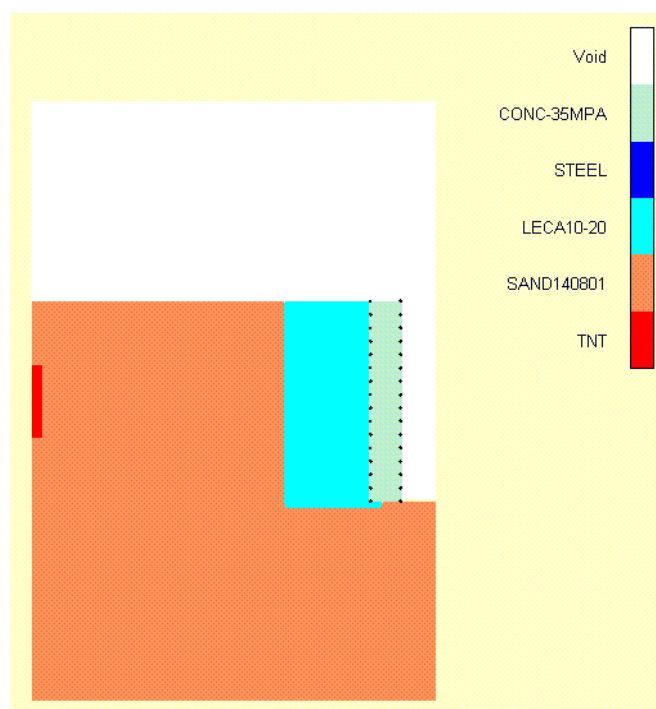
En annan positiv sak som har observerats är att Leca:n lätt deformeras vertikalt uppåt när själva kraterbildningen sker. Denna rörelse/deformation av Leca förbrukar därmed en del av den energi som annars skulle utnyttjats till att deformera källarväggen ytterligare.

En viktig fråga som man önskar få svar på är vilken tjocklek som det passiva skyddet av Leca ha för att ge ett optimalt skydd mot markstöt vågor. En sådan studie har redovisats i Laine (2002). Studien gick ut på att studera vilken tjocklek som gav ett minimalt/maximalt reflekterat tryck P , och impulstäthet i , mot en fullt reflekterande vägg. Hotbilden var 125 kg TNT med cylindrisk form, med höjden 1 m, nergrävd så att tyngdpunkten var placerad 1,5 meter under markytan. Avståndet till den stela reflekterande väggen var 5 m. Tjockleken för Leca-skiktet varierades från 0 till 2,0 m i steg om 0,25 m.

Beräkningarna visade att för att sänka det reflekterande maxtrycket P_{max} med cirka 80 procent för torr sand och 96 procent för vattenmättad sandig lera behövs i princip bara en tjocklek på mindre än 0,75 m, men för att uppnå optimal sänkning i impuls, som är det viktiga för att minska den strukturella responsen hos den skyddade anläggningen, så visade beräkningarna att en tjocklek på cirka 1,25 m fungerade för båda materialen. Vid den tjockleken var sänkningen i impulstäthet för sanden cirka 30 procent och för vattenmättade sandiga lera cirka 44 procent.

FE-simulering av strukturell respons vid användning av passivt skydd

För att få en indikation hur en struktur av armerad betong skulle reagera med det föreslagna passiva skyddet byggdes en axisymmetrisk 2D-modell upp, se figur 7:22e. Hotet var 125 kg TNT på 5 meters avstånd till strukturen. Sprängämnet har cylindrisk form, med höjden 1 m, och dess tyngdpunkt var placerad 1,5 m under markytan. Jordmaterialet som användes var torr sand. Det passiva skyddet av Leca hade en tjocklek på 1,25 m. Detaljerad beskrivning av modeller återfinns i Laine (2002).

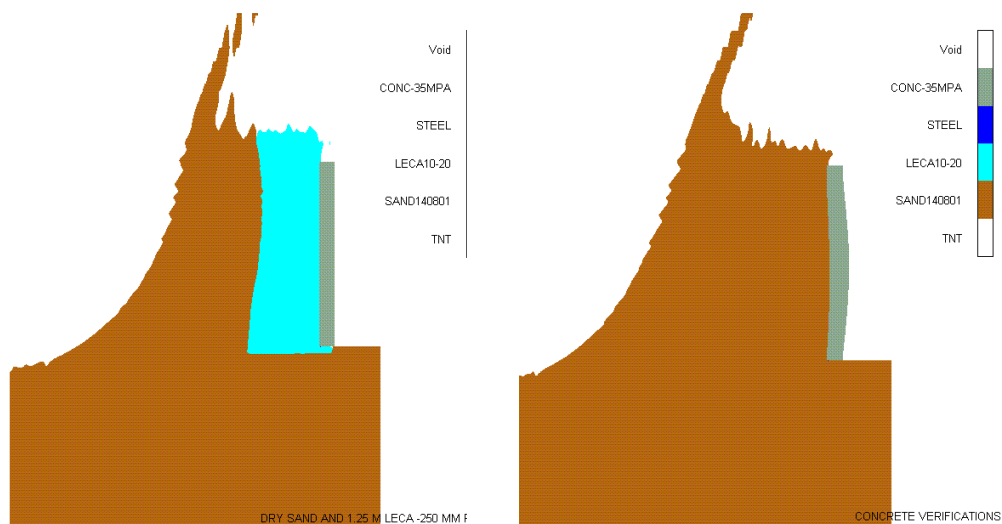


Figur 7:22e. Axisymmetrisk modell i Autodyn-2D som visar materiallokalisering för analysen som hade 500 mm betongvägg och ett Leca-skikt med tjockleken 1,25 m.

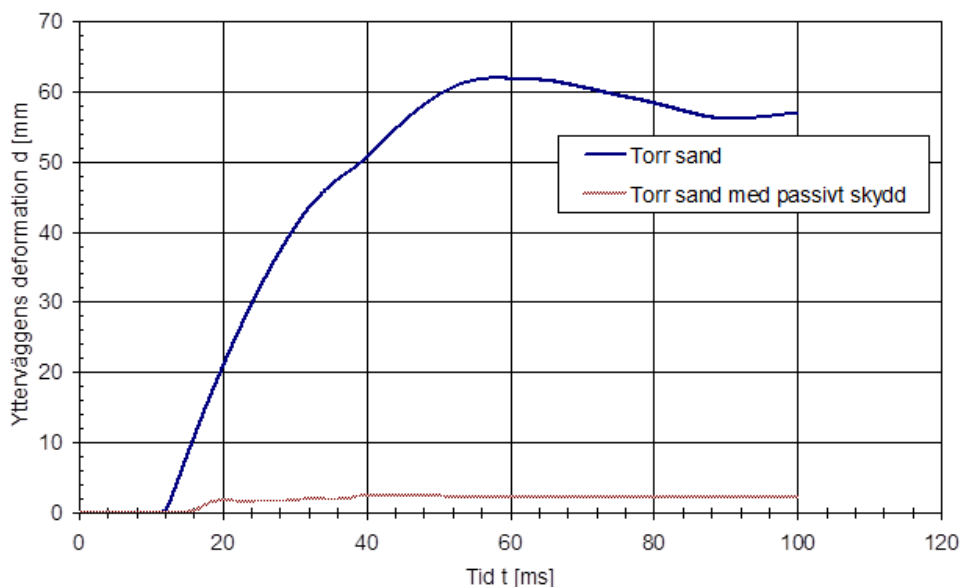
Betongväggens tjocklek varierades mellan 250 och 500 mm och gavs en tryckhållfasthet på 35 MPa. Betongplattan modellerades som fast inspänd i ändarna. De korslagda armeringslagren utfördes med Ø16 mm Ks 40 S med centrumavståndet 200 mm, täcksiktet var satt till cirka 25 mm och vägg-höjden 3 m. Armeringen modellerades idealplastiskt med en flytspänning på 473 MPa.

I figur 7:22f redovisas deformation och kraterbildning vid tiden 100 ms för källarvägg med tjockleken 250 mm med ett passivt skydd av Leca samt utan detta skydd. Figureerna visar att väggen har deformerats mer utan det passiva skyddet. Dessutom deformerar det passiva skyddet lätt vertikalt uppåt vid kraterbildningen och tar därmed upp mer energi som annars hade blivit väggens uppgift.

Markstövåg



Figur 7:22f. Simulering med 250 mm vägg med (vänster) och utan (höger) passivt skydd av Leca.



Figur 7:22g. Deformation hos väggens mittpunkt som funktion av tid för torr sand med och utan det passiva skyddet. Väggtjocklek 250 mm.

Väggens deformation som funktion av tiden i mitten av väggens baksida för analyserna med väggtjockleken 250 mm redovisas i figur 7:22g. Beräkningarna visar att maxdeformationen för 250 mm-väggen minskade med 96 % och maxhastigheten hos väggen minskade med 79 %.

Slutsatser och diskussioner kring det passiva skyddets utformning

De tre främsta orsakerna till att Leca 10-20 mm är ett bra material i ett passivt skydd för markstövågor är:

Markstötståg

- Leca absorberar mycket volymetrisk energi när Leca-kulorna börjar krossas, vilket sker redan för så låga trycknivåer som 50-100 kPa. Leca-materialet absorberar mycket energi upp till ett hydrostatiskt tryck på 40 MPa och däröver, vilket gott och väl täcker in de tryckintervall som kan förväntas vid den här typen av hot.
- När ”direktstågen” i sanden når fram till Leca-skiktet bildas en ”avlastningsståg” i sanden som förstör den bildade tryckfördämningen i sanden. Detta uppstår på grund av att Leca:n har mycket lägre impedans än vad jordmaterial såsom till exempelvis sand har.
- När kratern håller på att byggas upp kan Leca-skiktet röra sig vertikalt uppåt och deformeras och därmed lätta på jordtrycket som bildas på grund av kratern. Detta sker främst på grund av att Leca:n har en lägre densitet än sanden och kan ta upp energi både i kompression och under skjuvning.

De tre största osäkerheterna kring att använda Leca är:

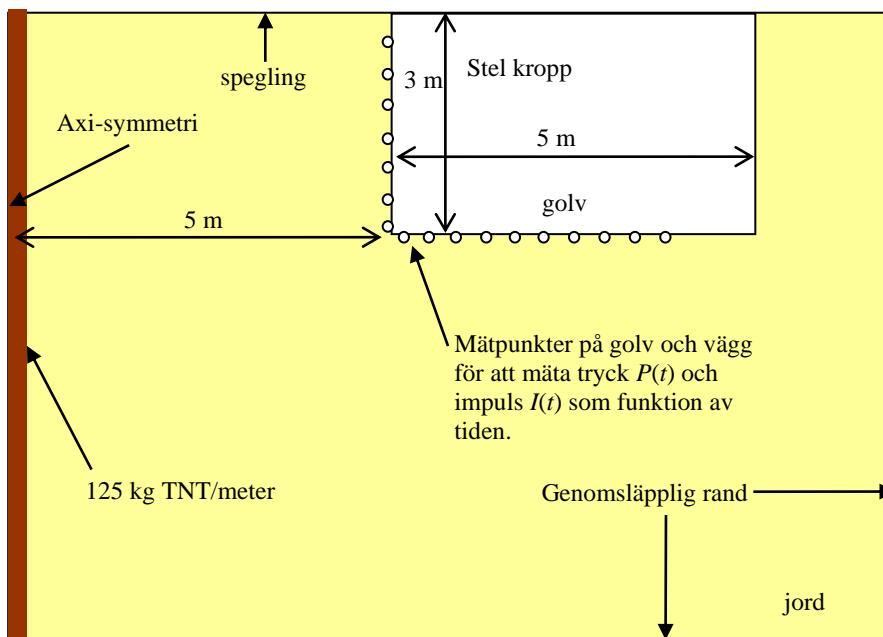
- Leca-skiktet måste vara torrt; skulle skiktet vara vattenmättat kommer Leca:ns positiva materialegenskaper att försvinna.
- Leca-skiktet måste vara intakt med avseende på tiden. Det bör även kläs in i en duk som separerar omkringliggande jordmassor så att de inte blandas med Leca-skiktet.
- På grund av att Leca har låg impedans, dvs. låg densitet och relativt låg seismisk våghastighet, kommer den del av tryckstågen som överförs till Leca-skiktet att studsas/reflekteras mot betongvägg och omkringliggande jordmassor. Men denna negativa effekt har visat sig vara liten i analyserna i jämförelse med den positiva effekt som Leca:n har påvisat.

8 Hur markstöt våg propagerar runt en rektangulär stel kropp

Delar av detta kapitel har också publicerats som en konferensartikel, Laine och Larsen (2007).

8:1 Översikt

Målsättningen är här att studera hur markstöt vågen propagerar runt stela kroppar. Tidigare i litteraturen har ett flertal studier utförts på hur nergrävda konstruktioners väggar upplever markstöt våg. I den här studien läggs fokus på hur det nergrävda golvet påverkas av markstöt våg och av markens sammansättning. I detta fall förenklas källarväggar och golv till att vara just en stel kropp. En axisymmetrisk finita elementmodell i Autodyn har använts i studien. Figur 8:1a visar hur modellen ser ut.

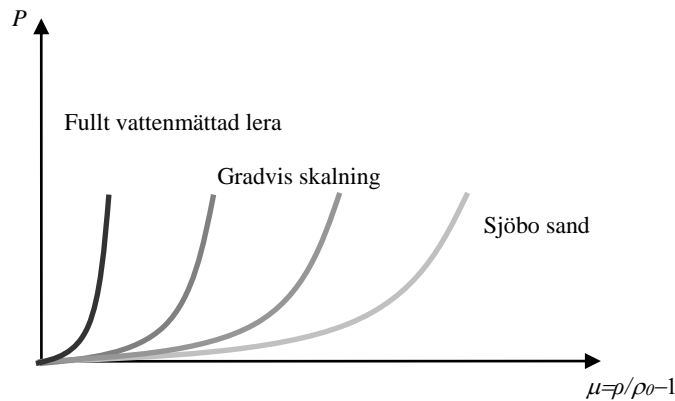


Figur 8:1a. Principiell skiss över finita elementmodellen.

En långsgående laddning som innehåller 125 kg TNT per meter användes för att skapa en plan stöt mot den stela kroppen. Denna stöt våg registrerades i ett antal punkter längs reflekterad vägg och golv. Speciellt intressant är det att variera materialegenskaperna i jorden för att se hur olika egenskaper leder till varierande belastningsfall längs golvet.

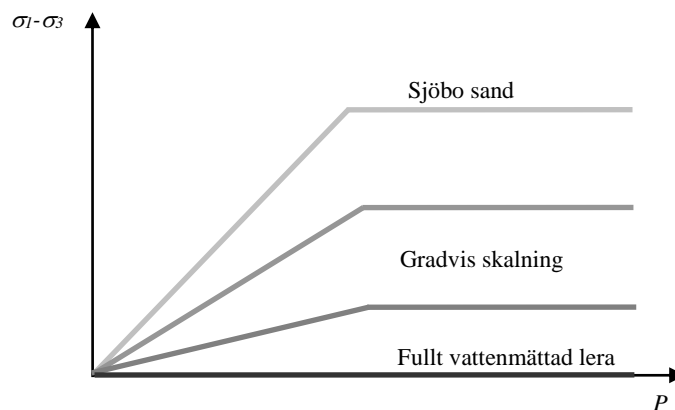
I studien kommer jordens materialegenskaper att ändras gradvis från torr sand till våt lera för att undersöka vilken påverkan detta har på fortplantningen av markstöt vågen runt den stela kroppen. Ändringen av EOS blir att

utgå från Sjöbo sandens EOS, se Laine och Sandvik (2001), och ändra den gradvis till vattenmättad lera, vilket illustreras av figur 8:1b. De två mellanliggande materialen som använts i studien är fiktiva.



Figur 8:1b. Gradvis ändring av EOS för jorden. Tryck som funktion av kompression $P(\mu)$.

Flytytan skalades också gradvis ner från sandens höga spänningsdifferens $\sigma_1 - \sigma_3$ till lerans låga, se figur 8:1c, där de två mellanliggande är fiktiva.



Figur 8:1c. Gradvis ändring av flytytan för jorden. Spänningsdifferens som funktion av trycket.

Dessutom förändrades skjuvmodulen gradvis $G(\rho)$ och kompressionsmodulen $K(\rho)$ för de gradvis skalade materialen.

8:2 Modellering av jorden

För att se hur olika materialegenskaper påverkar resultatet gjordes fyra olika EOS och fyra olika flytytor. Detta ger totalt 16 jordsammansättningar. Samma EOS- och flytytemodell användes för alla jordsammansättningar. I Autodyn benämns den använda EOS:en som compaction och flytytan benämns MO-granular; dessa användes för att modellera alla jordvarianter. Materialmodellerna var framtagna för att kunna modellera granulära material, se Moxnes *et al.* (1999). I tabell 8:2a namnges de 16 olika jordsammansättningarna som har använts i studien.

Markstötståg

Tabell 8:2a. De 16 olika jordsammansättningarnas namn. *Si* betyder olika skjuvegenskaper och *Ei* betyder olika tryckegenskaper hos jordmaterialet.

	<i>S1</i> – sand	<i>S2</i>	<i>S3</i>	<i>S4</i> - lera
<i>EOS1</i> - sand	<i>E1-S1</i>	<i>E1-S2</i>	<i>E1-S3</i>	<i>E1-S4</i>
<i>EOS2</i>	<i>E2-S1</i>	<i>E2-S2</i>	<i>E2-S3</i>	<i>E2-S4</i>
<i>EOS3</i>	<i>E3-S1</i>	<i>E3-S2</i>	<i>E3-S3</i>	<i>E3-S4</i>
<i>EOS4</i> - lera	<i>E4-S1</i>	<i>E4-S2</i>	<i>E4-S3</i>	<i>E4-S4</i>

I bilaga E återges en beskrivning hur de olika jordsammansättningarna togs fram samt använda indata. De framtagna jordsammansättningarna är generiska och försöker beskriva ett stort spann av möjliga jordförhållanden som utsätts för markstötståg. Om de används för andra syften än att studera just markstötståg bör en kunnig geotekniker först konsulteras.

8:3 Modellering av geometrin

I Autodyn användes den två dimensionella axisymmetriska Euler-lösaren. De yttre måtten för domänen var satt till 90 x 50 meter för att tillåta markstötstågen propagera ostört i 100 ms. Efter elementstorleksanalys valdes elementstorlek 15 mm i den finare delen av domänen som var 10 x 5 meter. Där fanns 90 % av alla element. I marken användes randvillkoret transmit och i luften outflow för att stötstågen skulle kunna propagera så ostört som möjligt ut ur domänen.

Den stela kroppen modellerades med hjälp av oanvända celler. Mätpunkter placerades med ett centrumavstånd på 10 centimeter både på vägg och på golv.

8:4 Analysresultat

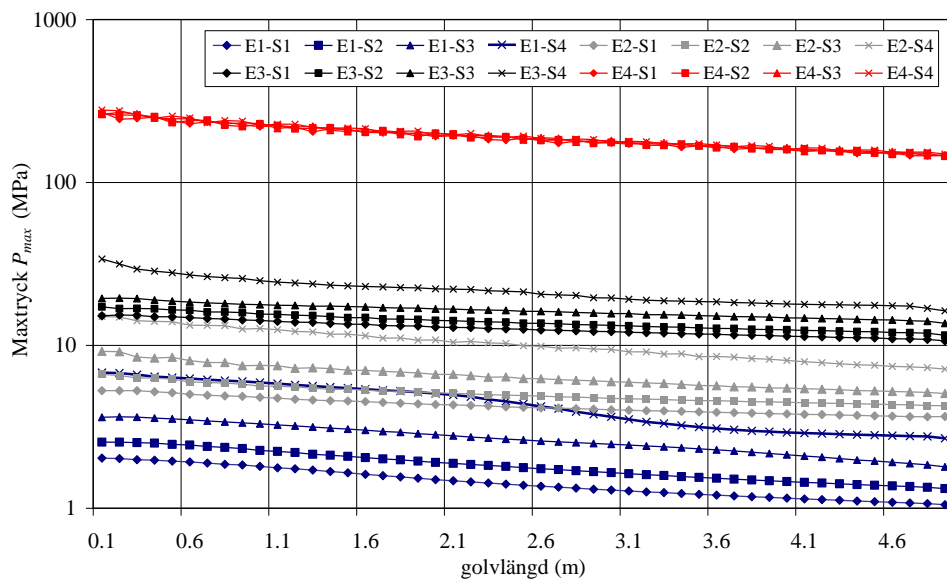
I analysresultaten var fokuset på hur belastning av golvbjälklaget ändras av att jordsammansättningen varieras i enlighet med de totalt 16 simuleringar som utförts. I avsnitt 8:41 redovisas maximalt tryck och impuls som funktion av golvets längd från närmaste hörn till laddning. I avsnitt 8:42 diskuteras diffraktion runt hörnet av väggen och golvet.

8:41 Maxtryck och maximpuls längs golvet

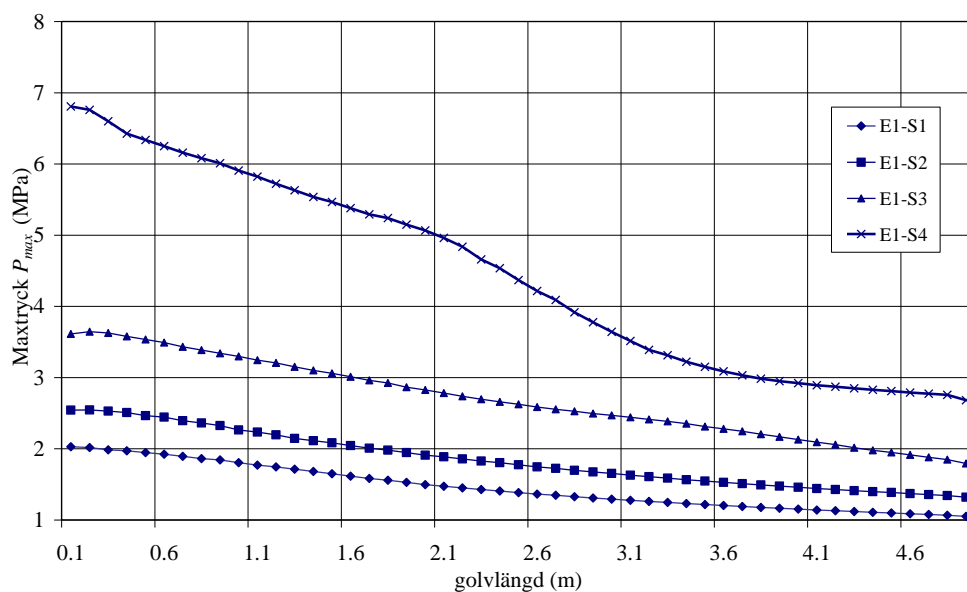
När maxtrycket som golvet upplever jämfördes så visar figur 8:41a att tryckegenskaperna, som beskrivs av EOS, hos jordsammansättningen påverkar mest. Maxtrycket ökar cirka 132 gånger när *E1-S1* jämförs med *E4-S1*. Men även skjuvhållfastheten hos jordsammansättningen påverkar resultatet på maxtryck, se figur 8:41b. Vi kan tydligt se hur maximala trycket ökar med sjunkande skjuvhållfasthet när tryckegenskaperna hålls konstanta. I genomsnitt får vi tre gånger högre maxtryck när *E1-S1* jämförs

Markstövåg

med *E1-S4*. Därefter sjunker gradvis skjuvhållfasthetens betydelse med ökade tryckegenskaper. När lerans EOS-*E4* används har skillnader i skjuvhållfasthet liten eller ingen betydelse längre på hur maxtrycket varierar längs golvet, se figur 8:41c.

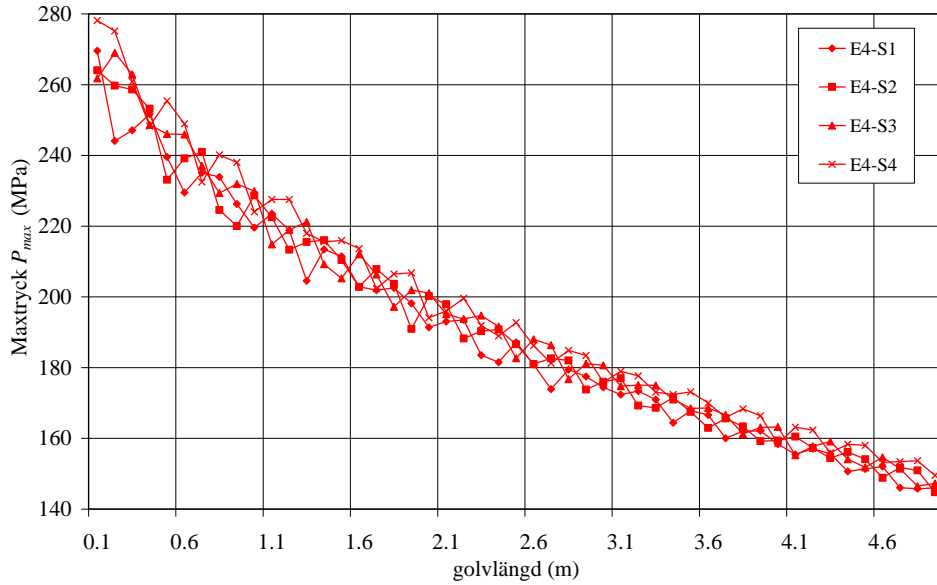


Figur 8:41a. Maxtryck hos källargolv för de olika jordsammansättningarna. Logaritmisk skala hos trycket. Tryckaxeln börjar ej vid noll.



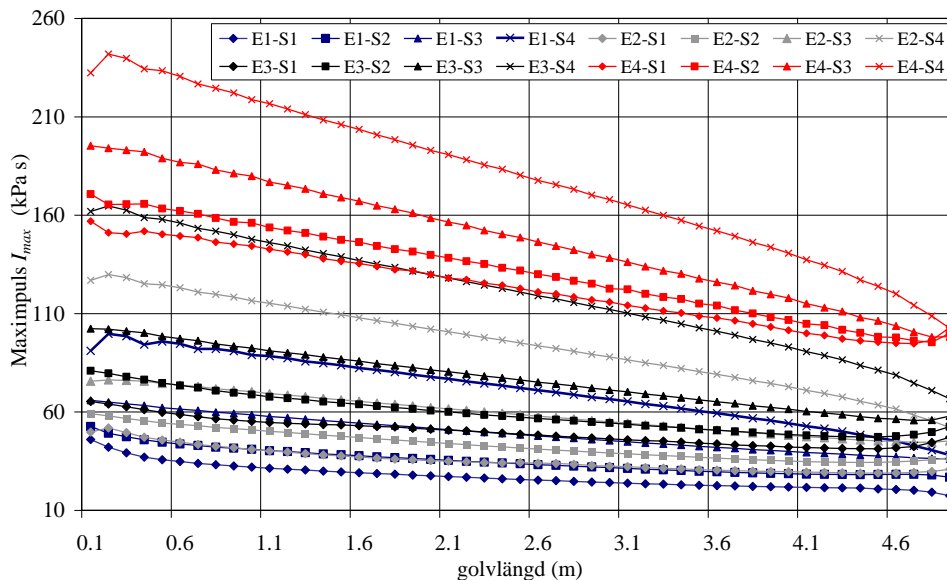
Figur 8:41b. Maxtryck hos källargolv för sand med EOS-*E1* varierande skjuvhållfasthet S1 till S4. Tryckaxeln börjar ej vid noll.

Markstövåg



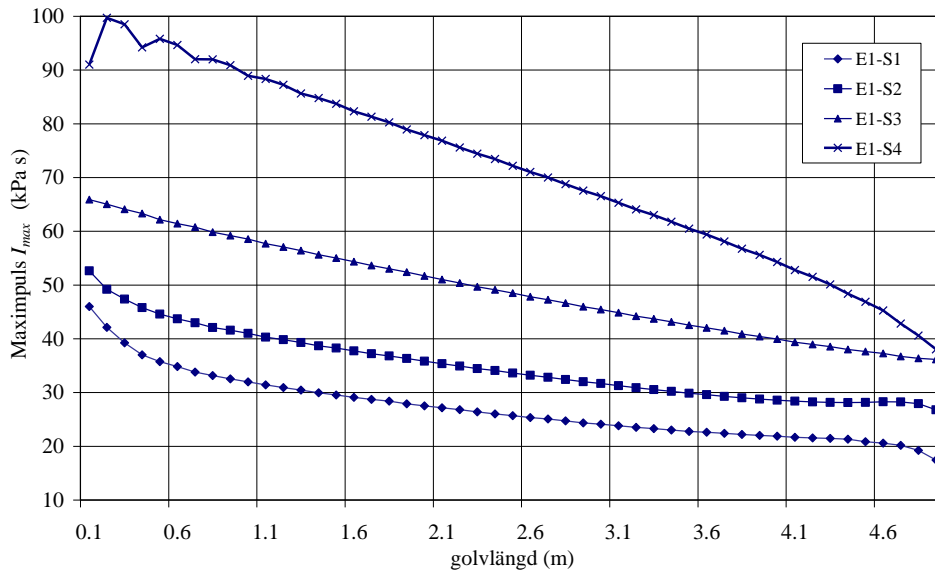
Figur 8:41c. Maxtryck hos källargolv för lera med EOS-*E4* och varierande skjuvhållfasthet *S1* till *S4*. Tryckaxeln börjar ej vid noll.

Maximpulsen hos källargolvet ökar på ett liknande sätt som maxtrycket gör för olika jordsammansättningar, se figur 8:41d. Maximpulsen ökar i genomsnitt sju gånger när *E1-S1* jämförs med *E4-S1*. När tryckegenskaperna, EOS, hålls konstanta och skjuvhållfastheten varierar fås i genomsnitt tre gånger högre maximpuls när *E1-S1* jämförs med *E1-S4*, se även figur 8:41e. Denna inverkan från skjuvhållfastheten kvarstår men försvagas även när tryckegenskaperna, EOS, höjs från *E1* till *E4*, se figur 8:41f. När *E4-S1* jämförs med *E4-S4* ökar maximpuls med cirka 1,5 gånger.

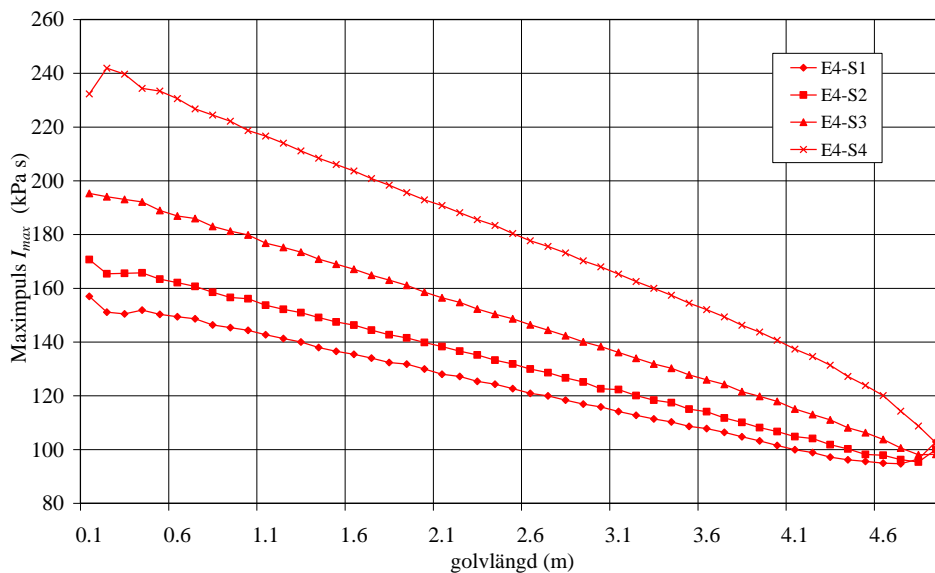


Figur 8:31d. Maximpuls hos källargolv för de olika jordsammansättningarna.

Markstövåg



Figur 8:41e. Maximpuls hos källargolv för sand med EOS-E1 varierende skjuvhållfasthet S1 till S4.

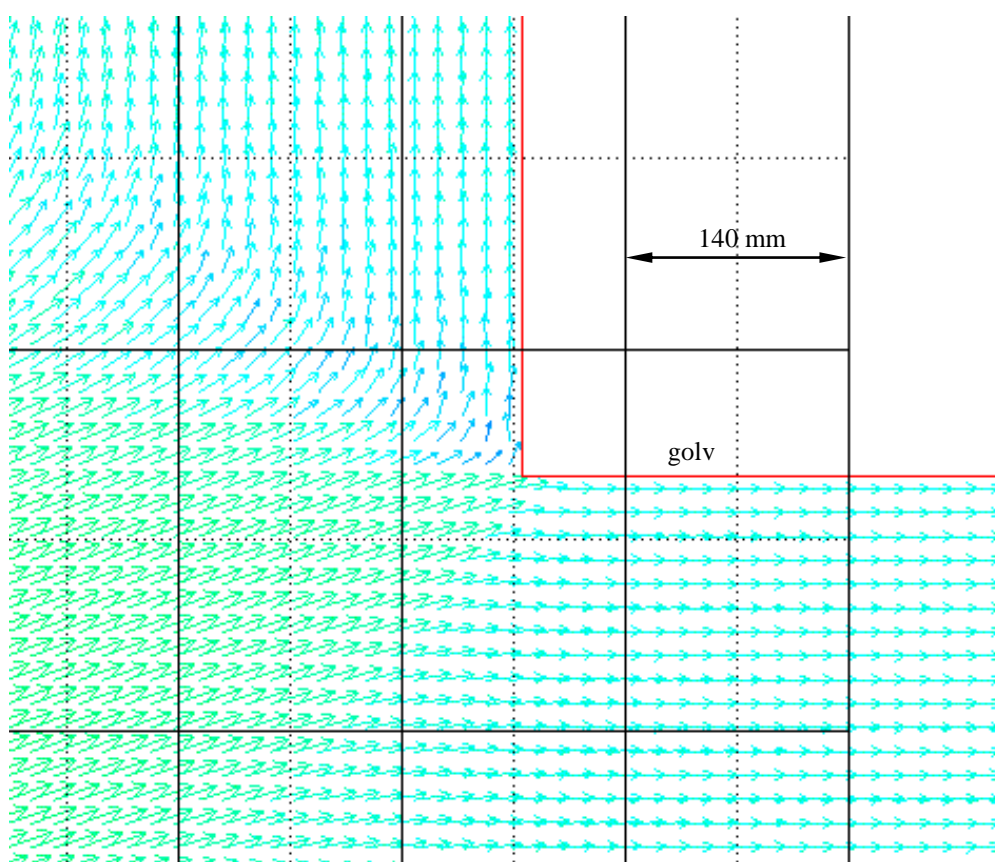


Figur 8:41f. Maximpuls hos källargolv för lera med EOS-E4 varierende skjuvhållfasthet S1 till S4.

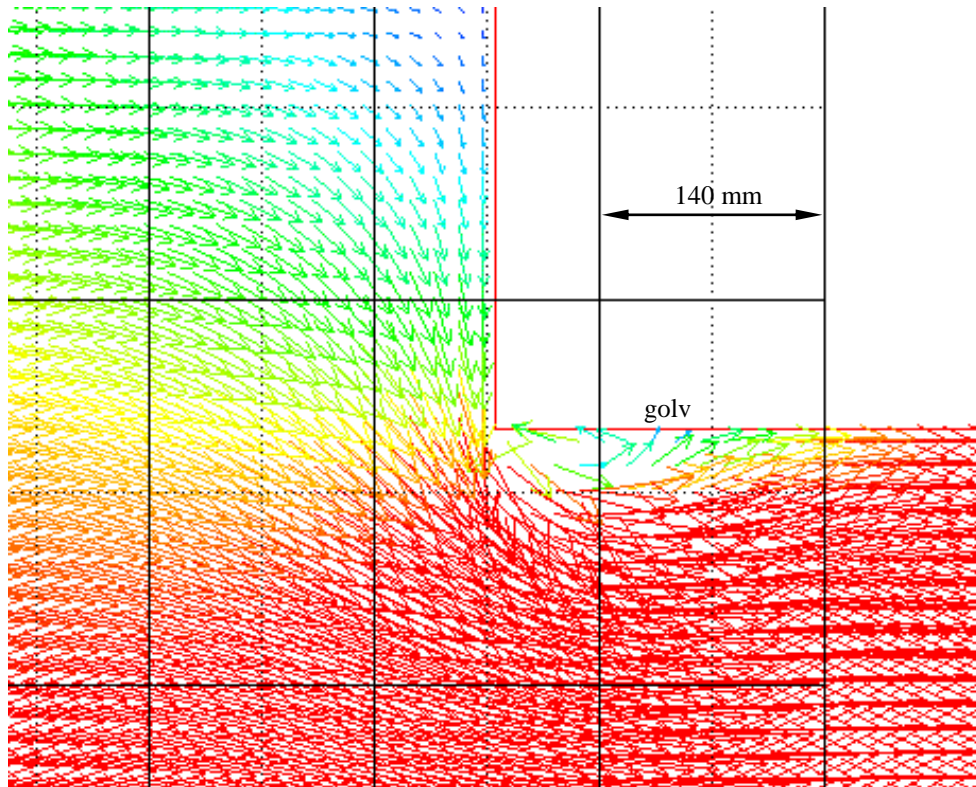
Som slutsats angående belastningen hos golvbjälklaget kan vi säga att störst inverkan har tryckeegenskaperna som beskrivs av EOS:en. Jord med höga tryckeegenskaper, till exempel med högt vatteninnehåll, leder till högre tryck och impuls. Därefter har skjuvhållfastheten stor betydelse, speciellt om tryckeegenskaperna, EOS, är låga, till exempel med hjälp av lågt vatteninnehåll. Vid försämrade skjuvhållfasthet hos jorden leder detta till högre tryck och impuls på golvbjälklaget.

8:42 Diffraction runt hörn mellan vägg och golv

Vad som tydligt kan ses från analysresultaten är benägenheten till att markstötstågen gärna böjer sig och börjar bilda virvlar när skjuvhållfastheten sjunker. I figur 8:42a och 8:42b jämförs diffraktion kring hörnet för jordsammansättningarna *E1-S1* och *E1-S4*. Vi kan se hur diffraktion börjar bildas på golvets sida när skjuvhållfastheten sjunker, se figur 8:42b. En annan intressant detalj är att jorden nära väggen vill strömma neråt när jordsammansättningen har lägre skjuvhållfasthet, se figur 8:42b. I fallet med hög skjuvhållfasthet vill dock jorden strömma uppåt längs väggen, se figur 8:42a.



Figur 8:42a. Redovisning av hastighetsfältet hos jorden med sammansättning *E1-S1* vid tiden 25 ms efter detonation. Röd pil motsvarar 10 m/s samt mörkblå pil 0 m/s.



Figur 8:42b. Redovisning av hastighetsfältet hos jorden med sammansättning *E1-S4* vid tiden 25 ms efter detonation. Röd pil motsvarar 10 m/s samt mörkblå pil 0 m/s.

I bilaga F visas hastighetsfältet i jorden för sammansättningarna *E1-S1*, *E1-S2*, *E1-S3*, och *E1-S4* vid tidpunkterna strax efter ankomst till vägg, cirka 12 ms, samt vid 25 ms. Resultaten redovisade i detta avsnitt har också publicerats och presenterats i Laine (2006).

9 Empiriska samband för att beräkna markstöt våg

9:1 Allmänt

Arbetet med att ta fram empiriska samband för att beräkna markstöt våg startades redan under andra världskriget av USA:s försvars-forsknings-satsningar. I Lampson (1946) ges en slutlig rapport av arbetet utfört mellan juni 1943 och augusti 1945. Syftet med detta arbete var att ge förståelse för hur:

- a) markstöt vågens magnitud påverkades av avstånd, laddningsdjup, laddningsstorlek och typ av laddning,
- b) mäta skada på en nergrävd fortifikatorisk byggnad, och
- c) ta fram samband mellan (a) och (b).

Punkt (c) ger underlag för försvarets ingenjörer att antingen kunna avgöra hur stor vapenverkan som behövs för att oskadliggöra en nergrävd byggnad eller hur en nergrävd byggnad ska utformas för att klara en tänkt hotbild. Ett stort antal experiment ligger som grund för framtagandet av de första empiriska sambanden. Dessa samband har sedan förfinats av bland annat Drake (1983) och Drake (1987). De har även använts av bland annat svenska försvarets forskningsanstalt (FOA), se till exempel Balazs (1999), för att uppskatta belastningen mot nergrävda armerade betongplattor som belastas av markstöt våg som uppkommer från detonerande bomber nergrävda i marken.

Detta kapitel är indelat så att läsaren i avsnitt 9:2 först får en översikt över vad Lampson tog fram som empiriska samband för markstöt våg redan under slutet av andra världskriget. I avsnitt 9:3 ges en bild av hur Drake beskrev liknande samband på 1980-talet. I avsnitt 9:4 diskuteras reflekterad markstöt våg i detalj. Slutligen, i avsnitt 9:5 ges samband för kraterbildning och hur den påverkas av olika parametrar.

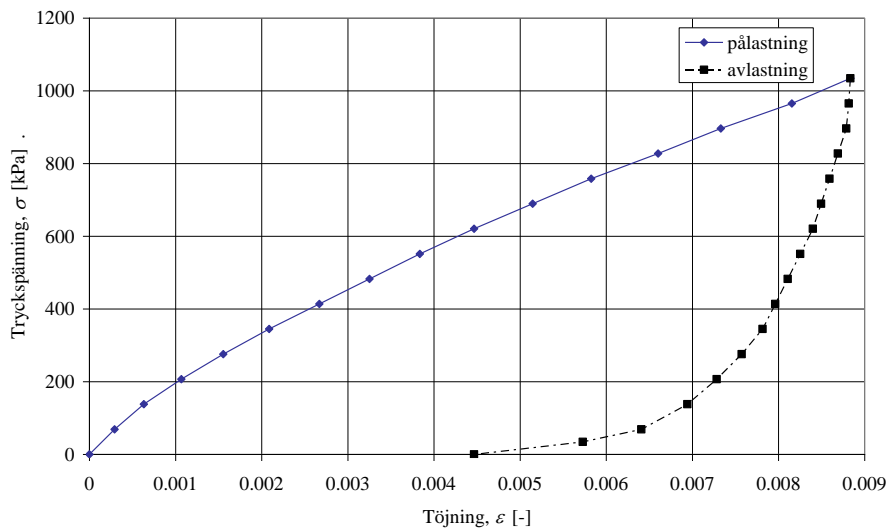
9:2 Stöt vågssamband enligt Lampson

Enligt Lampson (1946) ligger repeterbarheten hos experiment någonstans runt 25 procent om man utför en seismisk undersökning av jorden som identifierar att jordtypen är någorlunda densamma mellan olika provskjutningar. Men faktorer som regn, och därmed ändrat fuktighetsinnehåll, påverkar resultaten kraftigt. Detta försvårar arbetet med att ta fram noggranna markstöt vågssamband. Därför är det fundamentalt viktigt att förstå grund-

principerna hos ett jordmaterial, Lampson (1946). Jordmaterialet är plastiskt av naturen, se figur 9:2a, vilket illustrerar ett spännings-töjningsdiagram hos en omättad siltig lera. Mätningen är dynamiskt utförd, det vill säga där stötvågshastigheten har observerats under på- och avlastning, se bilaga G för utförligare beskrivning. Vågshastigheten hos ett jordmaterial kan beskrivas som funktion av spänningstöjningskurvan enligt ekvation (9:2a). Där spännings-töjningslutningen motsvarar en elasticitetsmodul E .

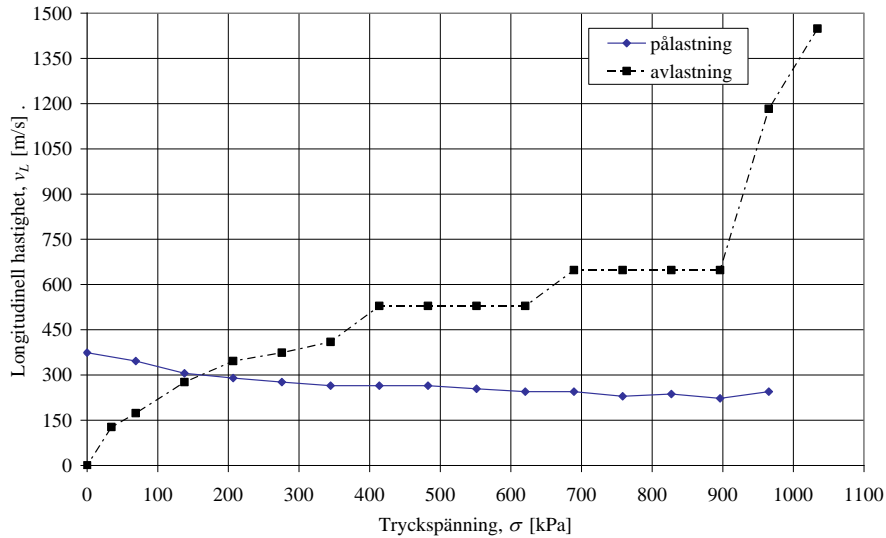
$$V(\sigma) = \sqrt{\frac{1}{\rho} \frac{d\sigma}{d\varepsilon}} \quad (9:2a)$$

Det som sker när en stötvåg vandrar igenom ett material med spännings-töjningsegenskaper enligt figur 9:2a är att stötvågsfronten propagerar mycket långsammare än avlastningsvågen, jämför lutningarna hos kurvorna i figur 9:2a vid till exempel tryckspänningen 800 kPa. Detta leder till att fronten äts upp snabbt av avlastningsvågen vid höga tryck. Vid låga tryck sker dock motsatsen, där sker en förlängning av vågen på grund av att avlastningshastigheten är långsammare än pålastningsvågen, studera lutningarna till exempel vid tryckspänningen 100 kPa.



Figur 9:2a. Dynamiskt mätt tryckspänning som funktion av töjning för fri siltig lera, korrigerad för sfärisk spridning. Punkterna som redovisas är omvandlade från lb/in^2 till kPa från figur 1 i Lampson (1946).

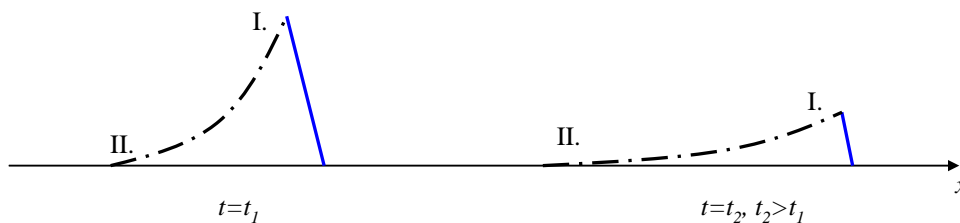
Från figur 9:2a har själva våghastigheterna för tangenten hos på- och avlastningskurvorna beräknats och redovisas i figur 9:2b.



Figur 9:2b. Longitudinell våghastighet som funktion av tryckspänning för fri silting lera med antagen densitet 1692 kg/m^3 . Beräknat från figur 9:2a via ekvation (9:2a).

Figur 9:2b visar tydligt att för det studerade materialet är brytpunkten för när avlastningen är snabbare än pålastningen ungefär 150 kPa. Om vi jämför vilka på- och avlastningshastigheter vi har vid exempelvis tryckspänningen 800 kPa fås en pålastningshastighet på ca 230 m/s och en avlastningshastighet på cirka 650 m/s. Det betyder att avlastningen sker omkring 2,8 gånger snabbare än pålastningen vid tryckspänningen 800 kPa. Men studeras hastigheterna vid tryckspänningen 100 kPa så är pålastningshastigheten 330 m/s och avlastningshastigheten 220 m/s, vilket betyder att situationen är omvänd och att pålastningshastigheten är 1,5 gånger snabbare än avlastningshastigheten vid tryckspänningen 100 kPa. Hur en ideell stötståg i marken skulle påverkas av tryckberoende av- och pålastningshastigheter i jorden illustreras i figur 9:2c.

- I. Över tid åts toppen upp av avlastningsvågen vid höga tryck.
- II. Över tid förlängs vågen i rummet vid låga tryck.



Figur 9:2c. Illustration av hur stötstågen påverkas av att på och avlastningsvågen varierar med trycket enligt i figur 9:2b.

9:21 Skalningsmodell genom en dimensionslös parameter

Det finns tillfällen när det underlättar att använda sig av dimensionell analys för att förstå hur skalning av experiment påverkar markstötstågsstorheter.

Markstövåg

Till exempel, vid vilket avstånd blir trycket lika och vad händer med impulsen om laddningens massa $W_1 = 1$ kg skalas till $W_2 = 1000$ kg? Detta visade Lampson (1946) att man kan studera igenom dimensional analys genom att relatera en dimensionslös parameter S definierad som

$$S = \left(\frac{W_2}{W_1} \right)^{1/3} \quad (9:21a)$$

till dimensionella komponenter som massa M , längd L , och tid T . Enligt Lampson (1946) kan då tabell 9:21a med kvantiteter (kolumn 1), dess dimensioner (kolumn 2), och dimensioner (kolumn 3) omvandlas till dimensioner i det nya systemet (kolumn 4). Kolumn 5 redovisar skalfaktorn S för varje kvantitet. Kolumn 6 redovisar kvantitet i det nya systemet. Med nytt system menas här när laddningen ändrats från W_1 till W_2 . Slutligen visar kolumn 7 kvantitetsjämförelse vid konstant värde av r/S , där r är laddningens avstånd till studerad punkt.

Tabell 9:21a. Skalningsmodell enligt Lampson (1946).

Kvantitet	Symbol	Dimension i gamla systemet	Dimension i nya systemet	Skalfaktor	Kvantitet i nya systemet	Kvantitetsjämförelse vid ett konstant värde av r/S
Längd	L	L	SL	S	SL	L/S
Massa	M	ρL^3	$\rho S^3 L^3$	S^3	$S^3 M$	M/S^3
Tid	T	T	ST	S	ST	T/S
Kraft	F	MLT^{-2}	$S^2 MLT^{-2}$	S^2	$S^2 F$	F/S^2
Energi	E	$ML^2 T^{-2}$	$S^3 ML^2 T^{-2}$	S^3	$S^3 E$	E/S^3
Tryck	P	$ML^{-1} T^{-2}$	$ML^{-1} T^{-2}$	1	P	P
Hastighet	v	LT^{-1}	LT^{-1}	1	v	v
Total Impuls	I'	MLT^{-1}	$S^3 MLT^{-1}$	S^3	$S^3 I'$	I'/S^3
Impuls per areaenhet	i	$ML^{-1} T^{-1}$	$S ML^{-1} T^{-1}$	S	Si	i/S
Förflyttning	d	L	SL	S	Sd	d/S
Acceleration	a	LT^{-2}	$S^{-1} LT^{-2}$	S^{-1}	$S^{-1} a$	Sa

Tabell 9:21a visar att om skalningsparametern är $S = (1000 / 1)^{1/3} = 10$, se ekvation (9:21a), så uppstår samma tryck och partikelhastighet vid avståndet, här betecknat som längden SL . Det vill säga mätningen behöver utföras 10 gånger längre bort om ett experiment skalas från 1 kg till 1000 kg sprängämne och trycket ska hållas konstant. Däremot ökar impulsintensiteten med Si , detta betyder att även om trycket är konstant i experimenten kommer impulsen per areaenhet bli 10 gånger högre. Det här kommer sig av att även fast trycket är detsamma mellan de två lastfallen så har varaktigheten ökat till ST . Detta är ekvivalent med att hålla kvantiteten skalat laddningsavstånd $\lambda = r / W^{1/3}$ konstant. I Lampson (1946) används just λ som beteckning för skalat laddningsavstånd, vilket även görs här när Lampsons empiriska samband diskuteras.

9:22 **Lampsons empiriska ekvationer för markstötståg**

Lampsons ekvationer för tryck

Lampson baserar sina empiriska ekvationer på experiment. I bilaga H redovisas ett axplock av de experimentella resultat som togs fram under Lampsons tid för hur maxtryck varierar för olika skalade laddningsavstånd. Från dessa experiment beskriver Lampson sambandet mellan maximalt tryck P_0 och skalat laddningsavstånd $\lambda = r / W^{1/3}$ av

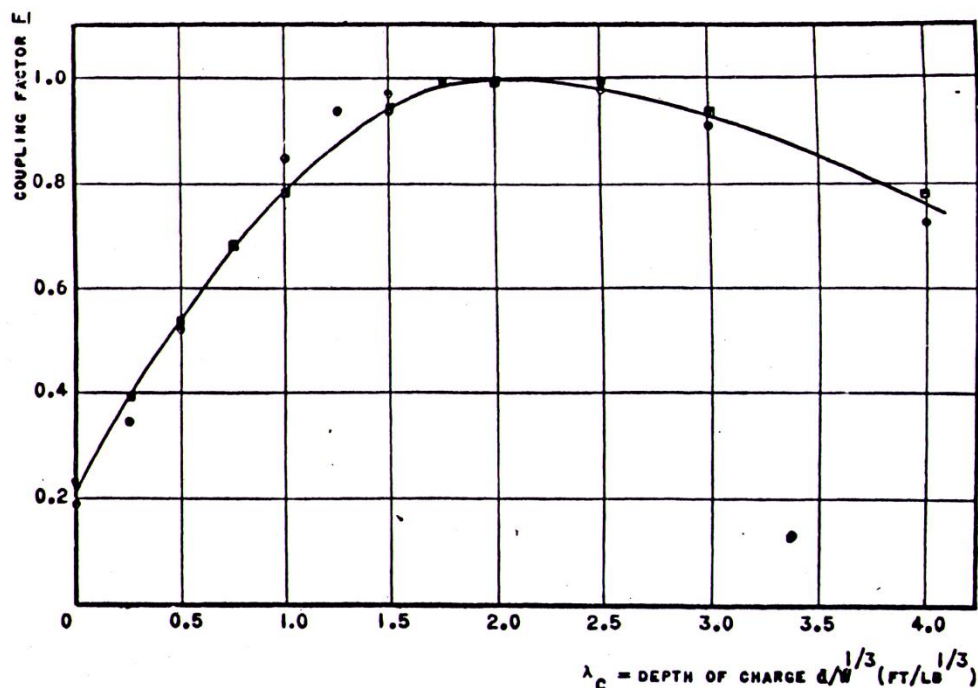
$$P_0 = k\lambda^{-3} \quad (9:22a)$$

där k är jordkonstanten. Lampsons resonemang hur ekvation (9:22a) kan rättfärdigas med avseende på enhet hos vänsterled och högerled diskuteras i slutet av bilaga H. Om hänsyn tas till vilket laddningsdjup och vilket explosivämne som används kan maxtrycket P_0 i [lb/in²] enligt Lampson bestämmas med följande ekvation för avståndsvariationen $2 \leq \lambda \leq 15$.

$$P_0 = FEk\lambda^{-n} \quad (9:22b)$$

där F är kopplingsfaktor som beror på vilket laddningsdjup laddningen detonerar, återfinns i figur 9:22a för lerig silt. E är explosivämnets faktor återfinns i tabell 9:22b, k är en jordkonstant som är karakteristisk för den studerade jorden, se tabell 9:22c, $\lambda = r / W^{1/3}$ är det skalade laddningsavståndet till studerad punkt där r återges i [ft] och laddningsvikt W i [lb]. n är exponent som bestäms av laddningsdjup eller mätpunktens djup. Det generella värdet för n är 3, och gäller för större laddningsdjup eller mätpunktens djup än det kritiska värdet $d = \lambda W^{1/3} = 3 / 2W^{1/3}$. För grundare djup än så går n mot 4. Ekvation (9:22b) visar att trycket sjunker med högre värde på n . Denna trycksänkning på grund av yteffekter var inte helt klarlagd under Lampsons tid. Lampson nämner att det kan bero på jordytans plasticering och på reflektioner från ytan som är i motsatt fas. Dessa nämns som möjliga orsaker till reduktion av maximala trycket när avståndet från laddningen ökar för ytligt studerade laddningar.

Under litteratursökningen har ej alla rapporter från Lampsons arbete kunnat hittas, så därför saknas kopplingsfaktorkurvor för andra jordmaterial. I Lampson (1946) redovisas endast kopplingsfaktor för lerig silt, se figur 9:22a.



Figur 9:22a. Kopplingsfaktor F [-] som funktion av skalat laddningsdjup λ_c för lerig silt, från Lampson (1946).

Tabell 9:22b. Explosivämnets faktor E för tryck, från Lampson(1946).

Explosivämne	Explosivämnets faktor E
TNT	1,00
Amatol	1,04
Composition B	1,04
Tritonal	1,17
Minol 2	1,34
HBX 2	1,39

Tabell 9:22c. Jordkonstant k [lb/in²] för några jordtyper, Lampson (1946).

Jordtyp	Plats	k_{\min}	k_{\max}	k_{medel}
Olagrad lös lera eller silt, på engelska loess	Natchez, Mississippi	400	1 700	800
Lerig silt	Princeton, New Jersey	1 300	2 500	2 000
Siltig lera	Camp Gruber, Oklahoma	1 300	9 000	5 100
Lera – omättad	Houston, Texas	10 000	20 000	15 000
Lera – mättad	Houston, Texas	50 000	150 000	100 000

För TNT-laddning begravn på laddningsdjupet $d_c = \lambda_c W^{1/3} = 2W^{1/3}$, där $\lambda_c = 2$ är det skalade laddningsdjupet, förenklas ekvation (9:22b) till

$$P_0 = k\lambda^{-3} \tag{9:22c}$$

Denna enkla empiriska ekvation beskriver enligt Lampson tryckvariation som funktion av skalat laddningsavstånd. Som ses i tabell 9:22c varierar k från 1 till cirka 100 gånger i magnitud beroende typ och kondition hos jorden. Medan kopplingsfaktor F och explosivämnesfaktorn E tillsammans varierar ungefär 1 till 7 gånger i magnitud. Detta gör att jorden är den enskilt viktigaste egenskap för att kunna estimeras maxtrycket hos markstöt vågen. Hur k kan variera för samma jordtyp kan ses i tabell 9:22c. Denna variation antar Lampson beror på fuktinnehåll och packningsgrad hos jorden.

I vissa lokala fall har Lampson observerat fall där det skalade mätpunktsdjupet λ_g har varierats mellan $0.5 \leq \lambda_g = r / W^{1/3} \leq 4 \text{ ft/lb}^{1/3}$ så har jordkonstanten för Texas-lera varierat mellan $10\,000 \leq k \leq 150\,000 \text{ lb/in}^2$ där k ökar med det skalade mätpunktsdjupet. Detta har uppstått vid situationer där ytligt vatten har funnits tillgängligt så att fukthalt och våghastighet hos jorden har varierat kraftigt ganska nära ytan.

I Lampson (1946) nämns också att det finns en korrelation mellan jordkonstanten k och propageringshastigheten hos den seismiska vågen, det vill säga den elastiska våghastigheten v som uppstår vid låga vågamplituder. Följande relation för jordkonstanten

$$k = \frac{1}{2} \rho v^2 \quad (9:22d)$$

verifierades med ytliga provskjutningar med väldigt små laddningar där det visade sig att ekvation (9:22d) har en korrelation på $\pm 25\%$ med de experimentella resultaten, se bilaga I.

Lampsons ekvationer för impuls

Den positiva impulsen per areaenhet, även kallad impulstätheten av en tryckvåg i jorden, är lika med rörelsemängden för en enhetssektion av vågen och ges av integralen

$$i = \int_0^{T_0} P dt \quad (9:22e)$$

där T_0 är den positiva varaktigheten. En del av de experimentella resultat som ligger som grund för den empiriska ekvation för hur impulsen varierar med skalat laddningsavstånd återfinns i bilaga H. Enligt Lampson (1946) återges impulsen som funktion av avståndet av följande empiriska ekvation:

$$i = E' FBW^{1/3} \lambda^{-5/2} \quad (9:22f)$$

där i är impulsen per areaenhet [lb-s/in^2], E' explosivfaktor för impuls, se tabell 9:22d, F är kopplingsfaktor som beror på vilket laddningsdjup laddningen detonerar och återfinns i figur 9:22a för lerig silt. B är en karakter-

istisk jordkonstant för impuls, se tabell 9:22d och W är laddningsvikten i [lb]. $\lambda = r / W^{1/3}$ är det skalade laddningsavståndet till studerad punkt r och återges i [ft] och laddningsvikt W i [lb].

Att explosivfaktorn E' inte är densamma för tryck och impuls härrör från att impulsen påverkas mycket mer av hur gasprodukterna från explosionen beter sig efter explosionen. Dessa gasers expansion fungerar som en kolv som pressar omkringliggande jord under en längre tid, vilket direkt påverkar hur länge det positiva trycket varar och därmed impulsen. Maxtrycket däremot påverkas bara av sprängämnets intensitet under själva detonationen.

Tabell 9:22d. Explosivämnets faktor E för impuls, från Lampson (1946).

Explosivämne	Explosivämnets faktor E'
TNT	1,00
Amatol	1,04
Composition B	0,97
Tritonal	1,27
Minol 2	1,38
HBX 2	1,50

Kopplingsfaktorn F som funktion av laddningsdjup är densamma för tryck och impuls, vilket redovisas i figur 9:22a för lerig silt. På samma sätt som för tryck kan den empiriska ekvationen (9:22f) för impulsen förenklas till följande form när laddningsdjupet är $d_c = \lambda_c W^{1/3} = 2W^{1/3}$, vilket ger $F = 1$, och sprängämnet TNT ger $E' = 1$, då fås

$$i = BW^{1/3} \lambda^{-5/2}. \quad (9:22g)$$

I ekvation (9:22g) är det bara en godtycklig parameter, B , vilken associeras med överförbarheten hos jorden. Jordkonstanten B i den här ekvationen har en mycket mindre variation än jordkonstant k för tryck, jämför tabell 9:22e med 9:22c. I Lampson (1946) visas det att konstanten B också kan associeras till densitet och seismisk hastighet via

$$B = 1.15\rho v = 1,6\rho^{1/2}k^{1/2} \quad (9:22h)$$

Enligt Lampson (1946) har ekvation (9:22h) en korrelation på $\pm 35\%$ med de experimentella resultaten. Korrelationen är inte lika god som för jordkonstanten k .

Tabell 9:22e. Jordkonstant B som påverkar impulsen för några jordtyper och platser, Lampson (1946).

Jordtyp	plats	B_{medel}
Olagrad lös lera eller silt (eng. Loess)	Natchez, Mississippi	1,60
Lerig silt	Princeton, New Jersey	4,77
Siltig lera	Camp Gruber, Oklahoma	5,44
Lera	Houston, Texas	6,64

Lampson (1946) nämner att det är uppenbart att inte noggrannare korrelation kan fås eftersom konstanten B inte tar hänsyn till spännings-töjningskurvan eller den faktiska initiella lutningen för det studerade jordmaterialet.

Lampsons ekvationer för partikelhastighet

Maximal partikelhastighet av en stövåg är direkt relaterad till stötvågens tryck med följande generella ekvation

$$U_p = \frac{1}{\rho} \int_0^P \frac{d\sigma}{v(\sigma)} \quad (9:22i)$$

där U_p är partikelhastigheten [in/sec], ρ densitet [slug/in³], σ tryck [lb/in²], P max trycket $v(\sigma)$ är hastigheten hos vågpropagering [ft/sec] som funktion av trycket σ . I bilaga G redovisas att sambandet för vågpropagering kan skrivas som

$$v(\sigma) = a \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^{-n} \quad (9:22j)$$

där a är en parameter som beror på jordegenskaper. Med $n = 1/6$ för pålastning kan spänningstöjningskurvan för den studerade jorden som redovisas i figur 9:2a återskapas. När ekvation (9:22j) sätts in i (9:22i) fås

$$U_p = \frac{1}{a\rho\sigma_0^{1/6}} \int_0^P \sigma^{1/6} d\sigma \quad (9:22k)$$

vilket kan lösas ut till

$$U_p = \frac{6}{7a\rho\sigma_0^{1/6}} P^{7/6} \quad (9:22l)$$

Men maxtrycket kan beskrivas med ekvation (9:22c) $P = k\lambda^{-3}$ och på liknande sätt kan den godtyckliga spänningen beskrivas som $\sigma_0 = k\lambda_0^{-3}$ vilket insatt i ekvation (9:22l) ger

$$U_p = \frac{6}{7a\rho(k\lambda_0^{-3})^{1/6}} (k\lambda^{-3})^{7/6} = \frac{6k^{7/6}\lambda^{-7/2}}{7a\rho k^{1/6}\lambda_0^{-1/2}} = \frac{6k\lambda_0^{1/2}}{7a\rho} \lambda^{-7/2} \quad (9:22m)$$

Experimentellt visade Lampson (1946) att $k = \frac{1}{2}\rho a^2$. Detta kan uttryckas som $a = \sqrt{\frac{2k}{\rho}}$ och insatt i ekvation (9:22m) ger

$$U_p = \frac{6k\lambda_0^{1/2}\rho^{1/2}}{7 \cdot 2^{1/2} k^{1/2} \rho} \lambda^{-7/2} = \frac{6\lambda_0^{1/2}}{7 \cdot 2^{1/2}} \frac{k^{1/2}}{\rho^{1/2}} \lambda^{-7/2} = \frac{6}{7} \sqrt{\frac{\lambda_0 k}{2\rho}} \lambda^{-7} \quad (9:22n)$$

där λ_0 är det skalade laddningsavståndet som relaterar till det godtyckliga trycket σ_0 och när detta till exempel är satt till 1 [lb/in²]. Så om verkliga experiment studeras så är $\lambda_0 \approx 17$ för $\sigma_0=1$ [lb/in²], se bilaga H, vilket medför att ekvation (9:22n) kan skrivas som

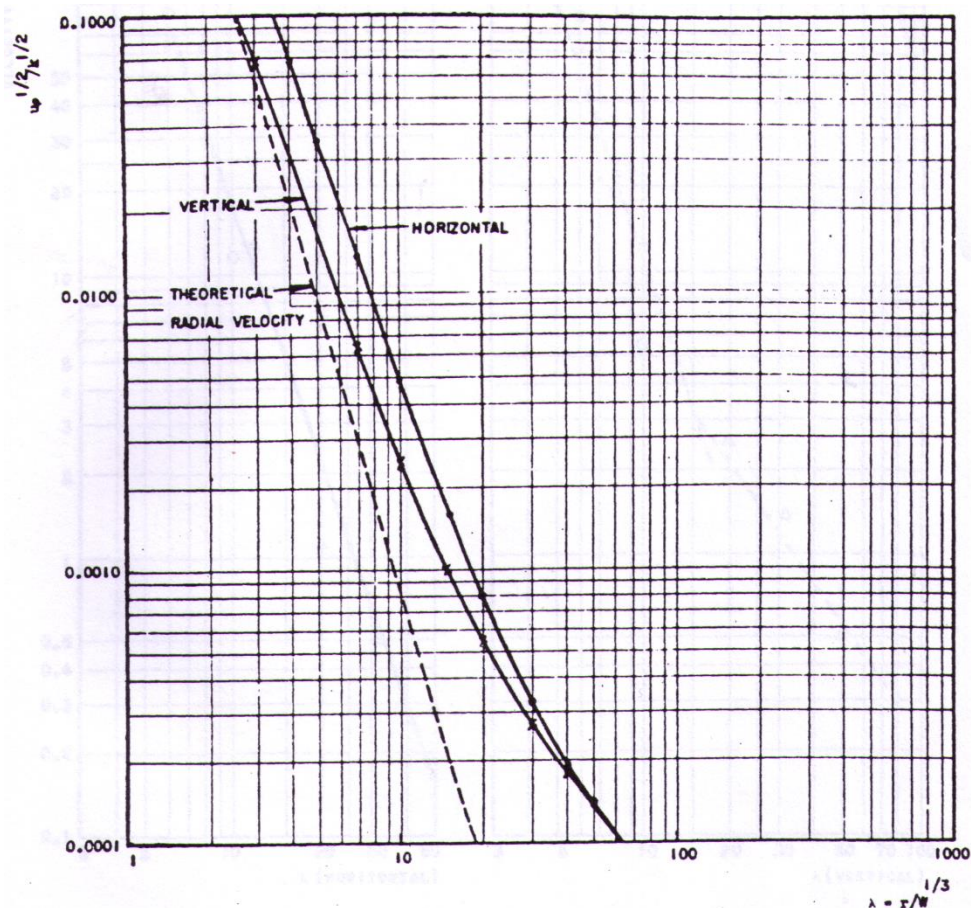
$$U_p = \frac{6 \cdot 17^{1/2}}{7 \cdot 2^{1/2}} \frac{k^{1/2}}{\rho^{1/2}} \lambda^{-7/2} = A \frac{k^{1/2}}{\rho^{1/2}} \lambda^{-7/2} = A \sqrt{\frac{k}{\rho}} \lambda^{-7} \quad (9:22o)$$

med konstanten A, vilken kan beräknas till $A \approx 2,5$. De mätta partikelhastigheterna hos jorden kompliceras av flytdeformationen hos ytan, vilket motiverade Lampson (1946) att omformulera ekvation (9:22o) och använda olika empiriska ekvationer för horisontell och vertikal partikelhastighet:

$$U_{p,h} = 7050\lambda^{-3} + 8,25\lambda^{-1} \quad (9:22p)$$

$$U_{p,v} = 3200\lambda^{-3} + 9,85\lambda^{-1} \quad (9:22q)$$

dar $U_{p,h}$ och $U_{p,v}$ är horisontell och vertikal partikelhastighet i [in/s]. Lampson (1946) anser att det är nödvändigt att teckna två ekvationer för partikelhastigheten och använda medelvärdesresultatet av dem på grund av att komponenterna skiljer sig i både fas och amplitud. I figur 9:22b redovisas hur medelvärdet för partikelhastigheterna varierar som funktion av skalat laddningsavstånd. Figuren visar att teoretisk ekvation ger lägre värden än både den horisontella och vertikala partikelhastighetsekvationen.



Figur 9:22b. Maximala partikelhastigheter vid ytan som funktion av skalat laddningsavstånd λ , från Lampson (1946).

Ekvationerna (9:22p) och (9:22q) kan även skrivas i mer generella termer eftersom även jordkonstanten k och densiteten ρ bestämdes för provplatsen, Camp Gruber Oklahoma, se tabell 9:22c. Densiteten var $\rho = 0,0019$ slug/in³ och $k = 5100$ så $k^{1/2} / \rho^{1/2} = 1640$, vilket ger

$$U_{p,h} = \frac{k^{1/2}}{\rho^{1/2}} (4,3\lambda^{-3} + 0,005\lambda^{-1}) \quad (9:22r)$$

$$U_{p,v} = \frac{k^{1/2}}{\rho^{1/2}} (1,95\lambda^{-3} + 0,006\lambda^{-1}) \quad (9:22s)$$

Lägger man dessutom till fördämningsfaktorn F och explosivämnets faktor E blir den slutliga formen för maximal partikelhastighet

$$U_{p,h} = FE \frac{k^{1/2}}{\rho^{1/2}} (4,3\lambda^{-3} + 0,005\lambda^{-1}) \quad (9:22t)$$

$$U_{p,v} = FE \frac{k^{1/2}}{\rho^{1/2}} (1,95\lambda^{-3} + 0,006\lambda^{-1}) \quad (9:22u)$$

och teoretisk i radiell riktning

$$U_{p,r} = 2,5 \frac{k^{1/2}}{\rho^{1/2}} \lambda^{-7/2} \quad (9:22v)$$

Ekvationerna (9:22t) och (9:22v) är de ekvationer som Lampson (1946) rekommenderar för partikelhastighet. Ekvationerna baserar sig inte på experiment utan istället antas samma beteende som för beräkning av maxtrycket, jämför med ekvation (9:22b). Detta förfarande kan även motiveras av att partikelhastigheten är direkt relaterad till trycket. I figur H:g-H:i i bilaga H redovisas experimentella resultat för partikelhastighet för olika laddningsstorlekar som funktion av skalat laddningsavstånd i horisontal- och vertikalled. Experimenten är utförda i silitg lera, Camp Gruber, Oklahoma.

Lampsons ekvationer för acceleration

Accelerationen beskriver Lampson (1946) med följande empiriska ekvation

$$a_g = FE \frac{k}{\rho W^{1/3}} (1400\lambda^{-4} + 3,5\lambda^{-2} + 0,5\lambda^{-1}) \cdot 10^{-5} \quad (9:22x)$$

där accelerationen a_g är i enheten [g], och en g är lika med $32.2 \text{ [ft/s}^2\text{]}$ och W är explosivämnets vikt [lb]. Enligt Lampson (1946) så har experiment visat att acceleration varierar på samma sätt som uppmätt tryck för varierande laddningsdjup, vilket motiverar faktorn F i ekvation (9:22x). Med resonemang utan att direkt kunna visas från experiment antas accelerationen variera på samma sätt som för tryck med avseende på explosivämne, vilket i sin tur motiverar faktorn E i ekvation (9:22x).

En teoretisk härledning av accelerationen kan göras om tryckgradienten kring regionen runt laddningen studeras. Följande uttryck beskriver stöt-vågskraften på en finit del med densiteten ρ och tjockleken dr , då

$$a = -\frac{1}{\rho} \frac{d\sigma}{dr} \quad (9:22y)$$

där σ är spänningen. Antag att tryckvågen vid explosivämnet startar som en enhetsfunktion med amplituden σ och på grund av att hastighetspropageringen är en funktion av σ , så fås

$$r = v(\sigma)t \quad (9:22z)$$

för distansen r en trycknivå σ som kommer att propagera inom tiden t . Ur detta fås

Markstövåg

$$\frac{dr}{d\sigma} = t \frac{dv}{d\sigma} \Leftrightarrow \frac{d\sigma}{dr} = \frac{1}{t} \frac{d\sigma}{dv} \quad (9:22aa)$$

men $t=r/v$, antaget att v är konstant vilket då ger

$$\frac{d\sigma}{dr} = \frac{v}{r} \frac{d\sigma}{dv} \quad (9:22ab)$$

tillsammans med ekvation (9:22y) ger detta att accelerationen kan uttryckas som

$$a = -\frac{v}{\rho r} \frac{d\sigma}{dv} \quad (9:22ac)$$

Men enligt Lampson (1946) kunde följande relation för hastighet och spänning fastslås experimentellt

$$v(\sigma) = a_0 \sigma_0^{1/6} \sigma^{-1/6} \quad (9:22ad)$$

vilket ger

$$\frac{dv}{d\sigma} = -\frac{1}{6} a_0 \sigma_0^{1/6} \sigma^{-7/6} \quad (9:22ae)$$

Insättning a_0 från ekvation (9:22ad) i ekvation (9:22ae) ger

$$\frac{dv}{d\sigma} = -\frac{1}{6} \frac{v}{\sigma} \Leftrightarrow \frac{d\sigma}{dv} = -6 \frac{\sigma}{v} \quad (9:22af)$$

När ekvation (9:22af) sätts in i ekvation (9:22ac) kan accelerationen beskrivas med

$$a = \frac{6\sigma}{\rho r} \quad (9:22ag)$$

Baserat på denna ekvation blir accelerationen maximal när spänningen är maximal. Antaget att den experimentellt framtagna tryckvågsavlastningen håller för denna situation, så är $\sigma = k\lambda^{-3}$ och $r = W^{1/3}\lambda$, vilket ger

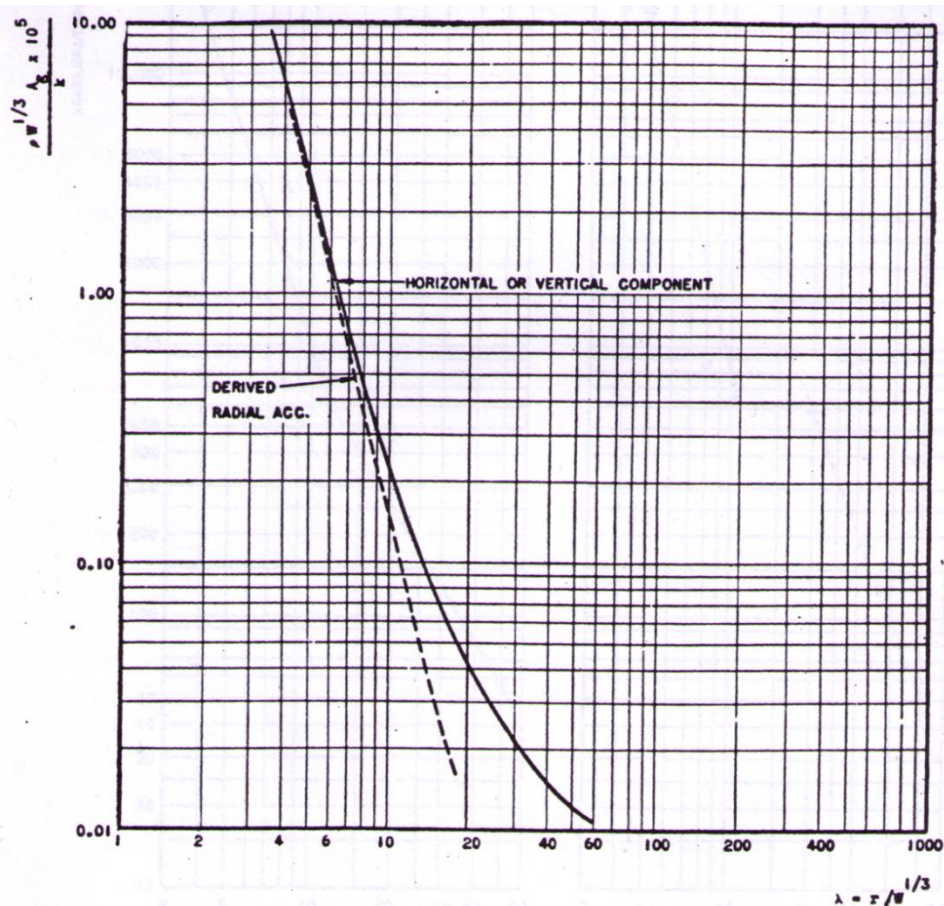
$$a = \frac{6k}{\rho W^{1/3}} \lambda^{-4} \quad (9:22ah)$$

För att skriva till termen gravitation a_g , där a_g accelerationen är i enheten [g] vilket är lika med 32.2 [ft/s²], så behöver enhetsomvandling från 1 [in/s²] till 0,0025901 [g] göras. Detta ger värdet $6 \cdot 0,0025901 = 15,5 \cdot 10^{-3}$ vilket ger följande ekvation

$$a_g = \frac{15,5 \cdot 10^{-3} k}{\rho W^{1/3}} \lambda^{-4} \quad (9:22ai)$$

Det teoretiska uttrycket för acceleration, ekvation (9:22ai), är det som jämförs med experimentella resultat, ekvation (9:22x). På korta avstånd är det bara första termen av polynomet i ekvation (9:22x) som behöver tas hänsyn till när de experimentella värden mätta nära ytan jämförs med det teoretiska uttrycket. Då fås följande förhållandekvot $a_{g,exp}/a_{g,teori}=1.3$. Detta överensstämmer med en magnituds storhet, vilket är ett bra bebygg för den förenklade analys som Lampson (1946) utförde.

I figur 9:22c jämförs empiriska ekvationer såsom ekvation (9:22ai) och ekvation (9:22x). Figuren visar att båda kurvorna sammanfaller väl för $\lambda = r/W^{1/3} \leq 6$ [ft/lb^{1/3}]. Enligt Lampson (1946) så fann han att accelerationerna i horisontal- och vertikalled huvudsakligen är desamma och därför representeras av en kurva i figur 9:22c. Experimentella resultat från accelerationsmätningar redovisas i bilaga H.



Figur 9:22c. Maximala dimensionslösa accelerationer, $\rho W^{1/3} a_g \cdot 10^5 \cdot k^{-1}$, vid ytan som funktion av skalat laddningsavstånd λ , från Lampson (1946).

Lampsons ekvationer för förskjutningen

Förskjutningen av partiklar i jorden som funktion av avståndet kan härledas genom att integrera töjningen ε i varje sfäriskt skal där vågen expanderar vid tidpunkten för maximal förskjutning. Lampson (1946) antar att om varaktigheten hos stötstågen är lång och att avtagandet är snabbt så kan maximal deformation antas uppnås just innan någon betydande negativ hastighet uppnås. Detta fås genom

$$d = \int_r^{\infty} \varepsilon \, dr \quad (9:22aj)$$

där d är maximal förskjutning och r är avståndet från laddningen. Om Lampson (1946) använder sig av kunskapen kring tryckavståndskurvor och experimentella spännings-töjningskurvor, se bilaga G, så kan följande uttryck tas fram för förskjutningen d

$$\frac{d}{W^{1/3}} = \frac{C_0}{8} \lambda^{-3} \quad (9:22ak)$$

där C_0 är en dimensionslös konstant numeriskt lika med $k^{1/3}$, $\lambda = r / W^{1/3}$ är det skalade laddningsavståndet och W laddningen i [lb]. Experimentella värden härledda från integration av partikelhastighetsekvationerna (9:22r) och (9:22s) ger följande horisontella och vertikala förskjutning

$$d_h = W^{1/3}(3,94\lambda^{-3} + 0,0018\lambda^{-1}) \quad (9:22al)$$

$$d_v = W^{1/3}(1,05\lambda^{-3} + 0,0027\lambda^{-1}) \quad (9:22am)$$

Förskjutningarna d_h och d_v är båda i enheten [ft]. Av termerna i ekvationen kan noteras att horisontell rörelse är dominerande speciellt nära laddningen. Nära laddningen så kan maximal rörelse i radiell riktning enligt Lampson (1946) antas vara

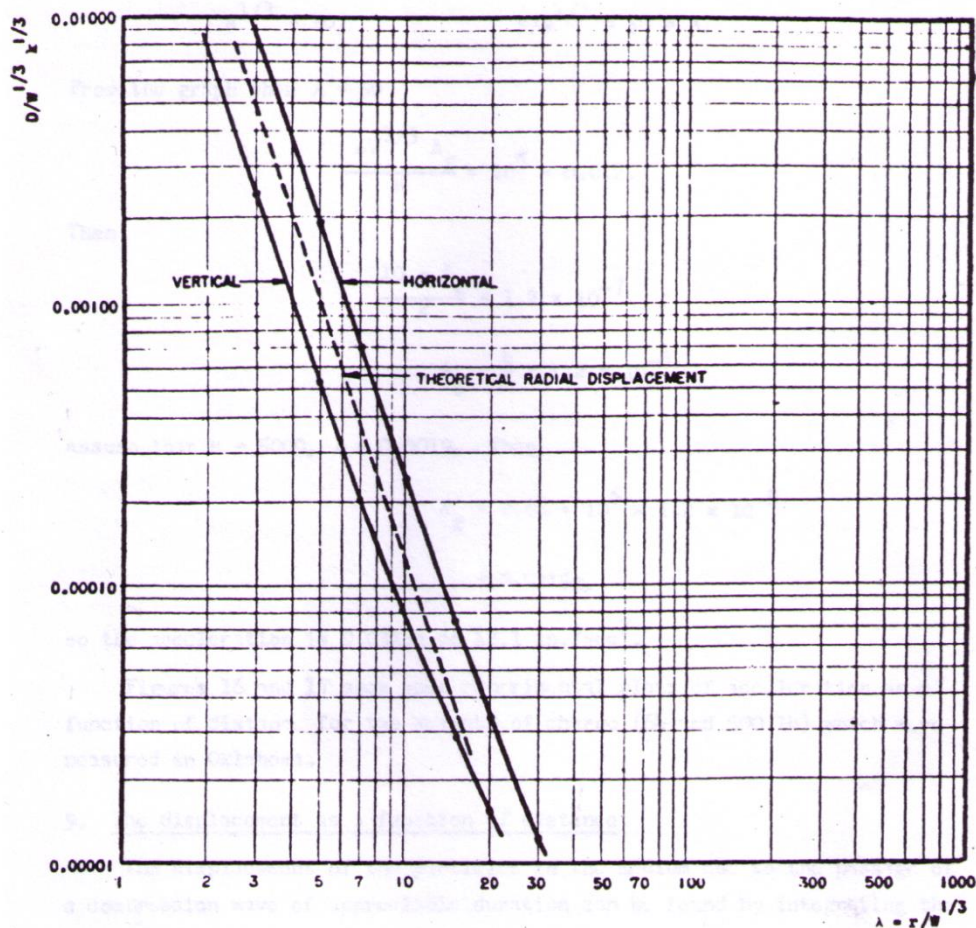
$$d_r \approx 4W^{1/3}\lambda^{-3} \quad (9:22an)$$

Används istället den härledda ekvationen (9:22ak) samt jordkonstanten $k = 5100$ för den siltiga lera i enlighet med experimenten utförda i Oklahoma, se tabell (9:22c), så fås

$$d_{r,k=5100} \approx 2,15W^{1/3}\lambda^{-3} \quad (9:22ao)$$

vilket ger en kvot på 1,86 mellan ekvation (9:22an) och (9:22ao). Detta indikerar att Lampson (1946) teoretiska beskrivning i ekvation (9:22ak) inte är så långt från sanningen, som Lampson (1946) själv uttrycker det. Något som Lampson (1946) kommenterar är att man på korta avstånd inte nödvän-

digttvis mäter maximal förskjutning i vertikal och horisontal riktning samtidigt på grund av att de inte nödvändigtvis är i fas, men på större avstånd är de någorlunda i fas. I figur 9:22d redovisas de empiriska ekvationernas förskjutning om beroendet $k^{1/3}$ accepteras för förskjutningen. Figuren visar att den teoretiska radiella deformationen ligger mellan både vertikal deformation, som är lägst, och horisontell deformation. I bilaga H redovisas utvalda experimentella resultat för deformation.



Figur 9:22d. Maximala deformationer i marken, $dW^{1/3}k^{1/3}$, som funktion av skalat laddningsavstånd λ , från Lampson (1946).

Lampsons ekvationer för kraterbildning

Fysiken bakom kraterbildning från detonerade nergrävda laddningar var vid tiden då Lampson skrev sina rapporter inte helt klarlagd och därför nöjde han sig med att beskriva det empiriska sambandet för kraterdiameter som

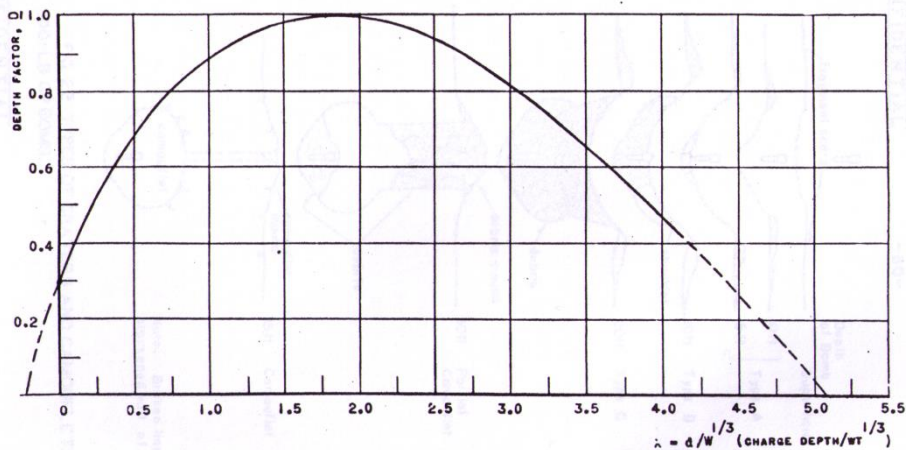
$$R_c = D_c E_c S_c W^{1/3} \tag{9:22ap}$$

där D_c är laddningsdjupsberoende för kraterbildning. D_c är en funktion av skalat laddningsdjup och är en väldigt viktig parameter för att kunna bestämma radien. Maximal radie fås vid ett visst djup, $2W^{1/3}$, därefter sjun-

ker kraterns radie igen, se figur 9:22e. Detta djup har uppmärksamats tidigare, se till exempel kopplingsfaktor för tryck och impuls tidigare i detta kapitel. Detta motsvarar djupet när kopplingsfaktorn är lika med 1, det vill säga att all omvandlad energi maximalt genererar tryck och impuls i omkringliggande jord. Faktorn E_c är explosivämnesfaktorn för kraterstudier, se tabell 9:22f. I tabellen syns det att E_c inte varierar så stort från värdet 1 oavsett typ av laddning. Jordfaktorn S_c varierar väldigt lite för de experimentella data som Lampson (1946) har och är proportionella till jordkonstanten upphöjd till 1/12:

$$S_c = 1,3k^{1/12} \quad (9:22aq)$$

Jordfaktorn blir $S_c = 2,6$ jord med $k = 4000$ vilket är fallet för siltig lera, se tabell 9:22c.



Figur 9:22e. Laddningsdjupfaktorn D_c [-] som funktion av skalat laddningsdjup λ_c , från Lampson (1946).

Tabell 9:22f. Explosivämnes faktor E_c för krater, från Lampson (1946).

Explosivämne	Explosivämnes faktor $E_c = CR_w / CR_{TNT}$
TNT	1,00
Amatol	0,98
Composition B	1,02
Tritonal	1,11
Minol 2	1,14
HBX 2	1,15

Lampsons diskussion kring korrelation mellan mätbara effekter

Korrelation mellan mätbara markstötstågseffekter (tryck, impuls, och acceleration) och mätt seismisk hastighet enligt ytlig geoteknisk skjutning var för den av Lampson (1946) studerade korrelationen inte självklar. I Lampson (1946) används dimensionsanalys av de studerade jordtyperna. Av detta framgår att jordkonstanten k , som används bland annat för att bestämma tryck, borde vara proportionell mot ρv^2 . På liknande sätt borde impulskonstanten B vara proportionell mot ρv . Slutligen borde

accelerationskonstanten C vara proportionell mot v^2 . För att testa detta definierade Lampson (1946) upp tre dimensionslösa kvantiteter

$$f_{dl} = \frac{\rho v^2}{k} \quad (9:22ar)$$

$$j_{dl} = \frac{B}{\rho v} \quad (9:22as)$$

$$q_{dl} = \frac{C}{v^2} \quad (9:22at)$$

Medelvärdet för dessa dimensionslösa parametrar ges i tabell 9:22g. Medelvärdet hos de dimensionslösa parametrarna för de jordar som Lampson (1946) studerade är de dimensionslösa kvantiteter $f_{dl} = 1,92$, $j_{dl} = 1,14$, och $q_{dl} = 0,019$ vilket gör att ekvationerna (9:22ar)-(9:22at) kan, om kvantiteterna avrundas grovt, skrivas som

$$k = \frac{1}{2} \rho v^2 \quad (9:22au)$$

$$B = 1,15 \rho v \quad (9:22av)$$

$$C = \frac{v^2}{50} \quad (9:22ax)$$

Konstanter i ekvationerna (9:22au)-(9:22ax) är applicerbara på följande ekvationer: ekvation (9:22b) för tryck, ekvation (9:22f) för impuls, och slutligen en omskrivning av ekvation (9:22ah) för acceleration:

$$a_g = \frac{C}{W^{1/3}} \lambda^{-4} \quad (9:22az)$$

Enligt Lampson (1946) ligger noggrannheten på ungefär ± 50 % vilket är ett rätt bra värde med tanke på hur mycket egenskaperna hos jorden kan variera från dag till dag och olika platser med avseende på jordens inneboende komposition av vatteninnehåll, kompaktering, och aggregat.

Tabell 9:22g. Korrelation mellan jordkonstanter och seismisk hastighet, Lampson (1946).

Jordtyp	Plats	Densitet ρ	Hastighet v	Jordkonst. K	Impulskonst. B	Acc. konst. C	f_{at}	j_{at}	j_{at}
Olagrad lös lera eller silt (eng. Loess)	Natchez, Mississippi	1,61e-3	1095	0,08e4	1,60	3,34e4	2,415	0,909	0,0278
Lerig silt	Princeton, New Jersey	1,9e-3	1500	0,18e4	4,77	-	2,375	1,67	-
Siltig lera	Camp Gruber, Oklahoma	1,9e-3	1990	0,51e4	5,44	5,50e4	1,47	1,44	0,0139
Lera	Houston Texas	2,24e-3	5610	5,00e4	6,64	4,855e5	1,41	0,529	0,0154
Medelvärde							1,92	1,14	0,019

9:23 **Lampsons empiriska ekvationer för skador på nedgrävda byggnadskonstruktioner**

Ur en skyddsteknisk synvinkel är det primärt att veta hur mycket en nergrävd byggnadskonstruktion skadas av en markstöt våg och sekundärt hur vågen har propagerat genom mediet. Men för att kunna ge ett tillförlitligt svar på vilken verkan en sprängladdning av en viss typ och massa samt laddningsdjup har på den nergrävda konstruktionen behövs vetskap om hur energin frigörs och fortplantas i jorden. På så sätt kan magnitud och varaktighet hos trycklasten bestämmas när den väl reflekterar mot strukturen. Nästa del är att kunna uppskatta vilken effekt lasten har på den studerade strukturen, det vill säga kunna estimeras strukturens motståndsförmåga mot den transienta lasten.

Lampson (1946) tog empiriskt fram att skadan för en betongbyggnad kan bestämmas med hjälp av följande ekvation för sprickbredd C_{bredd}

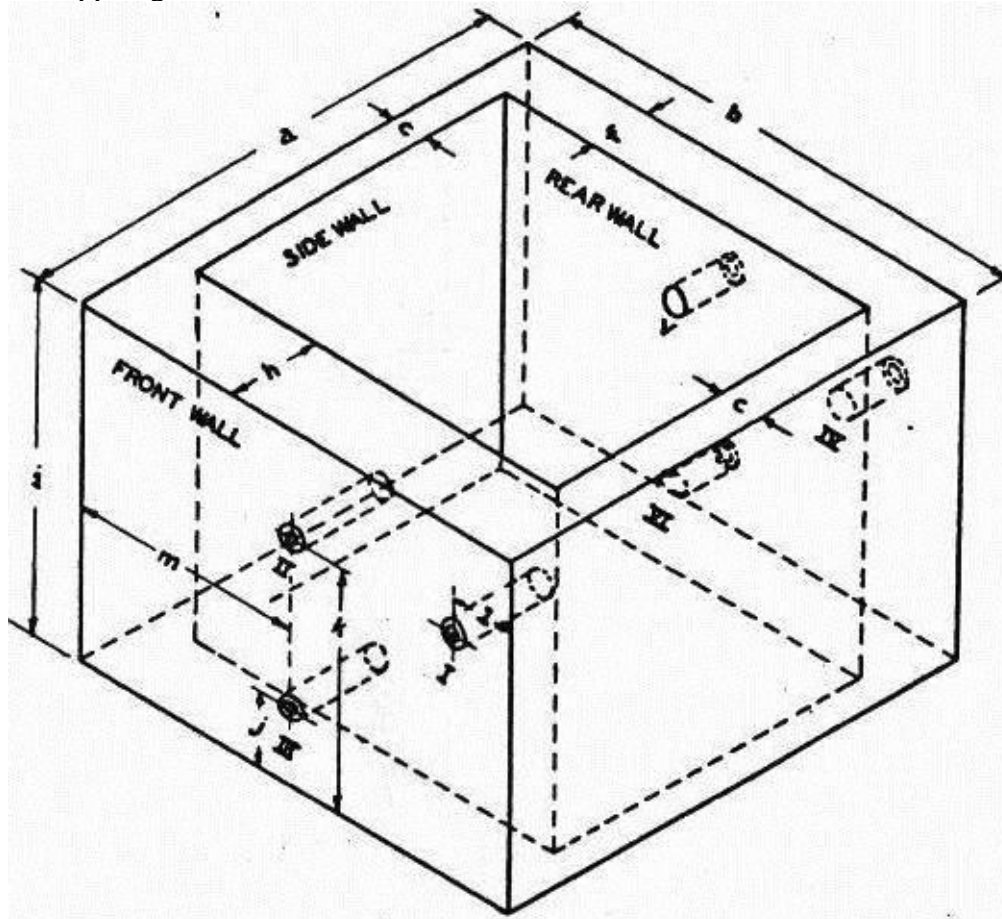
$$\frac{C_{bredd}}{W^{1/3}} = \frac{1}{S_{styrka}} \lambda^{-(4,5 \pm 0,7)} \quad (9:23a)$$

där $W^{1/3}$ är kubikroten ur laddningsvikten, k är jordkonstanten, λ är skalat laddningsavstånd, och slutligen S_{styrka} är byggnadens estimerade styrkefaktor.

Enligt Lampson (1946) så är variationen av militära skyddskonstruktioner så stor att det inte går att hitta en typisk konstruktion. Detta medförde att Lampson (1946) beslutade att studera ett mål, del av en konstruktion, som kunde approximeras, i sin skyddsverkan, ett strukturellt element istället för en komplett struktur. Efter omfattande provning valdes en armerad betonglåda med öppet tak och golv såsom visas i figur 9:23a. Fram- och bakväggen gavs olika vägg tjocklekar medan sidoväggarna gavs en annan tjocklek, men sidoväggarnas tjocklek varierades inte inom varje kub. Dessa kuber gjordes i fem storlekar, alla liknande varandra men alla dimensioner

Markstövåg

skalades till varandra med kvoterna 0,2, 0,4, 0,6, 0,8 och 1,0. Kvoten 1,0 sågs som fullskaligt mål och ämnat för en laddning med massan 1000 lb, vilket motsvara cirka 454 kg. Syftet med de olika storlekarna var att studera skalningseffekter med avseende på skada hos konstruktionen och därmed förhoppningsvis kunna dra slutsatser om skalmodeller kan användas.



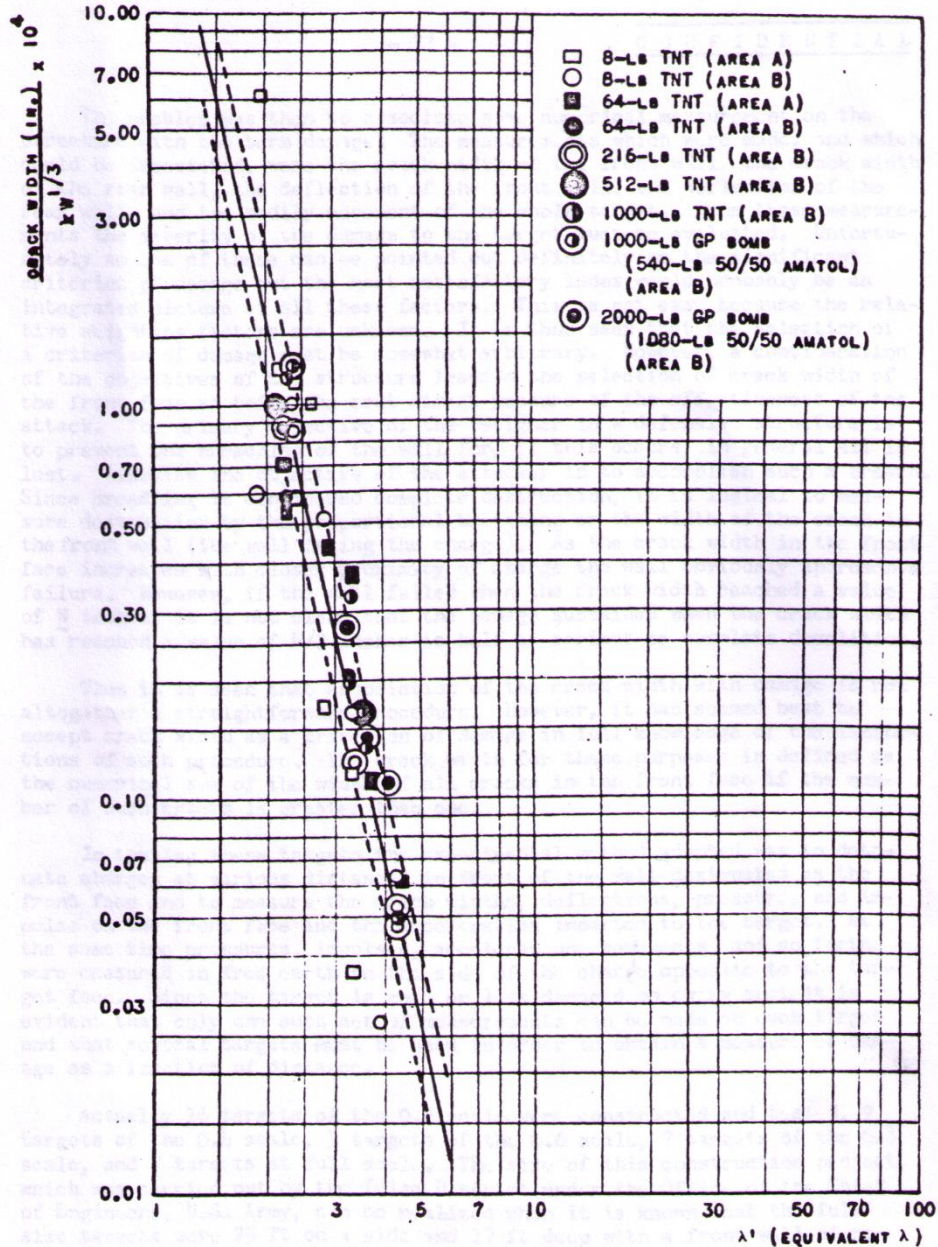
Figur 9:23a. Isometrisk skiss av den studerade konstruktion från Lampson (1946).

I experimenten estimerades S_{styrka} till $150 \text{ [lb/in}^2\text{]}$ hos de kraftigt armerade kuberna. I tabell 9:23a redovisas skadekriterier för kraftigt armerade betongväggar med 5 fots vägg tjocklek och 1000 lbs TNT laddning.

Tabell 9:23a. Sprickbredd hos vägg närmast laddning, från Lampson(1946).

Skadenivå	Sprickbredd för 5 fots armerad betongvägg C_{bredd} [in]	Normaliserad sprickbredd med avseende på vägg-tjocklek för armerad betongvägg $C_{bredd} / (5\text{ft} \cdot 12)$ [in/in]
Allvarlig	5	0,083
Medel	1	0,017
Lätt	1/8	0,002

Om skadenivåer som antagits i tabell 9:23 tillämpas i figur 9:23b med jordkonstanten $k = 5100$ och $S_{styrka} = 150$ så fås allvarlig skada vid $\lambda = 2,1$ och medelskada vid $\lambda = 3,36$, och slutligen lätt skada vid $\lambda = 5,00 \text{ [ft/lb}^{1/3}\text{]}$.



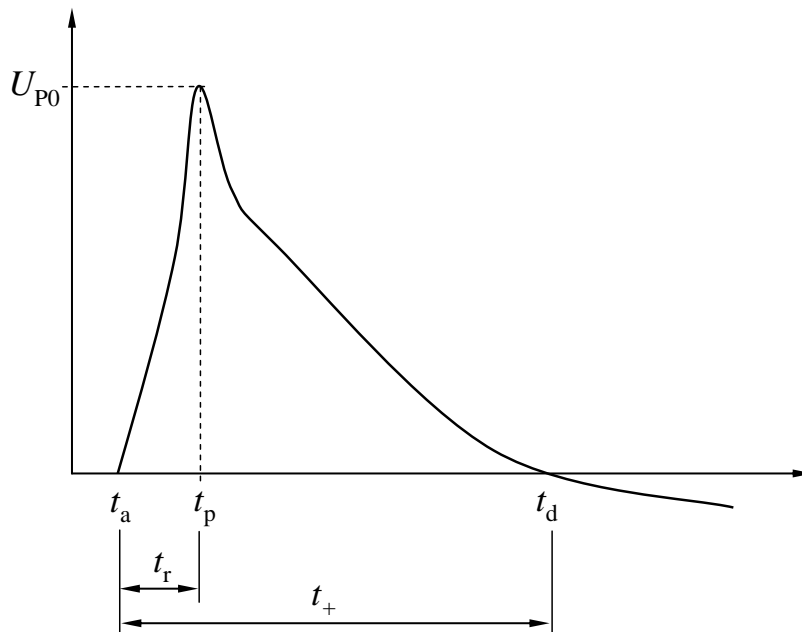
Figur 9:23b. Sprickbredd hos samtliga av betongkubens sidor med ekvivalent λ^1 som är omräknat för samma trycknivå som kortaste väg λ . Från Lampson (1946).

9:3 Stövåg utan reflexioner enligt Drake

James Drake tog fram empiriska ekvationer för estimering av markstövåg som länge har varit en grundstomme. Hans arbete baserar sig på tidigare arbete och erkänner Lampson som pionjär för estimering av markstövågor och hur kubikrotsskalkningsregler kan appliceras på markstövågor. Drake har två versioner av empiriska modeller för hur markstövåg kan beräknas. Drake och Little (1983) är den första versionen och benämns här Drakes modell från 1983, vilken beskrivs i avsnitt 9:31. Den andra versionen som

återfinns i Drake, Smith och Blouin (1989) och benämns Drakes modell från 1989, vilken återges i avsnitt 9:32.

En stöt våg utan reflexioner kan förenklat beskrivas med en belastningskurva enligt figur 9:3a. Den horisontella axeln visar tiden och hur ankomsttiden t_a , tiden för maxvärde t_p , tiden för positiva fasan t_d , restiden t_r och slutligen den positiva varaktigheten t_+ definieras. Den vertikala axeln visar partikelhastigheten och där maximal partikelhastighet U_{p0} är definierad.



Figur 9:3a. Partikelhastighet som funktion av tid för en oreflekterad markstöt våg.

9:31 Drakes modell från 1983

Drakes modell från 1983 och dess empiriska ekvationer hjälper till att ta fram markstöt vågsparmetrar såsom partikelhastighet, tryck, impulstäthet, förskjutning och acceleration. Till stora delar är det Drakes modell från 1983 som används av det militära beräkningsprogrammet ConWep (1992) för att beräkna konventionella vapenlaster i markstöt våg. Drakes modell från 1983 beskrivs också delvis i Bulson (1997), där den dock är något kortfattat beskriven. Figur 9:3a visar partikelhastigheten hos marken vid en fix punkt. Ankomsttiden, t_a kan approximeras till

$$t_a = \frac{r}{c} \quad (9:31a)$$

där r är avståndet från explosionens centrum till studerad punkt och c är den seismiska våghastigheten eller aktuell stöt våghastighet.

Stigtiden t_r hos stöt vågen kan approximeras som

$$t_r = 0,1 \cdot t_a \quad (9:31b)$$

det vill säga en tiondel av ankomsttiden. Slutligen betecknar tiden t_d den positiva fasens sluttid.

Den propagerande stötvågens maximala partikelhastighet vid en punkt i jorden influeras av avståndet till laddningens centrum r , ekvivalent laddningsvikt i TNT W , jordens egenskaper, samt laddningens skalade begravningsdjup D , vilket ger en kopplingsfaktor f . De ursprungliga ekvationerna är skrivna för amerikanska enheter, längd i [ft] och vikt i [lb]

$$u_{p0} = 160 \cdot f \cdot \left(\frac{r}{W^{1/3}} \right)^{-n} \quad (9:31c)$$

För att skriva om ekvation (9:31c) i SI-enheter behöver följande enhetsomvandlingar göras på kubikrotskalningsregeln som används för skalade avstånd

$$\begin{aligned} \left[\left(\frac{r}{W^{1/3}} \right)^{-n} \right]_{\text{SIunits}} &= \left(\frac{1/0,3048}{(1/0,453592)^{1/3}} \right)^{-n} \left(\frac{r}{W^{1/3}} \right)^{-n} \\ &= 2,520811^{-n} \left(\frac{r}{W^{1/3}} \right)^{-n} \end{aligned} \quad (9:31d)$$

Därefter måste parametern

$$\left[u_{p0} \right]_{\text{SIunit}} = 160 \cdot 0,3048 = 48,768 \quad (9:31e)$$

Nu kan (9:31e) och (9:31d) sättas in i (9:31c) för att få maximalpartikelhastighet i [m/s]

$$u_{p0} = 48,768 \cdot f \cdot \left(2,520811 \frac{r}{W^{1/3}} \right)^{-n} \quad (9:31f)$$

där ekvivalent laddningsvikt W ges i [kg] och laddningsavstånd r i [m], n är jordmaterialets dämpningskoefficient och f kopplingsfaktorn som beror på det skalade laddningsdjupet D [m/kg^{1/3}]. Innan vidare fördjupning sker i Drakes empiriska ekvationer behöver följande punkter förtydligas:

- r är avståndet mellan studerad punkt och laddningens centrum.
- Med ekvivalent laddningsvikt W menas att olika sprängämnen räknas om till ekvivalent laddningsvikt i komposition C-4. Alla formler i ConWep (1992) och Drake (1983) baserar sig nämligen på komposition C-4. Detta är viktigt för att olika sprängämnen med samma massa resulterar i olika maxtryck och impuls. I bilaga B återfinns en

tabell med ekvivalent laddningsvikt. Om sprängämnet TNT ska studeras med avseende på tryck ska TNT:s laddningsvikt divideras med 1,37, dvs. $W_{p,C-4} = W_{TNT} / 1,37$. Om däremot impulsen ska studeras ska laddningsvikten för TNT divideras med 1,19, dvs. $W_{p,C-4} = W_{TNT} / 1,19$.

- Jordmaterialets dämpningskoefficient n beskriver jordmaterialet och dess dämpning av markstöt vågen. Värdet på n bestäms med hjälp av vetenskap om jordmaterialets seismiska hastighet c . I tabell 9:31a återges värden för n . Tabellen visar att hos friktionsjordar (omfattar de grovkorniga jordarterna såsom sand och grus) påverkas dämpningskoefficienten huvudsakligen av hur tätt packade kornen är, det vill säga av densiteten. För kohesionsjordar (omfattar de finkorniga jordarterna såsom lera) är det mängden luftporer som påverkar dämpningskoefficienten.
- f är den så kallade fördämningsfaktorn som beskriver hur stor andel av laddningens energi förs ner i marken. I Drake (1983) beskrivs fördämningsfaktorn på följande sätt:

$$f(D) = \frac{(P, u_p, d_p, i, a)_{\text{nära ytan}}}{(P, u_p, d_p, i, a)_{\text{fördämd}}} \quad (9:31g)$$

där täljaren är magnitud av stötvågstillstånd, på skalade laddningsavståndet R , hos ytligt nergrävda laddningar med skalade laddningsdjupet D och nämnaren är magnitud av stötvågstillstånd hos fullt nergrävda laddningar när explosion sker i samma typ av jord. Hur ytligt en laddning är placerad bestäms av det skalade laddningsdjupet $D = d / W^{1/3}$. Den effektiva fördämningsfaktorn kan räknas som

$$f = \sum_{i=1}^n f_i \left(\frac{W_i}{W} \right) \quad (9:31h)$$

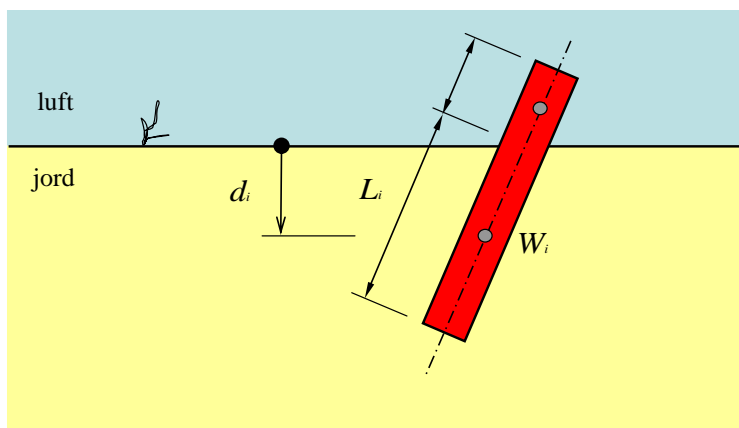
där varje laddningsviktsdel W_i i olika material har en egen fördämningsfaktor f_i som viktas mot total laddningsvikt och därefter summeras ihop för alla material, såsom jord och luft, som delar av laddningen befinner sig i vid tidpunkten för detonation, se figur 9:31a. Om cylindriska laddningar studeras kan laddningsviktsdelar bytas ut mot längdelar L_i

$$f = \sum_{i=1}^n f_i \left(\frac{L_i}{L} \right) \quad (9:31i)$$

Vid det skalade laddningsdjupet 0 är fördämningsfaktorn $f = 0,4$ och vid det skalade laddningsdjupet 0,55 är $f = 1,0$, vilket motsvarar fullt nedgrävd laddning, se även figur 9:31b. Explosion ovan mark räknas som fördämningsfaktor $f = 0,14$. En djupare simuleringsstudie av för-

Markstövåg

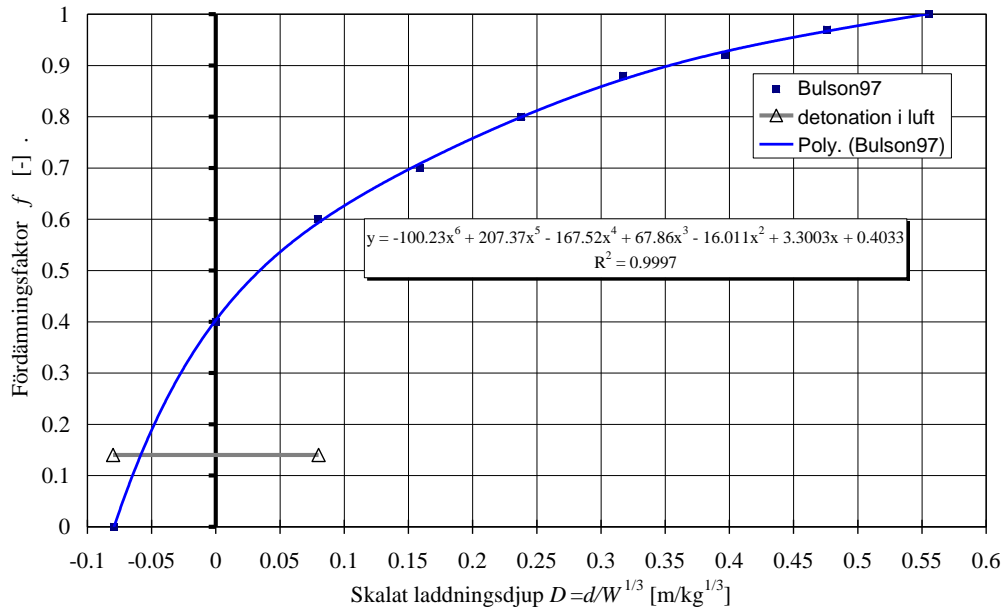
dämpningsfaktorns giltighet enligt ekvation (9:31g) gjordes i konferensartikeln Laine och Larsen (2007), vilken återfinns som bilaga X.



Figur 9:31a. Den totala fördämpningsfaktorn f för en laddning kan sammanställas av flera fördämpningsfaktorer f_i hos laddningens olika delar som befinner sig i olika materia vid tidpunkten för detonation.

Tabell 9:31a. Jordmaterialkoefficienter för olika jordtyper, från TM 5-855-1 ConWep (1992).

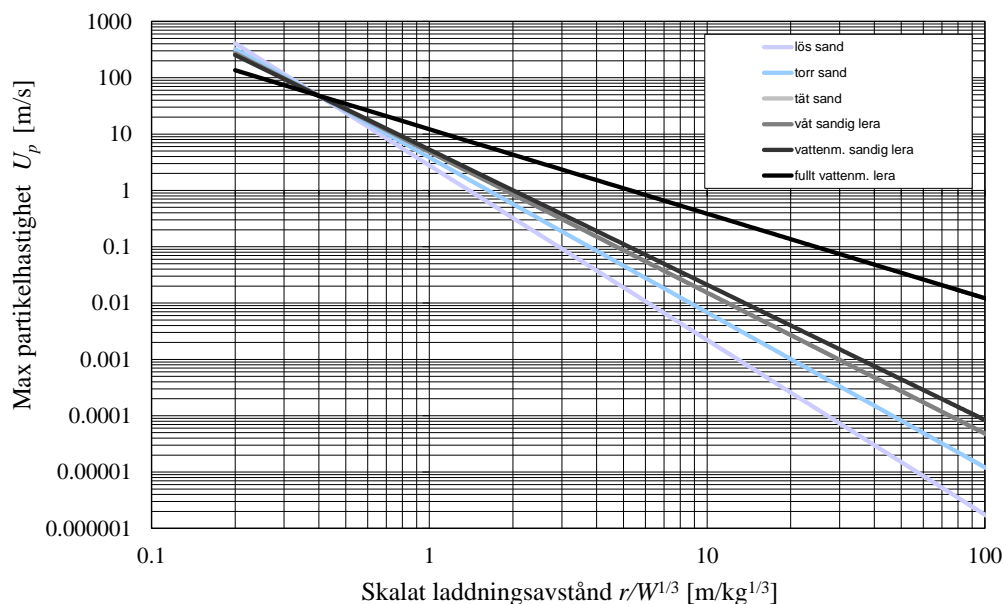
Jordtyp	Densitet [kg/m ³]	Seismisk hastighet c [m/s]	Akustisk impedans [kPa/m/s]	Dämpnings- koeff. n [-]
lös, torr sand med låg relativ densitet	1490	183	271	3,1
torr sand, och återfyllning	1630	305	498	2,75
tät sand, med hög relativ densitet	2030	488	995	2,5
våt sandig lera med > 4 % luft- porer	1990	549	1086	2,5
vattenmättad san- dig lera med, < 1 % luftporer	1920	1524	2941	2,4
fullt vatten- mättad lera	2030	1829	3732	1,5



Figur 9:31b. Fördämningsfaktorn, f , som funktion av skalat laddningsdjup. Om laddningen detonerar i luft är $f = 0,14$. Värden från Bulson (1997).

Maximal partikelhastighet enligt Drake (1983)

I figur 9:31c redovisas maximal partikelhastighet enligt ekvation (9:31f) för de olika jordtyperna som beskrivs i tabell 9:31a. Här ses att alla partikelhastigheter sammanstrålar för skalade laddningsavstånd som är kortare än $0,4 \text{ m/kg}^{1/3}$. Enligt Drake (1983) beror detta på att närmare laddningsavstånd är det fortfarande detonationsvågen som är dominerande och sätter nivån på partikelhastigheten i närliggande materia. Partikelhastigheten klingar av långsammast för fullt vattenmättad lera. Detta kan också tolkas som att ekvationernas giltighet nära detonationscentrum är liten. Med stor sannolikhet bör inte skalade laddningsavstånd kortare än $0,4 \text{ m/kg}^{1/3}$ användas för dessa ekvationer, vilket är tolkningen författaren av denna rapport gör när resultatet i figur 9:31c tolkas.



Figur 9:31c. Partikelhastighet U_p som funktion av skalat laddningsavstånd för en oreflekerad markstöt våg med $f = 1,0$. Jordmaterialen återfinns i tabell 9:31a.

Maximalt tryck enligt Drake (1983)

Maximalt tryck kan direkt härledas från jordmaterialets seismiska hastighet och densitet multiplicerat med partikelhastighet

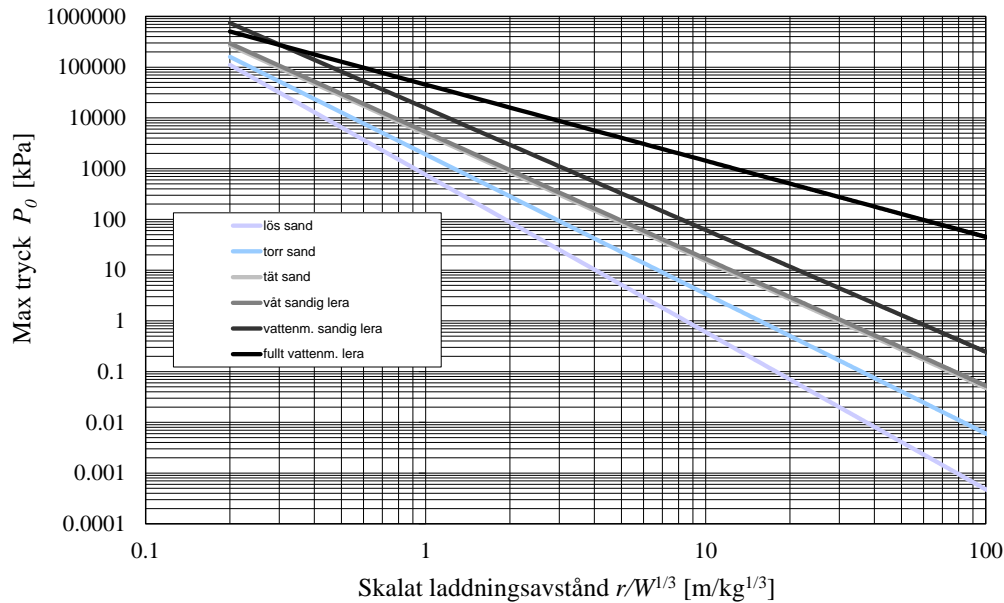
$$P_0 = \rho \cdot c \cdot u_{p0} \quad (9:31j)$$

där densiteter ρ och seismisk hastighet c återfinns i tabell 9.31a för olika jordmaterial. Om även max partikelhastighet, ekvation (9:31f), inkluderas i ekvationen fås

$$P_0 = 48,768 \cdot f \cdot \rho \cdot c \left(2,520811 \frac{r}{W^{1/3}} \right)^{-n} \quad (9:31k)$$

Om nu maxtryck P_0 beskrivs som en funktion av skalat laddningsavstånd för de olika jordmaterialen som återfinns i tabell 9:31a, fås figur 9:31d. Här kan man tydligt se hur maxtrycket klingar av långsammast för fullt vattenmättad lera.

Markstövåg



Figur 9:31d. Maximalt tryck P_0 som funktion av skalat laddningsavstånd för en oreflekterad markstövåg med $f = 1,0$. Jordmaterialen återfinns i tabell 9:31a.

Maximal impulstäthet enligt Drake (1983)

När det gäller impulsekvationen i amerikanska enheter är den beskriven på följande sätt i Drake (1983)

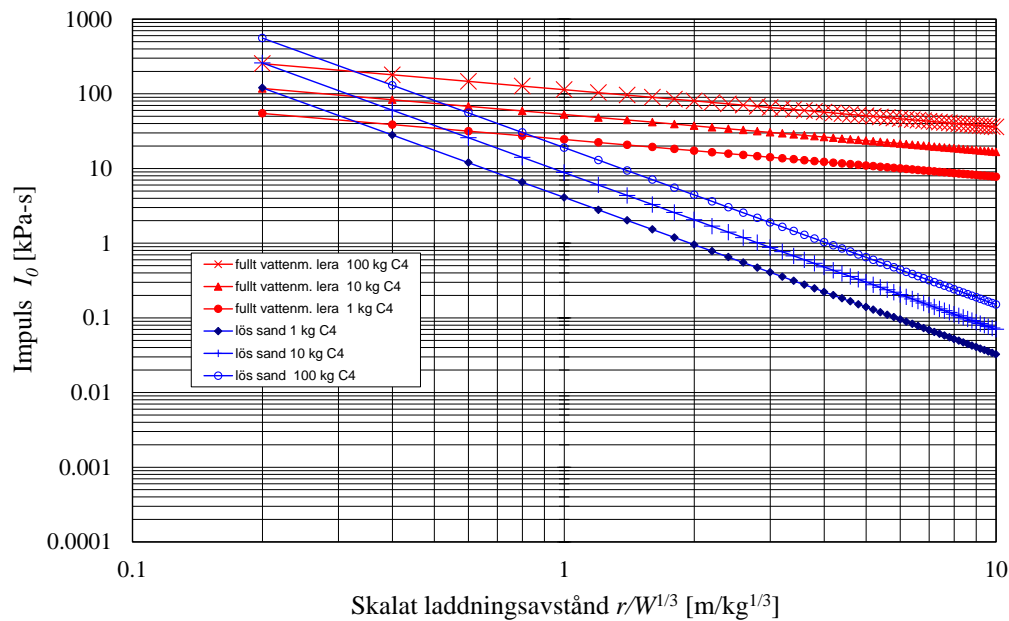
$$\frac{I_0}{W^{1/3}} = 1,1 \cdot \rho_0 \left(\frac{r}{W^{1/3}} \right)^{-n+1} \quad (9:311)$$

där ρ_0 är densitet i $[\text{lb}\cdot\text{sec}/\text{ft}^4] = [\text{slugs}/\text{ft}^3]$, inte densitet ρ i $[\text{lb}/\text{ft}^3]$ som Drake (1983) använder för att räkna ut maxtryck P_0 . Detta är väldigt förvirrande för en läsare som är van vid SI-enheter. I artikeln har index 0 ej kommit med i ekvationen vilket gjorde det till ett svårupptäckt fel, det vill säga varför det inte blev rätt att använda ρ $[\text{lb}/\text{ft}^3]$ som densitetsenhet, vilket också är enheten hos densitet som ges i tabeller för olika jordar i artikeln. I ConWep:s (1992) manual TM5-855-1 bekräftas att det faktiskt är två olika densiteter för tryck och impuls. Därför behövs än mer noggrannhet att skriva om ekvation (9:311) till SI-enheter, då även omvandling av densiteten till $[\text{kg}/\text{m}^3]$ måste göras på följande sätt

$$I_0 = 9,870892 \cdot W^{1/3} \left(\frac{\rho}{515,3179} \right) \left(2,5208 \frac{r}{W^{1/3}} \right)^{-n+1} \quad (9:31m)$$

där W är laddningsvikt i $[\text{kg}]$, ρ är densitet $[\text{kg}/\text{m}^3]$, och r avståndet i $[\text{m}]$ mellan laddning och mätpunkt och n är dämpningsfaktorn för jordmaterialet.

Såsom ses av ekvation (9:31m) är impulsen beroende av det skalade laddningsvikten $W^{1/3}$, vilket betyder att impulsen ökar för större laddning på samma skalade laddningsavstånd. I figur 9:31e illustreras detta för lös sand, tre blåa linjer, och fullt vattenmättad lera, tre röda linjer. Vad man kan se är att maximpuls har samma tendens som maxtryck, det vill säga flackare lutning för fullt vattenmättad lera jämfört med lös sand, jämför med figur 9:31c. Däremot går kurvan att parallellförflytta vertikalt med avseende på vilken laddningsvikt som faktiskt detonerade vid det skalade laddningsavståndet. I figur 9:31e illustreras detta av att tre olika laddningsvikter, 1, 10, och 100 kg C4, används för de två olika jordmaterialen.



Figur 9:31e. Maximal impuls I_0 som funktion av skalad laddningsavstånd för en oreflekterad markstövåg med $f = 1,0$ och för laddningsvikt 1, 10, och 100 kg C4. Jordmaterialen återfinns i tabell 9:31a.

Maximal acceleration enligt Drake (1983)

Maximal accelerationen kan enligt Drake (1983) beräknas med följande ekvation i amerikanska enheter

$$a_0 \cdot W^{1/3} = 50 f \cdot c \left(\frac{r}{W^{1/3}} \right)^{-n-1} \quad (9:31n)$$

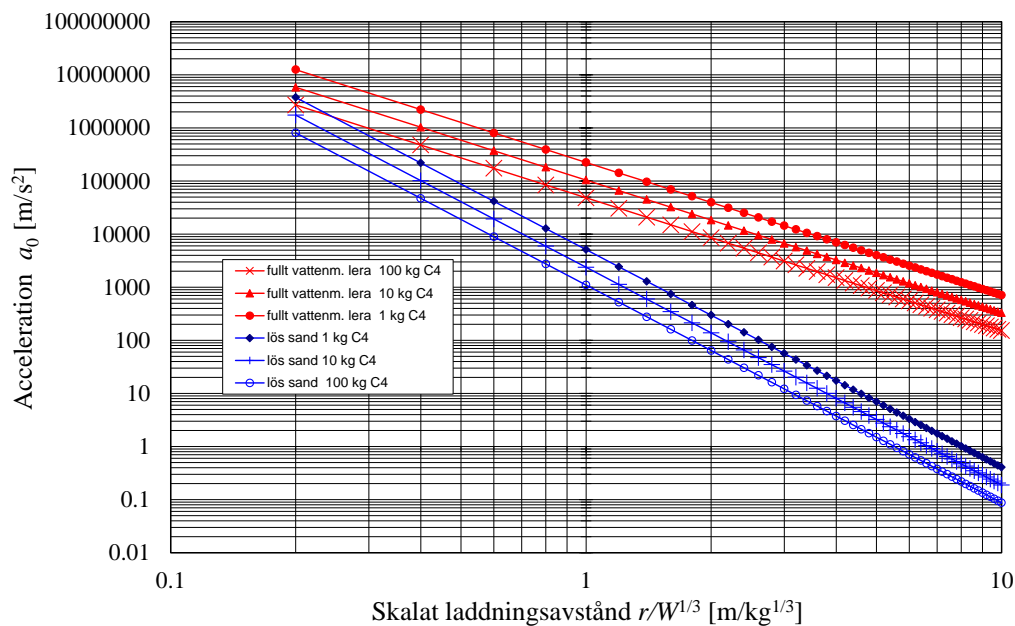
Där a_0 är maximal acceleration i [g], c seismisk hastighet hos jorden i [ft/s], r är studerat laddningsavstånd i [ft], och W är laddningsvikt i [lb^{1/3}]. För att få ekvation (9:31) i SI-enheter behöver den skrivas om på följande sätt

$$a_0 = 50 \frac{9.81}{1,3015 \cdot 0,3048} \frac{f \cdot c}{W^{1/3}} \left(2,5208 \frac{r}{W^{1/3}} \right)^{-n-1} \quad (9:31o)$$

vilket kan skrivas om som

$$a_0 = 1236,4578 \frac{f \cdot c}{W^{1/3}} \left(2,520811 \frac{r}{W^{1/3}} \right)^{-n-1} \quad (9:31o)$$

där a_0 är maximal acceleration i $[m/s^2]$, c seismisk hastighet hos jorden i $[m/s]$, R är studerat laddningsavstånd i $[m]$, och W är laddningsvikt i $[kg^{1/3}]$. Såsom ses i ekvation (9:31o) så sjunker alltså maximal acceleration när laddningsvikten ökar för samma skalade laddningsavstånd. I figur 9:31f visas detta för torr sand och våt vattenmättad lera.



Figur 9:31f. Maximal acceleration a_0 som funktion av skalad laddningsavstånd för en oreflektad markstövåg med $f = 1.0$ och för laddningsvikt 1, 10, och 100 kg C4. Jordmaterialen återfinns i tabell 9:31a.

Maximal förskjutning enligt Drake (1983)

Sista ekvationen som ges i Drake (1983) är den maximala förskjutningen och i amerikanska enheter är ekvationen följande

$$\frac{d_0}{W^{1/3}} = 500 f \cdot \frac{1}{c} \left(\frac{r}{W^{1/3}} \right)^{-n+1} \quad (9:31p)$$

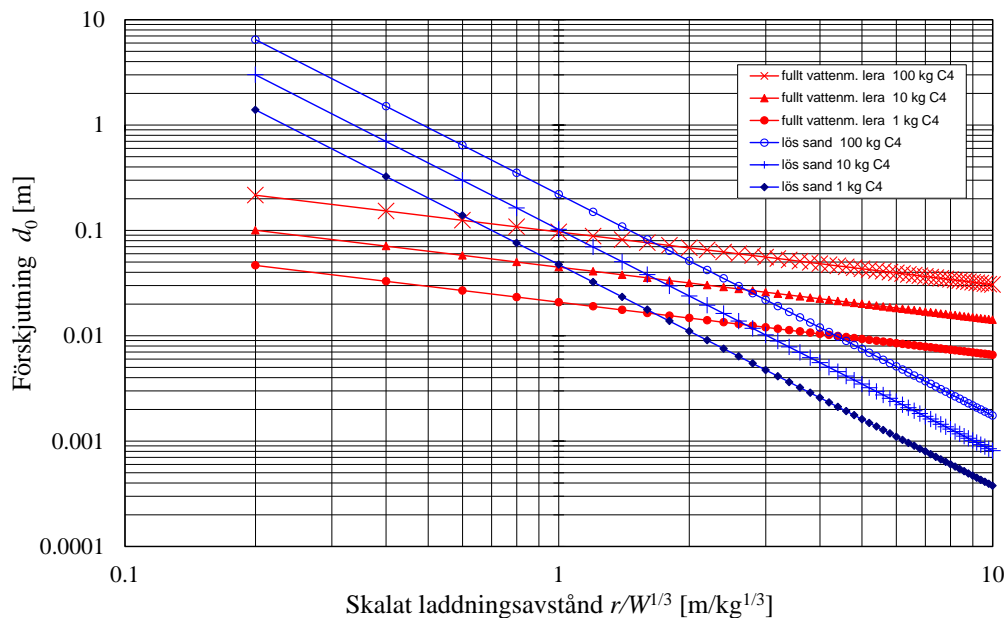
där d_0 är maximal förskjutning i $[ft]$, c seismisk hastighet hos jorden i $[ft/s]$, R är studerat laddningsavstånd i $[ft]$, och W är laddningsvikt i $[lb^{1/3}]$. Omskrivning till SI-enheter ger följande

$$d_0 = 500 \cdot 1,301502 \cdot 0,3048^2 f \cdot W^{1/3} \cdot \frac{1}{c} \left(\frac{r}{W^{1/3}} \right)^{-n+1} \quad (9:31q)$$

Ekvation (9:31q) förenklas till

$$d_0 = 60,4567 \cdot f \cdot W^{1/3} \cdot \frac{1}{c} \left(\frac{2,5208r}{W^{1/3}} \right)^{-n+1} \quad (9:31r)$$

där d_0 är maximal förskjutning i [m], c seismisk hastighet hos jorden i [m/s], R är studerat laddningsavstånd i [m], och W är laddningsvikt i [$\text{kg}^{1/3}$]. I figur 9:31g redovisas maximal förskjutning för lös sand och fullt vattenmättad lera som funktion av skalat laddningsavstånd. Intressant att notera är att partikelförskjutningen är högre hos sanden vid låga skalade laddningsavstånd, $R < 1$ [$\text{m}/\text{kg}^{1/3}$]. Dessutom sjunker maximal förskjutning långsammare hos vattenmättad lera än hos sand, vilket följer tidigare tendenser för maximal acceleration och impuls.



Figur 9:31g. Maximal förskjutning d_0 som funktion av skalat laddningsavstånd för en oreflekerad markstövåg med $f = 1.0$ och för laddningsvikt 1, 10, och 100 kg C4. Jordmaterialen återfinns i tabell 9:31a.

Tryck och partikelhastighet som funktion av tid enligt Drake (1983)

När det gäller beskrivningen av tryck och partikelhastighet som funktion av tid använder Drake (1983) följande ekvationer

$$P(t) = P_0 \cdot e^{-\alpha t / t_a} \text{ och} \quad (9:31s)$$

$$U_p(t) = U_{p0} \cdot (1 - \beta \cdot t / t_a) e^{-\beta t / t_a} \quad (9:31t)$$

där tiden $t \geq t_a + t_r$, P_0 maximalt tryck kan beräknas ur ekvation (9:31j) och maximal partikelhastighet U_{p0} beräknas med ekvation (9:31f). Tidskonstan-

Markstövåg

terna α och β varierar enligt Drake (1983) med hur den aktuella platsen är. Drake (1983) rekommenderar att konstanterna ges följande värden

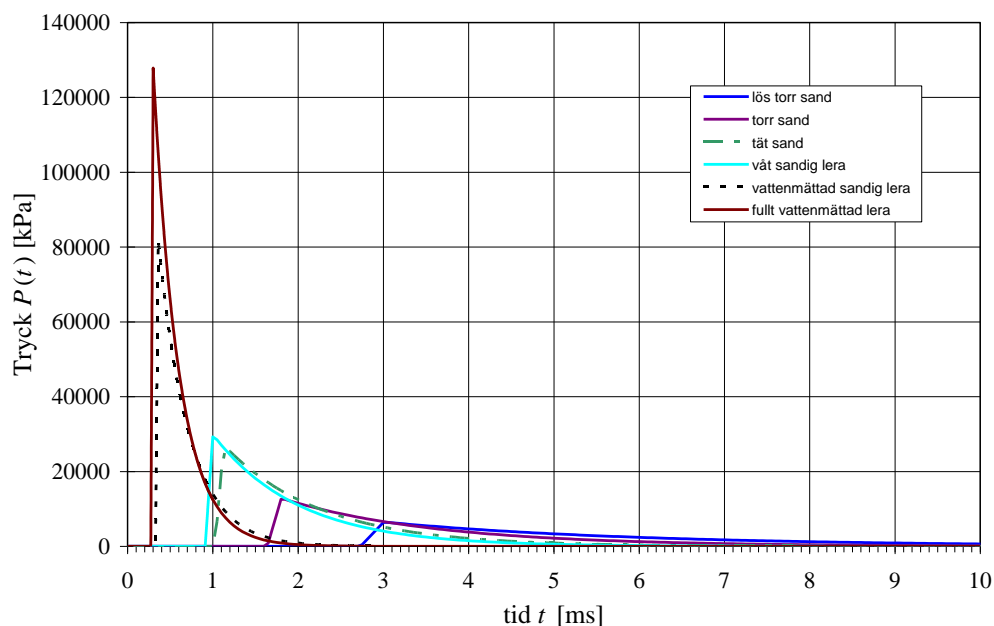
$$\alpha = 1,0 \text{ och } \beta = 1/2,5 \quad (9:31t)$$

Intressant att notera är att ConWep (1992) dock rekommenderar följande värden

$$\alpha = 1,0 \text{ och } \beta = 1/8,5 \quad (9:31u)$$

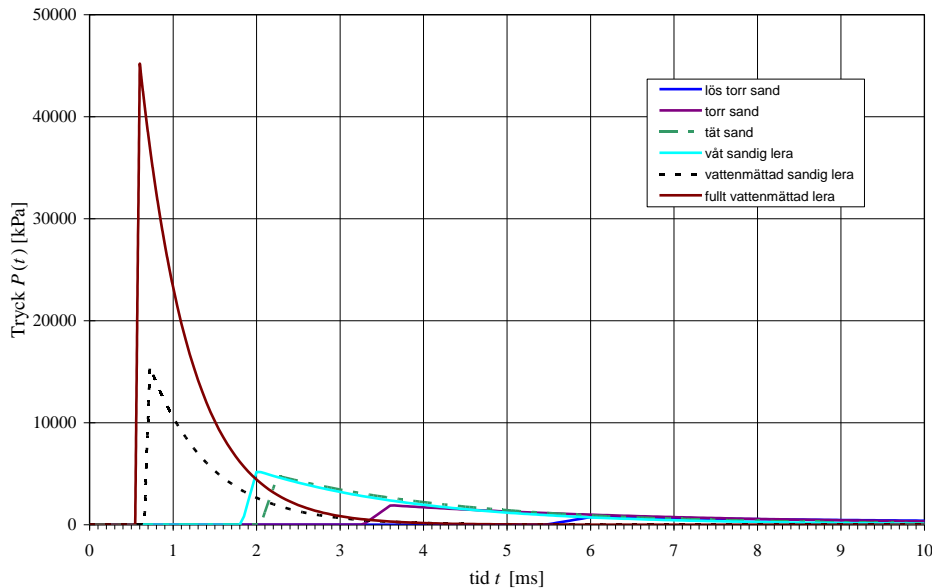
det vill säga en skillnad på faktorn β .

I figur 9:31h redovisas hur markstövågens oreflekterade tryck som funktion av tid för olika jordmaterial för en laddningsvikt på 1 kg C4 på ett avstånd på 0,5 m. I fullt vattenmättad lera är stövågen framme på under 0,3 ms och maxtrycket är på över 128 MPa. Den klingar av redan efter 2 ms, vilket ger den ett mycket snabbare förlopp än till exempel torr sand, där stövågen når fram först efter 1,6 ms och då har knappt 13 MPa i maxtryck men som klingar av först efter 7 ms.



Figur 9:31h. Tryck som funktion av tid för en oreflekterad markstövåg med $f = 1,0$ och för laddningsvikt $W = 1$ kg C4 på avståndet $r = 0,5$ m. Jordmaterialen återfinns i tabell 9:31a.

Om nu avståndet ökas från 0,5 m till 1,0 m får tryckkurvorna ett utseende enligt figur 9:31i. Nu har maxtrycket för fullt vattenmättad lera sjunkit till 45 MPa och ankomsttiden är nu strax över 0,5 ms. Stövågen har klingat av efter cirka 2 ms. Jämförs detta med torr sand är maxtrycket nu bara strax under 2 MPa och ankomsttiden är runt 3,3 ms. Detta visar hur snabbt stövågen klingar av i marken och hur mycket jordens egenskaper påverkar dessa.



Figur 9:31i. Tryck som funktion av tid för en oreflekterad markstövåg med $f = 1,0$ och för laddningsvikt $W = 1$ kg C4 på avståndet $r = 1$ m. Jordmaterialen återfinns i tabell 9:31a.

Slutkommentarer för Drakes modell från 1983

Drakes ekvationer från 1983 är samma som återfinns hos ConWep (1992). Dessa utgör en utmärkt bas för att räkna ut i stort vilken storleksordning en explosionslast i jord skulle få. En kommentar kring f , den så kallade fördämningsfaktorn enligt ekvation 9:31g, är att FE-simuleringar enligt Laine och Larsen (2007), se även bilaga X, visar att f inte endast beror på skalat laddningsdjup, vilket också uppmärksammades redan av Lampson (1946). I tillägg så indikerar även Laine och Larsens (2007) simuleringar ett geometriskt beroende, vilken geometrisk punkt, skalat avstånd och vinkel från laddning, som studeras, påverkar fördämningsfaktorers storlek. Närmare experimentella undersökningar och simuleringar rekommenderas för att förfinas utformning av ekvation 9:31g.

9:32 Drakes modell från 1989

Drake uppdaterade sina empiriska ekvationer från 1983 i Drake (1989), vilka skiljer sig en hel del från Drake (1983). För det första är ekvationerna skrivna i SI-enheter, vilket är tilltalande. För det andra är resonemanget i Drake (1989) mer en energibetraktelse. Den approximativa lösningen bygger på antagandet att jorden beter sig som ett inkompressibelt material och om då konservering av massan studeras så kan flödesfältet i närregionen av explosionscentrum estimeras med

$$U_p(t) = \dot{r}_{kavit\ddot{e}t} \left(\frac{r_{kavit\ddot{e}t}}{r} \right)^n \quad (9:32a)$$

där U_p är partikelhastighet, $r_{kavitet}(t)$ är kavitetens expanderande radie som funktion av tiden och n är en kompressionskonstant, för inkompressibla material approximativt lika med 2 enligt Drake (1989). Magnituden hos partikelhastigheten och dess avtagande i högtryckszonens flöde beror på kavitetens expansionshastighet och den geometriska spridning som markstövågens front har. Den kinetiska energin i direkt närhet till explosionen kan enligt Drake (1989) estimeras med

$$E_k = 4\pi\rho_0 \int_{r_{kavitet}}^r r^2 \frac{U_p^2}{2} dr \quad (9:32b)$$

Sätts nu ekvation (9:32a) in i ekvation (9:32b) med antagandet att $n = 2$ och att densiteten är initiell densitet ρ_0 fås

$$E_k = 2\pi\rho_0 \dot{r}_{kavitet}^2 r_{kavitet}^3 \left(1 - \frac{r}{r_{kavitet}}\right) \quad (9:32c)$$

där E_k är kinetisk energi. Här gör Drake (1989) nästa antagande, nämligen att den kinetiska energin i flödesfältet är ungefär hälften av den totala laddningens energi. 1 kg TNT motsvarar 4,6186 MJ energi. Detta ger

$$E_{k,laddning} = \frac{1}{2} 4,6186 \cdot 10^6 \cdot E \quad (9:32d)$$

där W är laddningsvikt i TNT. Sätts nu ekvation (9:32a) in i (9:32c) fås

$$E_k = 2\pi\rho_0 U_p^2 r^4 \left(\frac{1}{r_{kavitet}} - \frac{1}{r}\right) \quad (9:32e)$$

Förmodligen antog Drake (1989) att $r_{kavitet} = 0,5r$, varvid ekvation (9:32e) kan skrivas som

$$E_k = 2\pi\rho_0 U_p^2 r^4 \left(\frac{1}{0,5r} - \frac{1}{r}\right) = 2\pi\rho_0 U_p^2 r^3 \quad (9:32f)$$

Om nu laddningens antagna energi, ekvation (9:32d) sätts lika med ekvation (9:32f) kan initiell partikelhastighet U_{p0} lösas ut med följande positiva kvadratrotslösning

$$U_{p0} = 5 \sqrt{\frac{46186}{\pi}} \sqrt{\frac{W}{\rho_0 r^3}} = 606,25 \left(\frac{W}{\rho_0 r^3}\right)^{1/2} \quad (9:32g)$$

Där W är laddningsvikt i [kg] TNT, ρ_0 är initiell densitet i [kg/m³], och r är avståndet mellan laddning och studerad mätpunkt i [m].

Dämpningsexponenten n för partikelhastigheten i ekvation (9:32a) kan antas vara lika med 2 för inkompressibla material. Enligt Drake (1989) har det visats att för kompakterbara material kan volymändringar tas med genom följande uttryck

$$n = \frac{2 + \varepsilon}{1 - \varepsilon} \quad (9:32h)$$

där ε är en konstant som är mindre än 1. Enligt Drake (1989) kan dämpningsexponenten från observerade data visa att $\varepsilon = \varepsilon_0$, där ε_0 är de kompakterbara porgaserna, se figur 4:2a för illustration. För mättade jordmaterial är $n < 2$ och i det vattenmättade fallet beror n istället på styrkan hos materialet.

Maximal partikel- och stövågshastighet och tryck enligt Drake (1989)

I Drake (1989) ges empiriska ekvationer som bäst återspeglar verkliga mätresultat av partikelhastighets- och tryckmätningar i olika jordmaterial och förhållanden från detonation av nedgrävda laddningar. Följande uttryck ges för maximal partikelhastighet U_{p0} i [m/s] och maximalt tryck P_0 i [Pa]:

$$U_{p0} = \frac{606,2}{\sqrt{\rho_0}} \left(\frac{r}{W^{1/3}} \right)^{-3/2} \quad r \leq 0,155W^{1/3} \quad (9:32i)$$

$$U_{p0} = \frac{9906}{\sqrt{\rho_0}} \left(\frac{r}{0,155W^{1/3}} \right)^{-n} \quad r > 0,155W^{1/3} \quad (9:32j)$$

$$P_0 = \rho_0 \cdot U_s \cdot U_{p0} \quad (9:32k)$$

$$U_{s0} = c_0 + S_1 \cdot U_{p0} \quad (9:32l)$$

Här är ρ_0 initiell densitet [kg/m³], r är avstånd till laddning [m], W laddningsvikt i TNT [kg], U_s är stövågsfrontens hastighet [m/s], c_0 är initiell seismisk hastighet och S_1 är linjära tillståndsberoendet hos stövågsfrontens hastighet som funktion av partikelhastighet U_p . Drakes modell 1989 använder sig alltså av en linjär tillståndsekvation för att beskriva relationen mellan stövågsstorheterna, se kapitel 3.

Enligt Drake (1989) är $S_1 \approx 1,5$ för geologiska material. Detta styrks av avsnitt 5.3, där tillståndsekvationen U_s som funktion av U_p visas för publika stövågsdata som visar att för jordmaterialet tuff varierar S_1 mellan 1,3 och 1,5 beroende på initiell densitet och vattenmättnadsgrad. Så om verkliga mätningar finns tillgängliga på hur S_1 förhåller sig så rekommenderas det att verkliga värden används istället för det generiska värdet på 1,5 som anges i Drake (1989).

Maximal radiell acceleration enligt Drake (1989)

Maximal radiell acceleration i [g] kan beräknas med följande ekvation

$$a_0 = \frac{2U_{p0}}{g \cdot t_r} \quad (9:32m)$$

$$t_r = \left(\frac{c_i}{U_{s0}} - 1 \right) \frac{r}{c_i} \quad \text{där } c_i > U_{s0} \quad (9:32n)$$

där t_r [s] är restiden hos stötstågen, se figur 9:3a, c_i [m/s] är en generaliserad seismisk hastighet där $c_i > U_{s0}$ enligt Drake (1989).

Maximal förskjutning enligt Drake (1989)

Maximal förskjutning d_0 [m] kan beräknas enligt följande ekvation

$$d_0 = \frac{3,31}{c_i} W^{1/3} \left(\frac{r}{W^{1/3}} \right)^{-2} \quad (9:32o)$$

Maximal partikelhastighet som funktion av tid enligt Drake (1989)

Ankomsttiden t_a , tiden när maximal partikelhastighet uppstår t_p samt varaktigheten t_+ hos ostörd stötståg kan beräknas som

$$t_a = \frac{r}{c_i} \quad (9:32p)$$

$$t_p = \frac{r}{U_{s0}} \quad (9:32q)$$

$$t_+ = 2,72 \frac{d_0}{U_{p0}} - 0,36t_r \quad (9:32r)$$

Om linjär stigning till maximal partikelhastighet antas kan stötstågens vågform antas ha följande utseende

$$U_p(t) = U_{p0} \left(\frac{t - t_a}{t_r} \right)^{-3/2} \quad t_a \leq t \leq t_p \quad (9:32s)$$

Markstövåg

$$U_p(t) = U_{p0} \left(\frac{t_d - t}{t_d - t_p} \right) e^{-\left(\frac{t - t_p}{t_d - t_p} \right)} \quad t > t_p \quad (9:32t)$$

$$t_d = t_+ + t_a \quad (9:32u)$$

där t_d är den absoluta tiden vid slutet av den positiva fasan, se figur 9:3a för illustration av vågform och använda tidpunkter. I tabell 9:32a ges materialdata för olika jordkategorier och jordtyper. När det gäller fördämpningsfaktorn f , se figur 9:31b, som introducerades redan i Drakes modell från 1983, så gäller samma sak för modellen i Drake (1989), det vill säga att den ska användas genom att multiplicera ovan givna ekvationer som beskriver acceleration, hastighet, spänning, och förskjutning för att ta hänsyn till vilket skalat laddningsdjup som laddningen detonerar på.

Tabell 9:32a. Jordmaterialkoefficienter för olika jordtyper, från Drake (1989).

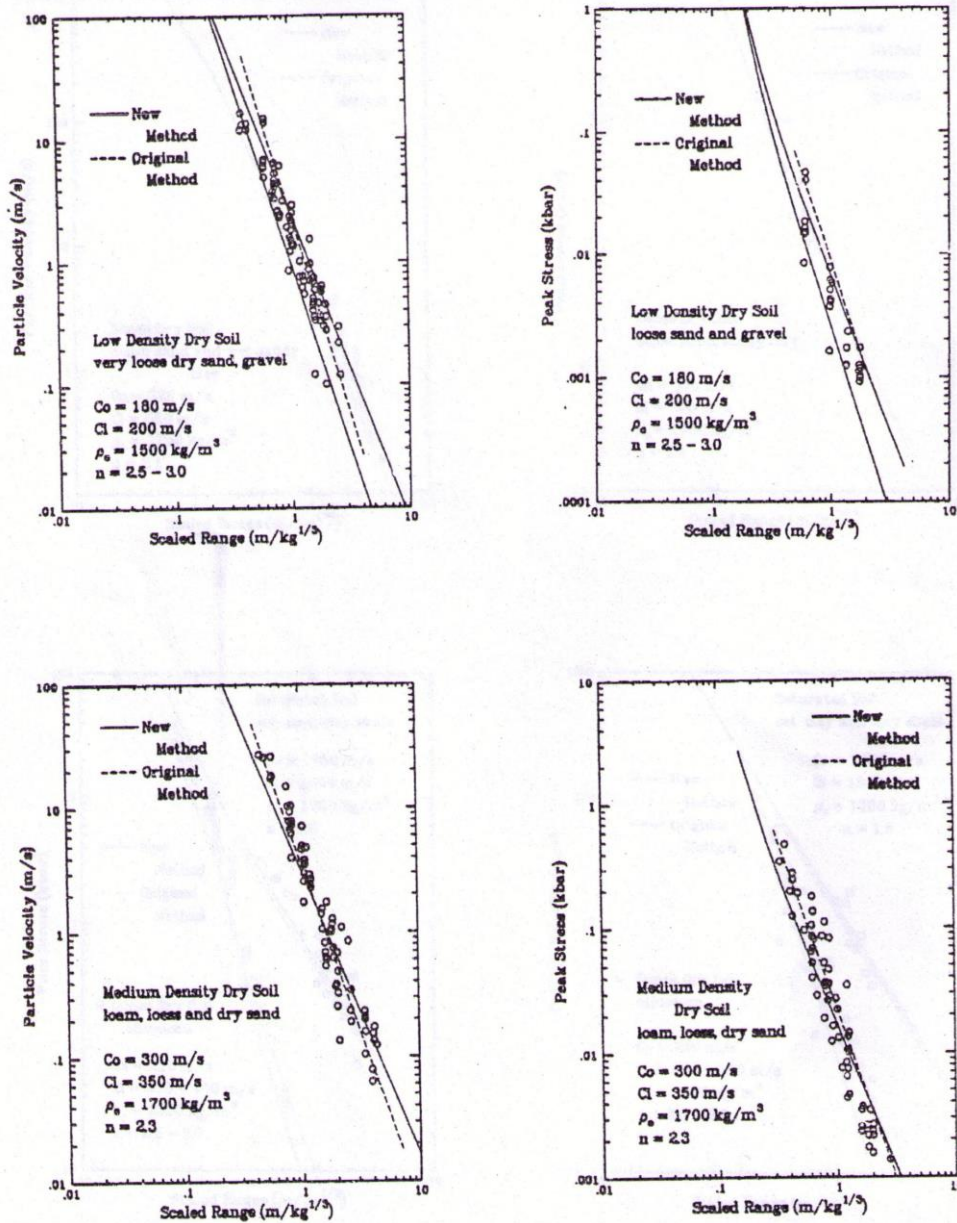
Jord-kategori	Jordtyp och exempel	Typisk initiell densitet ρ_0 [kg/m ³]	Typisk seismisk hastighet c_i [m/s]	Initiell seismisk hastighet c_0 [m/s]	Dämpningskoefficient n [-]
Tät torr jord	Alluvium	1900	500	220	2,5 till 3,0
	Tät sand	1750	550 (cementerad)	520	2,1
Medium densitet, torr jord	Sand, alluvium	1700	350	300	2,3
Låg densitet, torr jord	Lös sand, mylla	1500	200	180	2,5 till 3,0
Mättade jordar	Alla typer	1850	1850	1850	1,5
Höghållfasta bergarter	Kvarts, diabas, basalt, granit	2650	5500	4500	2,0
Mediumhållfasta bergarter	Skiffer, porös sandsten, kalksten, silikat	2500	3400	2750	2,0
Låghållfasta bergarter	Porös tuff, lera, skiffer,	2000	2050	1550	2,3
Väldigt låghållfasta bergarter	Väldigt porös och väderutsatt	1400	1400	1050	2,5

När tabell 9:32a med exempel på jordmaterialkoefficienter jämförs med Drakes tidigare utgivna materialkoefficienter, se tabell 9:31a, visar det sig vara rätt svårt att hitta liknande materialparametrar för samma jordarter. En tolkning som kan göras är att i Drake (1989) har även materialparametrarna korrigerats utöver introduktion av de nya ekvationerna som har en mer teoretisk grund att stå på. Speciellt med tanke på konservering av massan, energins bevarande, och användning av tillståndsekvation EOS, gör att denna empiriska modell är tilltalande.

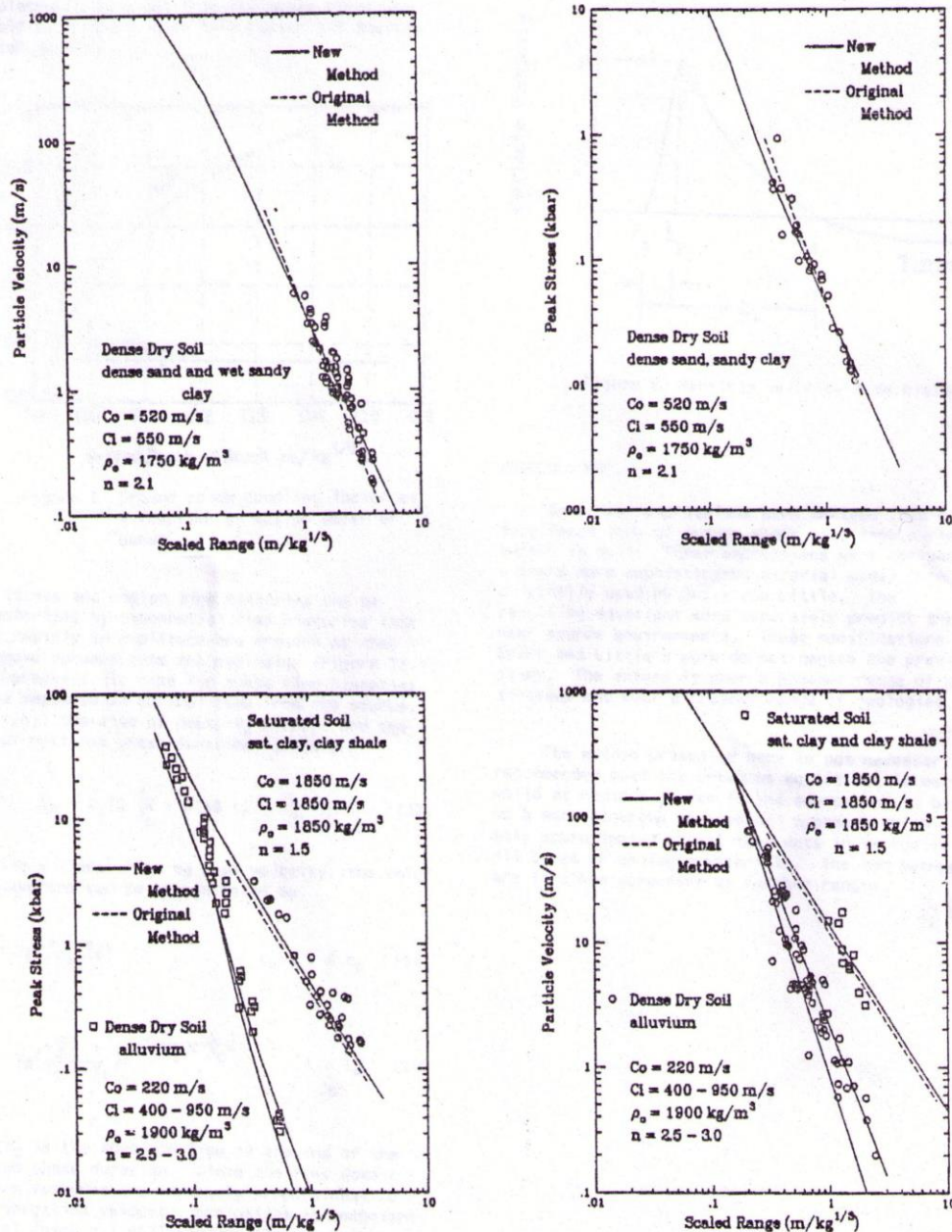
Drake (1989) gör själv en jämförelse mellan Drake (1983) som han kallar originalmetod med Drake (1989) som han benämner ny metod med experiment, se figur 9:32a och 9:32b. Figuren visar att generellt så beskriver Drake (1989) stötstågens partikelhastighet och spänning bättre i närområdet av detonationscentrum. För Drake (1983) så börjar den streckade linjen vid cirka $0,2 \text{ m/kg}^{1/3}$, vilket kan tolkas som att Drake anser att Drakes (1983) modell inte alls är giltig för skalade laddningsavstånd under $0,2 \text{ m/kg}^3$. En annan observation som kan göras är att Drake(1989) tillåter bilinjärt beteende, med vilket här menas att den är sammansatt av två linjer med en brytpunkt vid avståndet $r = 0,155W^{1/3}$, se ekvationerna (9:32i) och (9:32j) som beskriver maximal partikelhastighet som funktion av avståndet r och laddningsvikt W .

Jämförelse av Drakes modeller (1983) och (1989)

I Drake (1989) görs ingen detaljerad jämförelse hur mycket bättre Drakes modell från 1989 är jämfört med 1983 utan figur 9:32a och 9:32b visar endast detta i stora drag. I slutsatserna skriver Drake (1989) om att dessa förbättringar speciellt försöker leda till att närområdet kring detonationscentrum ska kunna estimeras bättre. I figur 9:32a visas att Drakes modell från 1989 generellt predikterar lägre värden än för Drakes modell från 1983 för skalade laddningsavstånd under $1 \text{ m/kg}^{1/3}$. Jordtyperna i figur 9:32a är torra jordar med låg- och medeldensitet. Detta stämmer även med de två översta graferna i figur 9:32b, vilka beskriver tätare jordar såsom tät sand eller sandig lera. Däremot är det precis det omvända, det vill säga att Drakes modell från 1989 predikterar högre värden än Drakes modell från 1983, för vattenmättade jordar såsom vattenmättad lera, vilket visas i de två nedersta graferna i figur 9:32b.



Figur 9:32a. Jämförelse av max partikelhastighet och max spänning enligt Drake (1983) - "Original Method", Drake (1989) - "New Method", och experiment som funktion av skalat laddningsavstånd. Figur från Drake (1989).



Figur 9:32b. Jämförelse av max partikelhastighet och max spänning enligt Drake (1983) - "Original Method", Drake (1989) - "New Method", och experiment som funktion av skalat laddningsavstånd. Figur från Drake (1989).

En jämförelse mellan Drakes modeller från 1989 och 1983 utförs nedan på två typiska jordar torr sand och fullt vattenmättad lera. På grund av att dämpningskoefficienter och densiteter också har modifierats mellan de olika modellerna väljs följande jordmaterialdata för jämförelse:

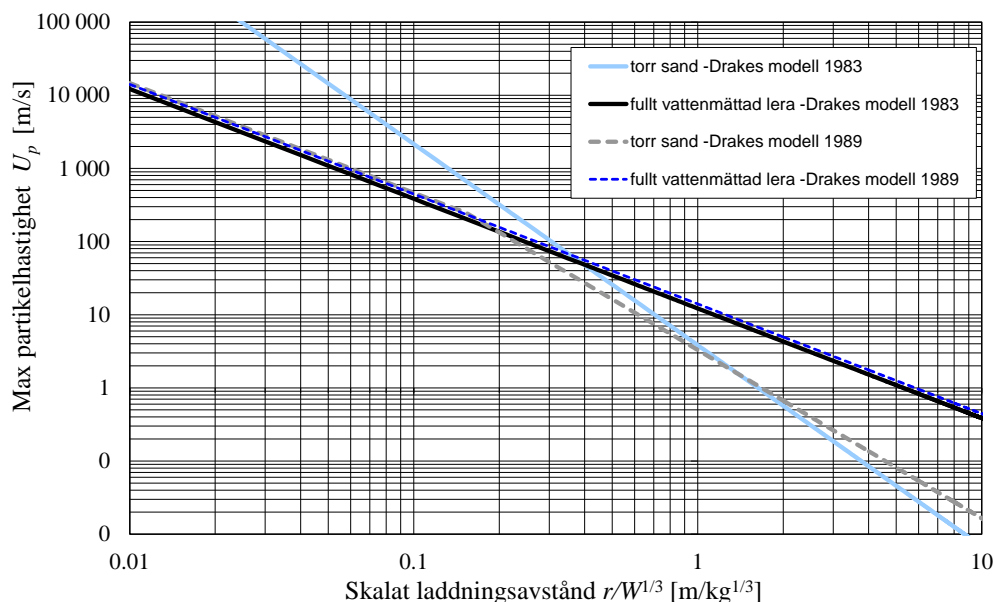
- För modell 1983 väljs materialdata torr sand, och återfyllning med densitet 1630 kg/m³, seismisk våghastighet 305 m/s och dämpningskoefficient 2,75. När det gäller den andra jordtypen är det fullt

vattenmättad lera med densitet 2030 kg/m^3 , seismisk våghastighet 1829 m/s och dämpningskoefficient $1,5$, se tabell 9:31a.

- För modell 1989 väljs materialdata mediumdensitet, torr jord, sand alluvium med densitet 1700 kg/m^3 med typisk seismisk hastighet på 350 m/s , initiell seismisk hastighet 300 m/s , och dämpningskoefficient $2,3$. För den andra jordtypen väljs mättade jordar, alla typer, med densitet 1850 kg/m^3 , typisk och initiell seismisk hastighet 1850 m/s och dämpningskoefficient $1,5$, se tabell 9:32b.

Det kan verka uppenbart fel att jämföra modellerna med olika initiell densitet, seismisk hastighet och dämpningskoefficient. Helst skulle materialdatan vara oberoende av modellen men eftersom Drake verkar ha justerat både modell och materialdata ses detta som en möjlig väg att göra en mer rättvis bedömning hur modellerna försöker beskriva markstöt våg i torr sand och fullt vattenmättad lera.

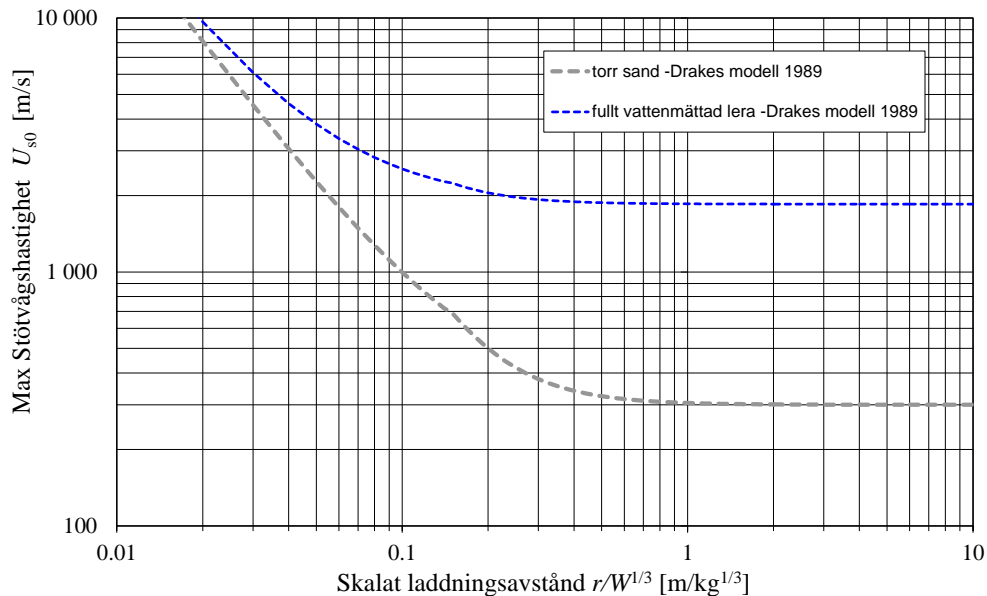
I figur 9:32c jämförs beräkningsresultat för maximal partikelhastighet från Drakes modeller 1983 och 1989. Jämförelsen visar att beräkningarna inte skiljer sig märkbart för fullt vattenmättad lera men för torr sand har en tydlig knäck på linjen introducerats vid det skalade laddningsavståndet $0,15 \text{ m/kg}^{1/3}$ när den börjar följa samma maximala partikelhastighet som för fullt vattenmättad lera för lägre skalade laddningsavstånd än $0,15 \text{ m/kg}^{1/3}$. För högre skalade laddningsavstånd är lutningen något flackare för torr sand enligt 1989 års modell jämfört med 1983.



Figur 9:32c. Jämförelse av Drakes modell 1983 med 1989 för maximal partikelhastighet U_p som funktion av skalad laddningsavstånd för en oreflekterad markstöt våg med $f = 1,0$ för torr sand och fullt vattenmättad lera.

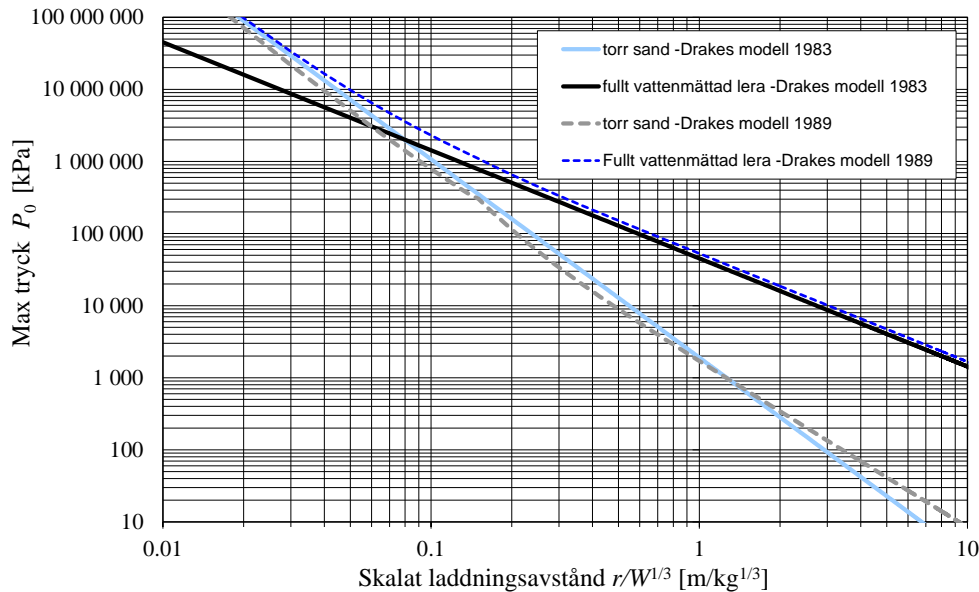
Markstötståg

I Drakes modell från 1989 så används en tillståndsekvation, se ekvation (9:321), för att etablera vilken maximal stötstågshastighet som uppstår, se figur 9:32d. Figuren visar att maximal stötstågshastighet U_{s0} som funktion av skalat laddningsavstånd för fullt vattenmättad fås redan vid över cirka $0,2 \text{ m/kg}^{1/3}$, det vill säga nästan lika med initiell seismisk hastighet c_0 . För torr sand sker detta för lite högre skalat laddningsavstånd över cirka $0,8 \text{ m/kg}^{1/3}$.



Figur 9:32d. Drakes 1989 för maximal stötstågshastighet U_{s0} som funktion av skalat laddningsavstånd för en oreflekterad markstötståg med kopplingsfaktorn $f = 1,0$ för torr sand och fullt vattenmättad lera och $S_1 = 1.5$ i tillståndsekvationen (9:321).

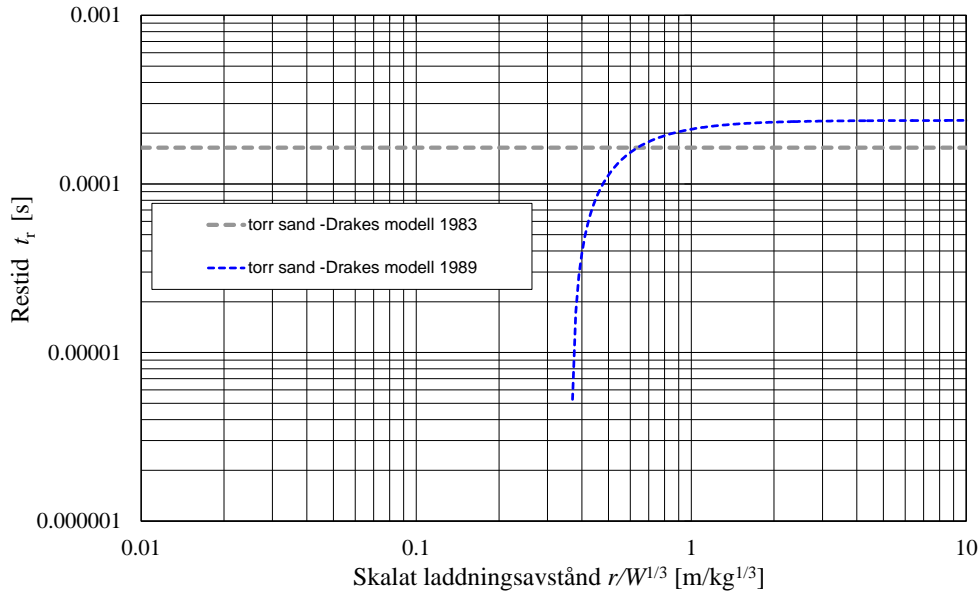
När maximala tryckberäkningar jämförs mellan 1989 och 1983 års modeller noteras att i 1989 års modell konvergerar trycket för både sanden och den fullt vattenmättade leran mot samma värden ju mindre det skalade laddningsavståndet blir, speciellt när det skalade laddningsavståndet blir mindre än $0,1 \text{ m/kg}^{1/3}$. I den gamla modellen från 1983 beräknas trycket faktiskt bli lägre i fullt vattenmättad lera än torr sand för skalade laddningsavstånd mindre än $0,08 \text{ m/kg}^{1/3}$, vilket inte är realistiskt.



Figur 9:32e. Jämförelse av Drakes modell 1983 med 1989 för max tryck P_0 som funktion av skalat laddningsavstånd för en oreflekterad markstöt-våg med kopplingsfaktorn $f = 1,0$ för torr sand och fullt vattenmättad lera.

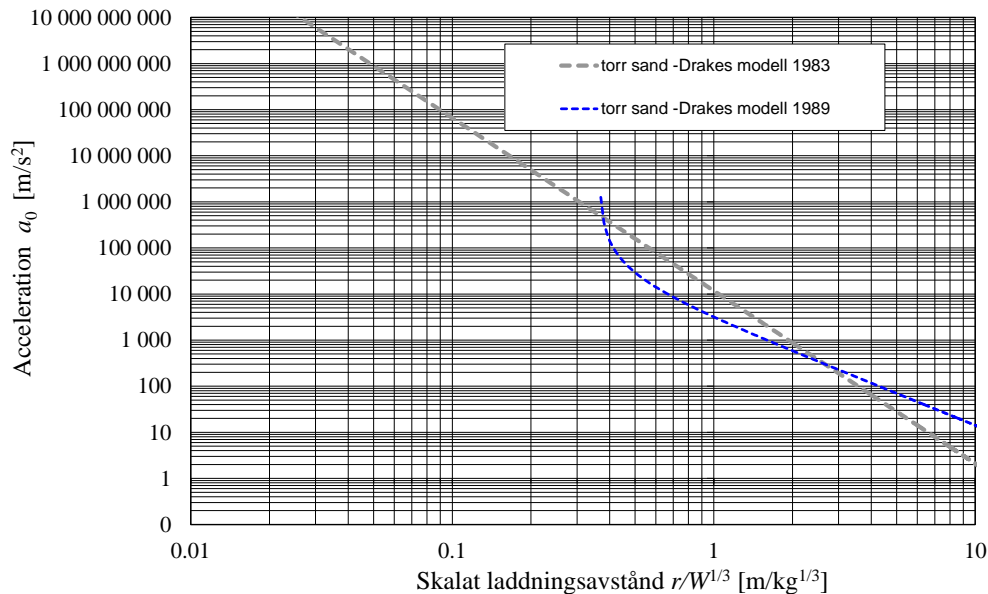
För att beräkna maximal acceleration a_0 enligt Drakes modell, se ekvation (9:32m), så behöver restiden t_r beräknas, se ekvation (9:32n). För beräkningen av t_r så har det angetts ett villkor för ekvation (9:32n), nämligen att $c_i > U_{s0}$. Enligt tabell 9:32a är typisk seismisk hastighet c_i och c_0 lika dvs. $c_i = c_0 = 1850$ m/s för fullt vattenmättad lera, vilket betyder att $U_s > c_i$ när $U_{p0} > 0$, se ekvation (9:32l). Detta betyder att restiden t_r ej kan beräknas för full vattenmättad lera eftersom villkoret på ekvation (9:32n) inte uppfylls, varför inte heller max acceleration kan beräknas. Det är oklart om Drake (1989) har missat detta eller om han anser att restiden är nära noll sekunder då $c_i < U_{s0}$. På grund av detta så jämförs bara beräkningar för torr sand av restid och max acceleration mellan modellerna 1983 och 1989.

I figur 9:32f visas restiden för torr sand vid avståndet $r = 0,5$ m enligt modell 1983. Den gamla restiden var inte beroende av skalat laddningsavstånd utan bara avståndsberoende, se ekvation (9:31a) och (9:31b), därför blir linjen rätt i figur 9:32f för 1983:s modell. Däremot så varierar restiden med skalat laddningsavstånd för 1989:s modell, vilket gör att restiden är kortare för lägre skalade laddningsavstånd. Detta är ett mer realistiskt beteende. Just i det här specifika fallet så korsar linjerna varandra vid skalat laddningsavstånd på cirka $0,65$ $m/kg^{1/3}$.



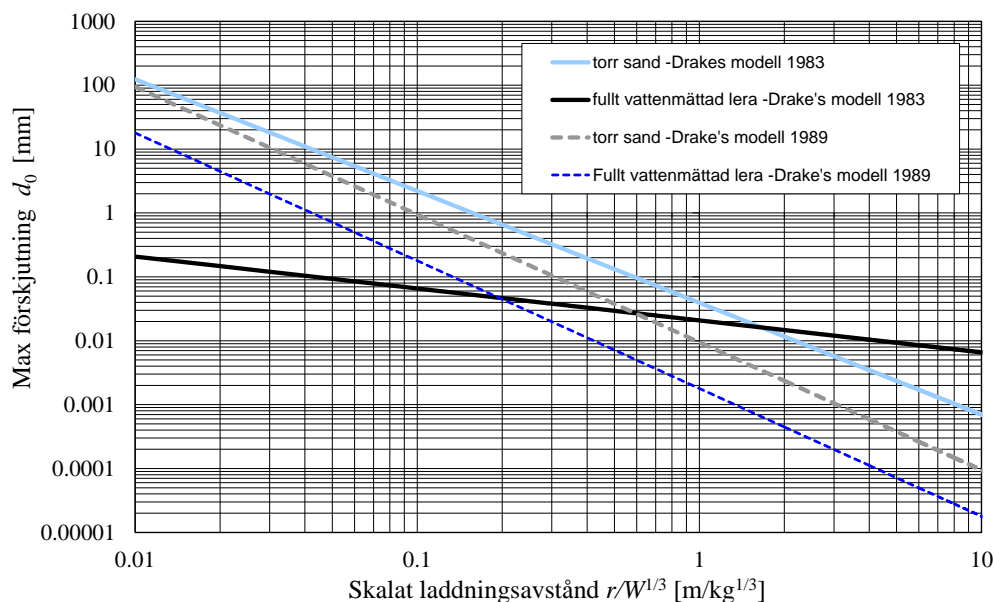
Figur 9:32f. Jämförelse av Drakes modell 1983 med 1989 för restid t_r vid avståndet $r = 0,5$ m som funktion av skalat laddningsavstånd för en oreflekterad markstöt våg med $f = 1.0$ för torr sand.

I figur 9:32g jämförs maximal acceleration för torr sand med modell 1983 och 1989. I modellen från 1983 antogs 1 kg C4 som laddningsvikt, vilket behöver preciseras för att kunna beräkna maximal acceleration. I modell 1989 behöver istället radien preciseras, vilken antogs till 0,5 m. Den gamla beräkningen är mer rätlinjig i log-log skala jämfört med den nya som inte heller garanterar resultat om inte en restid kan beräknas, jämför med figur 9:32f. För den vattenmättade leran kunde inte en restid beräknas, därför kan inte heller en acceleration beräknas om villkoren för 1989 års modell följs.



Figur 9:32g. Jämförelse av Drakes modell 1983 med 1989 för max acceleration a_0 vid avståndet $r = 0,5$ m som funktion av skalat laddningsavstånd för en oreflekterad markstöt våg med $f = 1,0$ för torr sand. Laddningsvikten antogs till 1 kg C4 för 1983 års modell.

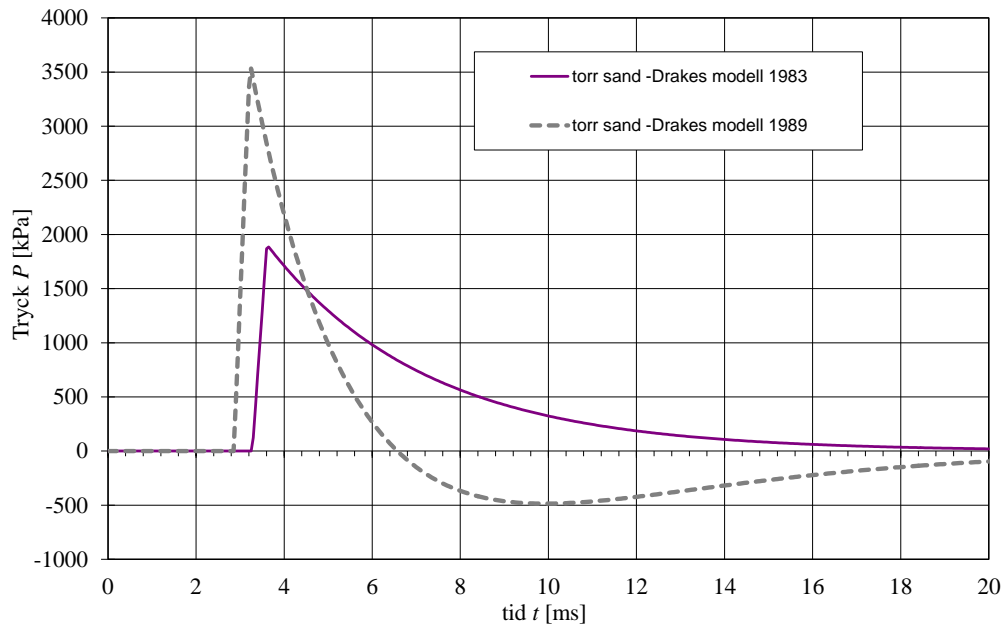
I 1989 års modell beräknas generellt lägre värden för max förskjutning hos torr sand. För den fullt vattenmättade lera har en större korrektion av maximala förskjutningsberäkningarna gjorts jämfört med 1983 års modell. För mindre skalade avstånd än $0,2 \text{ m/kg}^{1/3}$ beräknas högre förskjutningar med 1989 års modell jämfört med 1983. Kurvan är dessutom parallell med den torra sanden som beräknats med 1989 års modell.



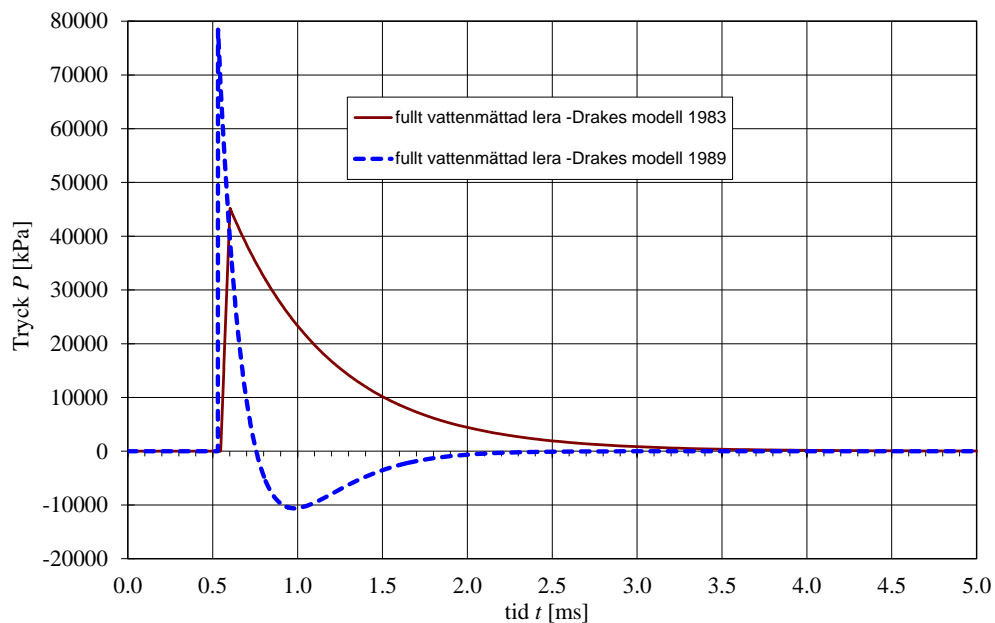
Figur 9:32h. Jämförelse av Drakes modell 1983 med 1989 för maximal förskjutning d_0 som funktion av skalat laddningsavstånd för en oreflektad markstötståg med $f = 1,0$ för torr sand. Laddningsvikten antogs till 1 kg C4 för 1983 års modell och 1 kg TNT för 1989 års modell.

I figur 9:32i och 9:32j visas tryck som funktion av tid i torr sand och fullt vattenmättad lera beräknat med 1983 och 1989 års modell. 1,37 kg TNT användes i Drakes modell från 1989, detta för att motsvara 1 kg C4 i tryck, se omvandlingsfaktorer i bilaga B. En tydlig skillnad på formen hos tryck-tidkurvorna syns i båda figurerna när 1983 jämförs med 1989 års modell. Tidigare ankomsttid, högre maxtryck, snabbare avklingning och dessutom en negativ fas är några av de egenskaper som har tillförts 1989 års modell. Jämförelse har också gjorts när omvandlingsfaktorn på 1,37 från TNT till C4 inte används, se bilaga J för dessa resultat. Resultaten visar att maximaltrycksskillnaderna mellan modellerna är mindre.

Markstövåg



Figur 9:32i. Jämförelse av Drakes modell 1983 med 1989 för tryck som funktion av tid för en oreflekterad markstövåg med $f = 1,0$ för torr sand vid avståndet 1 m. Laddningsvikten antogs till 1 kg C4 för 1983 års modell och 1,37 kg TNT för 1989 års modell.



Figur 9:32j. Jämförelse av Drakes modell 1983 med 1989 för tryck som funktion av tid för en oreflekterad markstövåg med $f = 1,0$ för fullt vattenmättad lera vid avståndet 1 m. Laddningsvikten antogs till 1 kg C4 för 1983 års modell och 1,37 kg TNT för 1989 års modell.

Drakes modell från 1989 är ett intressant komplement till Drakes modell från 1983. Men mycket i 1989 känns inte genomarbetat. Detta framgår exempelvis av figur 9:32j, där leran påstås kunna hantera ett isotropiskt dragtryck på -10 MPa, något som är långt över vad leran oftast har som ens skjuvhållfasthet. Utöver detta är det inte helt färdigarbetat hur till exempel

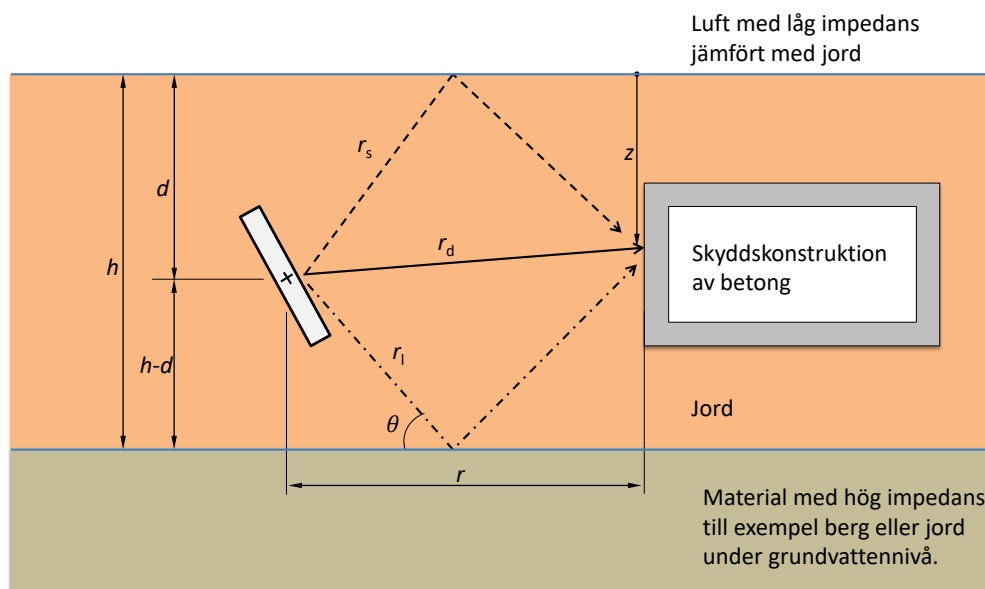
restiden beräknas och hur man hanterar skalade laddningsavstånd som leder till $c_1 < U_{s0}$. Detta problem gäller även för hur ankomsttiden t_a och peaktiden t_p beräknas enligt Drake (1989).

9.4 Markstövåg med reflexioner

Generellt propagerar inte en markstövåg genom ett homogent medium. Istället är det normalt att detta består av flera olika typer av jordlager, varierande grundvattennivåer, berg, luft ovan jord, och byggnadskonstruktioner under marknivå som utgör medier som markstövågen reflekterar mot. I detta avsnitt ges en förenklad metod för beräkning av reflexioner enligt ConWep (1992) i avsnitt 9:41 och därefter ges detaljerad beskrivning av vinkelrät reflexion teori och simuleringar av vad reflexionstrycken blev enligt Autodyn i avsnitt 9:42.

9:41 Reflexioner enligt ConWep (1992)

I kapitel 7 gavs en enklare illustration av hur stövågen mot en skyddskonstruktion egentligen byggs upp av flera vågor. En direktvåg r_d , en avlastningsvåg från ytan r_s och en bottenreflektad våg r_1 , se figur 7:22c. Här kommer dessa vågors sammansättning att tas fram med enklare ekvationer enligt ConWep (1992). I figur 9:41a visas avstånden r_d , r_s , och r_1 för ett generellt exempel.



Figur 9:41a. Beskrivning av generella avstånd för direkt-, ytreflektad-, avlastnings- och bottenreflektadvåg mot en skyddskonstruktion.

Avstånden kan beräknas med följande ekvationer

$$r_d = ((d - z)^2 + r^2)^{1/2} \quad (9:41a)$$

$$r_s = ((d + z)^2 + r^2)^{1/2} \quad (9:41b)$$

Markstötståg

$$r_l = ((2h - d - z)^2 + r^2)^{1/2} \quad (9:41c)$$

där h är jordlagrets tjocklek, d är laddningsdjup, r är laddningens horisontella avstånd till skyddskonstruktionen och z vertikala djup från ytan för studerad punkt på skyddskonstruktion.

När stötstågornas avstånd har beräknats enligt ekvation (9:41a)-(9:41c) så kan initieellt tryck P_0 bestämmas för alla tre stötstågorna, till exempel enligt Drake(1983), se ekvation (9:31k). När denna har beräknats kan följande tryckstötståg beräknas

$$P_d(t) = P_0(r_d)e^{(-\alpha t/t_d)} \quad (9:41d)$$

$$P_s(t) = -P_0(r_s)e^{(-\alpha t/t_s)} \quad (9:41e)$$

$$P_l(t) = KP_0(r_l)e^{(-\alpha t/t_l)} \quad (9:41f)$$

där tidstrycksambanden har justerats för aktuella avstånd. Direktstågen är precis som Drakes modell från 1983. Däremot har avlastningsstågen P_s har fått negativt värde på trycket, det vill säga ett dragtryck, se ekvation (9:41e), och den bottenreflekterade stågen P_l har multiplicerats med en reflexionskoefficient K .

Reflexionskoefficienten beräknas enligt ConWep (1992):

$$K = \begin{cases} \frac{\cos \theta - K_0}{\cos \theta + K_0}, & \text{för } 1 - \left(C_1/C_2 \sin \theta\right)^2 > 0 \\ 1, & \text{annars} \end{cases} \quad (9:41g)$$

där reflexionskoefficienten K_0 beskrivs

$$K_0 = \frac{\rho_1 C_1}{\rho_2 C_2} \left(1 - \left(C_1/C_2 \sin \theta\right)^2\right)^{1/2} \quad (9:41h)$$

där index 1 indikerar densitet och seismisk hastighet för det övre lagret och index 2 indikerar densitet och seismisk hastighet för det undre lagret. Vinkeln θ definieras såsom

$$\sin \theta = \frac{r}{r_l} \quad (9:41i)$$

och

$$\cos \theta = \frac{2h-d-z}{r_l} \quad (9:41j)$$

där längderna är illustrerade i figur 9:41a.

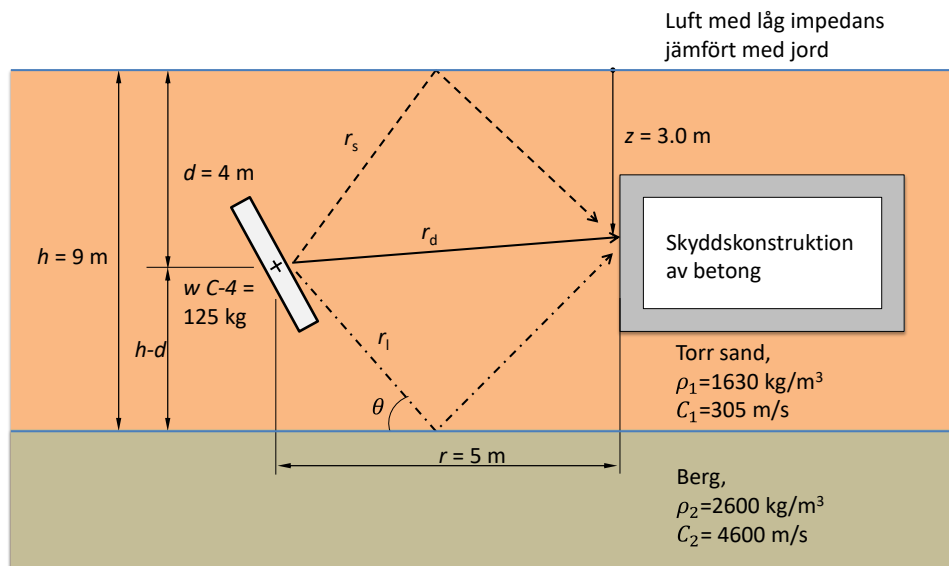
Räkneexempel för reflexion med Drakes modell från 1983

Här följer ett räkneexempel på hur stötvågen blir för en nedgrävd C-4 laddning på 125 kg som detonerar på fem meters avstånd från skydds-konstruktionen. Detonationen sker i lös torr sand, se figur 9:41b för illustration av laddningsdjup och reflekterande lager. Första steget i beräkningen är att bestämma avstånden enligt ekvationerna (9:41a)-(9:41c)

$$r_d = ((4 - 3)^2 + 5^2)^{1/2} = 5,10 \text{ m} \quad (9:41k)$$

$$r_s = ((4 + 3)^2 + 5^2)^{1/2} = 8,60 \text{ m} \quad (9:41l)$$

$$r_l = ((2 * 9 - 4 - 3)^2 + 5^2)^{1/2} = 12,08 \text{ m} \quad (9:41m)$$



Figur 9:41b. Beräkningsexempel för hur markstövåg kan estimeras för en 125 kg C-4 laddning som detonerar i torr lös sand fem meter från en skydds-konstruktion.

Det skalade laddningsdjupet är $D = \frac{d}{W^{1/3}} = 0,8 \text{ m/kg}^{1/3}$, vilket ger en koppelingsfaktor på 1,0, se figur 9:31b. I detta exempel beräknar vi trycken enligt Drakes modell 1983, det vill säga samma som ConWep (1992), se avsnitt 9.31. Ankomsttider, stigtider och maxtryck kan bestämmas med ekvationerna (9:31a), (9:31b), och (9:31k) för torr sand. Maxtrycket för direktvågen är lika med P_0 , se ekvation (9:41d). Den ytre reflekterade vågen har getts negativt tecken, $-P_0$, enligt ekvation (9:41e). För den bottenreflekterade vågen är maxtrycket KP_0 enligt ekvation (9:41f). Där måste reflexionskoefficienten K räknas ut först enligt ekvationerna (9:41g) och (9:41h). Detta i sin tur kräver reflexionsvinkeln θ , vilken bestäms med ekvation (9:41i)

$$\sin \theta = \frac{r}{r_l} = \frac{5}{12,08} \text{ vilket ger } \theta = 24,4 \text{ grader.} \quad (9:41n)$$

Då kan villkoret för reflexionsekvationen beräknas

$$1 - \left(\frac{C_1}{C_2} \sin \theta \right)^2 = 1 - \left(\frac{305}{4600} \sin 24,4 \right)^2 = 0,99925 > 0 \quad (9:41o)$$

Ekvation (9:41o) är OK, vilket leder till att

$$K_0 = \frac{\rho_1 C_1}{\rho_2 C_2} \left(1 - \left(C_1 / C_2 \sin \theta \right)^2 \right)^{1/2} = \frac{1630 \cdot 305}{2600 \cdot 4600} (0,9925)^{1/2} = 0,042$$

och då blir reflexionskoefficienten slutligen

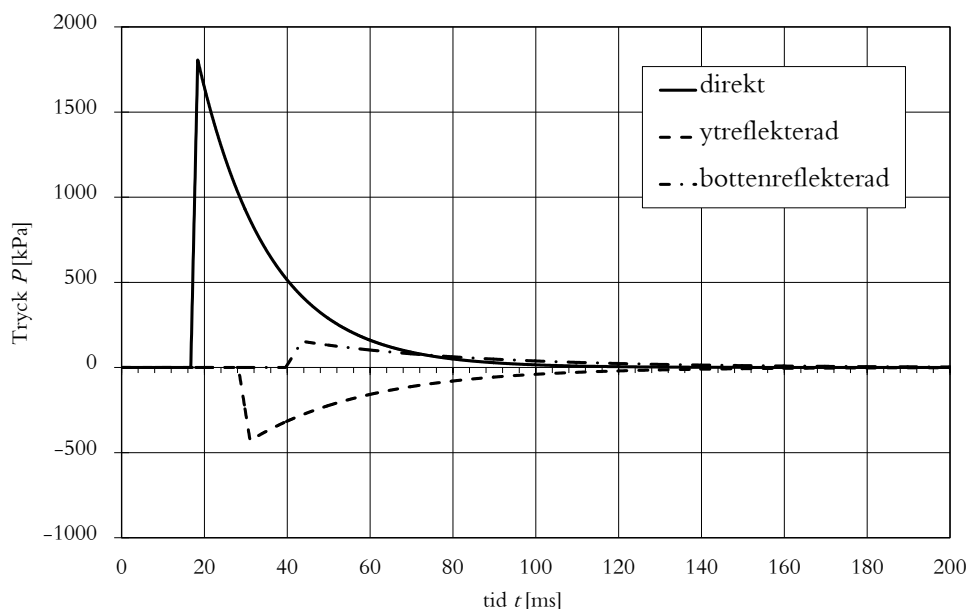
$$K = \frac{\cos \theta - K_0}{\cos \theta + K_0} = \frac{\cos 24,4 - 0,042}{\cos 24,4 + 0,042} = 0,91$$

Resultaten för ankomsttid, stigtid, och maxtryck har summerats i tabell 9:41a.

Tabell 9:41a. Beräkningsexempel enligt figur 9:41b för reflexion av markstövåg.

	Direktvåg $P(r_d)$	Ytreflekerad $P(r_s)$	Bottenreflekerad $P(r_l)$
t_a [ms]	16,72	28,20	39,62
t_r [ms]	1,67	2,82	3,96
P_0 [kPa]	1807	-429	154
α [-]	1,00	1,00	1,00

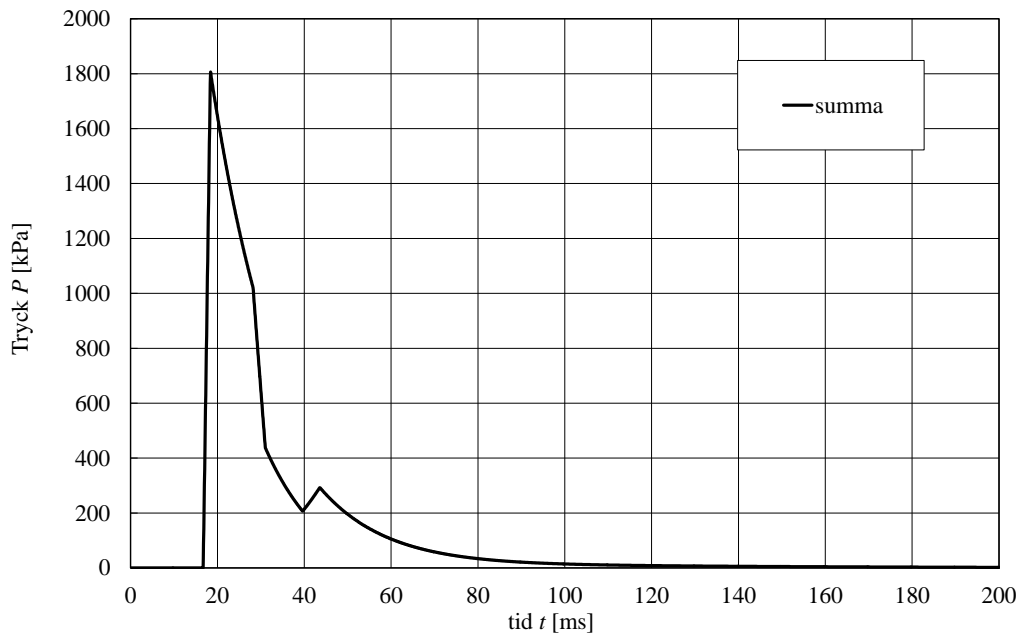
Genom att nu använda ekvationerna (9:41e)-(9:41f) kan tryck-tidskurvorna beräknas. I figur 9:41c visas tryckvågorna separat för direkt, ytreflekerad och bottenreflekerad våg.



Figur 9:41c. Direkt-, ytreflekerad-, och bottenreflekerad våg för beräknings-exempel enligt figur 9:41b.

När dessa vågor summeras är det vad som kan förväntas av den sammansatta vågen vid mätpunkten $z = 3$ m på skyddskonstruktionen. I figur 9:41d har vågorna summerats och vi kan se hur det har blivit ett negativt hack i kurvan runt 30 till 40 ms på grund av inverkan från ytreflexionen. Dessutom

blir det ett positivt hack i kurvan runt 44 ms på grund av bottenreflexionen. Beräkningarna utförda här jämfördes med resultat från ConWep (1992) i bilaga K.

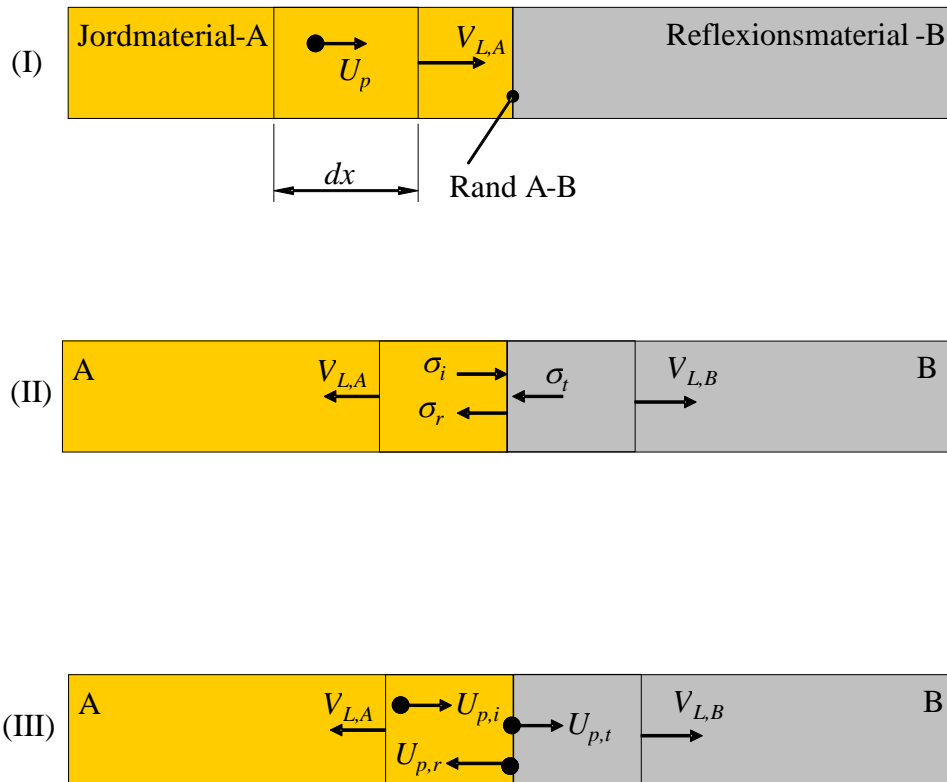


Figur 9:41d. Summering av direkt-, ytreflektad-, och bottenreflektad våg för beräkningsexempel enligt figur 9:41b.

9:42 *Detaljerad beskrivning av reflexion*

När markstövågen reflekterar mot andra material är effekten av reflexionen inte lika markant som vid fallet med luftstövåg. I luftstövåg är det inte alls ovanligt med reflexionskoefficient högre än 2. Den största skillnaden mellan luft och mark är att markens densitet är minst 1000 gånger högre än luftens. Reflexionstryckets ökning beror givetvis på vilket material som markstövågen reflekterar med. Jämför man då med luft som kanske reflekteras mot en betongvägg så är skillnaderna i impedans, våghastighet gånger densitet, markanta, vilket inte är fallet för markstövåg när den når en betongvägg. Meyer (1994) visar hur reflexionskoefficienten kan tas fram för plan stöt i en stav. I figur 9:42a illustreras fallet med vinkelrät reflexion i en stav med konstant area A . I material A framskrider en stövåg med longitudinell hastighet $V_{L,A}$ fram emot reflexionsmaterialet B.

Markstövåg



Figur 9:42a. Illustration av endimensionell markstövågsreflektion mellan jordmaterial A och reflektionsmaterial B. Impedansen har antagits vara högre för A än B. (I) visar stövågens propagering före ankomst till randen A-B. (II) visar jämviktsvillkoret för krafter vid stötögonblicket. (III) visar partikelhastigheter vid stötögonblicket.

För att djupare se vad som händer vid reflexion, låt oss börja med lagen för bevarande av rörelsemängd för att uttrycka ett samband för spänning σ som funktion av densitet ρ och partikelhastighet U_p enligt figur 9:42a-I:

$$Fdt = d(mU_p) \quad (9:42a)$$

och omskrivning ger

$$\sigma A dt = \rho A dx U_p \quad (9:42b)$$

och slutligen fås

$$\sigma = \rho \frac{dx}{dt} U_p = \rho c U_p \quad (9:42c)$$

Termen ρc i ekvation (9:42c) kallas även materialets impedans. Stor impedans leder till att även små partikelhastigheter ger hög spänning. Liten impedans kräver däremot stor partikelhastighet för att få hög spänning hos stövågen. I fallet med jordmaterial är impedansen relativt hög jämfört med till exempel luft. Riktningar hos krafter och partikelhastighet hos figur 9:42a

illustrerar fallet då impedansen är högre hos jordmaterial A jämfört med reflektionsmaterial B.

Vid själva reflexionsögonblicket är det möjligt att uttrycka ett jämviktstillstånd, mellan krafterna, vid själva randen A-B som

$$\sigma_i + \sigma_r = \sigma_t \quad (9:42d)$$

där σ_i är inkommande spänning, σ_r är reflekterad spänning samt σ_t är transmitterad spänning. Om även kontinuitet antas vid randen, det vill säga att inget gap eller överlagring av material kan ske, kan följande samband för inkommande, reflekterad och transmitterad partikelhastighet antas

$$U_{p,i} - U_{p,r} = U_{p,t} \quad (9:42e)$$

där tecknet för reflekterad partikelhastighet är satt till minus på grund av att positivt tryck ges av negativ partikelhastighet vid reflexion. Om vi nu kombinerar ekvation (9:42c) med (9:42e) fås

$$\frac{\sigma_i}{\rho_A V_{L,A}} - \frac{\sigma_r}{\rho_A V_{L,A}} = \frac{\sigma_t}{\rho_B V_{L,B}} \quad (9:42f)$$

Om vi kombinerar ekvation (9:42f) med (9:42d) fås följande samband mellan spänningarna

$$\frac{\sigma_t}{\sigma_i} = \frac{2\rho_B V_{L,B}}{\rho_A V_{L,A} + \rho_B V_{L,B}} \quad (9:42g)$$

$$\frac{\sigma_r}{\sigma_i} = \frac{\rho_B V_{L,B} - \rho_A V_{L,A}}{\rho_A V_{L,A} + \rho_B V_{L,B}} \quad (9:42h)$$

Vi kan tydligt se av ekvation (9:42g) och (9:42h) att amplituden av transmitterad spänning och reflexionsspänning bestäms av impedansen ρc (eller ρV_L) hos de inblandade materialen. Dessa ekvationer tas som sagt även fram av Meyers (1994) men där $V_L = c$.

För att illustrera hur stort det reflekterande och transmitterade trycket blir när markstötstågen reflekterar mot till exempel betong, stel vägg och fri avlastning har tabell 9:42a framtagits med hjälp av ekvation (9:42g) och (9:42h). Jordmaterialet varierades mellan torr sand och våt lera. Antagna densiteter och våghastigheter för jordmaterialen och de reflekterande materialen återges i tabell 9:42b.

Markstövåg

Tabell 9:42a. Reflekerat tryck samt transmitterat tryck uttryckt som kvoten av inkommande tryck enligt ekvation 9:4g och 9:4h.

Reflektionsmaterial	σ_r/σ_i	σ_r/σ_i	σ_t/σ_i	σ_t/σ_i
	sand	lera	sand	lera
betong	0,877	0,405	1,877	1,405
LECA	-0,595	-0,924	0,405	0,076
Stel vägg	1,000	1,000	2,000	2,000
fri avlastning	-1,000	-1,000	0,000	0,000

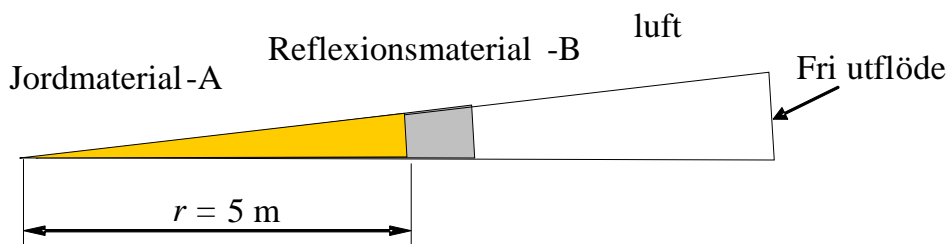
Tabell 9:42b. Densiteter och våghastigheter hos de studerade jordmaterialen samt hos de reflekterande materialen.

	lera	sand	betong	LECA
densitet ρ [kg/m ³]	1908	1674	2314	320
våghastighet $V_L \approx c$ [m/s]	1500	265	2920	352
	fri avlastning	stel vägg		
densitet ρ [kg/m ³]	0	$1,00 \cdot 10^{20}$		
våghastighet $V_L \approx c$ [m/s]	0	$1,00 \cdot 10^{20}$		

Som vi kan se av tabell 9:42a är den reflekterade vågen +88 % av den inkommande när stövåg utbreder sig i sand och reflekteras mot betong. Den transmitterade vågen är 188 %, vilket också är den totala reflekterande vågen storlek, se ekvation (9:4d). Om detta jämförs med till exempel en stel vägg är den reflekterande vågen 100 % av den inkommande och den transmitterade 200 %. När impedansskillnaden minskar mellan jordmaterialet och det reflekterande materialet, såsom fallet mellan våt lera och betong, blir den reflekterande vågen +40,5 % av den inkommande och den transmitterade vågen 140,5 % av den inkommande vågen. Vid fallen sand – betong och våt lera – betong är impedansen konsekvent högre hos det reflekterade materialet.

Om vi istället byter ut det reflekterade materialet till Leca-kulor, vilka har lägre impedans än både sanden och den våta leran, fås ett reflekterat tryck som är -60 % respektive -92 % av den inkommande vågen för sanden och leran. Detta betyder att vi får en dragvåg tillbaka i jordmaterialet som reducerar det totala reflekterade trycket i detta. Vid Leca-fallet blir det transmitterade trycket enligt dessa beräkningar 40 % respektive 8 % av den inkommande vågen vid sand respektive lera.

Ovanstående enkla beräkningar jämfördes med finita elementsimuleringar med mycket mer detaljerade materialmodeller för betong och sand än bara deras in situ-impedans. En endimensionell modell ställdes upp enligt figur 9:42b. Autodyn med dess multimaterial Euler användes för elementformuleringen. Betongmodellen var RHT-modellen enligt Riedel (2000) med givna data för betong RHT-35MPa. Sanden modellerades med EOS Granular och Strength model Granular, se även Moxnes *et.al.* (1999). Materialdata för sanden var enligt Laine och Sandvik (2000) och jordmaterial som även modifierats från sand, EOS1-STR1, till fullt vattenmättad lera, EOS4-STR4, enligt bilaga E.



Figur 9:42b. Illustration av endimensionell finita element modell för studie av markstötstågsreflektion mellan jordmaterial A och reflexionsmaterial B.

I simuleringarna varierades laddningsstorlekarna från 125, 250, 500, och 1000 kg TNT. Maximala trycket mättes i elementet precis framför väggen som var antingen betong eller stel vägg och var placerad 5 meter från laddningens centrum. Detta tryck jämfördes med trycket från fri avlastning för att ta fram kvoten mellan transmitterat tryck och inkommande. I simuleringarna togs endast hänsyn till första maximala tryck som tryck-tidshistorierna visade. Detta på grund av att i vissa fall med speciellt de högre laddningsstorlekarna uppstod tryckuppbyggnad som kan liknas vid innesluten explosion, vilket inte är av intresse för denna studie.

I tabell 9:42c har reflexionskvoten från 64 simuleringar sammanfattats för reflexion mot betongvägg. För EOS1-STR1, originalsandmodell för Sjöbo-sanden, kan vi se att reflexionskvoten ligger från 1,76 till 1,82 beroende på laddningens styrka. Jämförs detta med den enklare beräkningen som redovisas i tabell 9:42a var reflexionen 1,88, vilket är rätt nära Autodynresultaten som i medel ligger på 1,80. För fullt vattenmättad jord och reflexion mot betongvägg så varierar resultatet med laddningsvikten från 1,44 för 125 kg till 1,37 för 1000 kg, det vill säga att reflexionskvoten sjunker med ökande laddningsvikt, se tabell 9:42c EOS4-STR4 som motsvarar fullt vattenmättad lera. Jämförs dessa resultat med de enklare beräkningarna mellan lera och betongvägg var reflexionskvoten på 1,41, se tabell 9:42a, och medelvärdet för Autodyn-simuleringarna med fyra olika laddningsvikter låg på 1,41, vilket då är samma resultat som de enklare beräkningarna.

Markstövåg

Tabell 9:42c. Reflexionskvot σ_t / σ_1 för olika modellerade jordtyper, se avsnitt 8:2 och bilaga E, och betongvägg på laddningsavståndet 5 m.

EOS nr – kg TNT		STR1	STR2	STR3	STR4
EOS1	125	1,76	1,78	1,80	1,84
	250	1,79	1,81	1,84	1,87
	500	1,82	1,84	1,86	1,92
	1000	1,81	1,88	1,92	1,93
EOS2	125	1,79	1,77	1,78	1,92
	250	1,76	1,76	1,83	1,94
	500	1,75	1,74	1,89	1,97
	1000	1,82	1,80	1,88	2,05
EOS3	125	1,76	1,73	1,76	1,73
	250	1,70	1,77	1,80	1,74
	500	1,75	1,73	1,81	1,82
	1000	1,68	1,69	1,78	1,59
EOS4	125	1,47	1,49	1,48	1,44
	250	1,44	1,44	1,47	1,43
	500	1,42	1,40	1,38	1,41
	1000	1,40	1,37	1,36	1,37

Samma upplägg av reflexionsberäkningar, det vill säga 64 simuleringar, utfördes också mot stel vägg. Resultaten är sammanfattade i tabell 9:42d. Resultaten bekräftar egentligen bara att reflexionskoefficienten är runt 2 oavsett laddningsstorlek och jordmaterial. Detta är också vad de enklare beräkningarna visade, se tabell 9:42a.

Tabell 9:42d. Reflexionskvot σ_t / σ_1 för olika modellerade jordtyper, se avsnitt 8:2 och bilaga E, och stel vägg på laddningsavståndet 5 m.

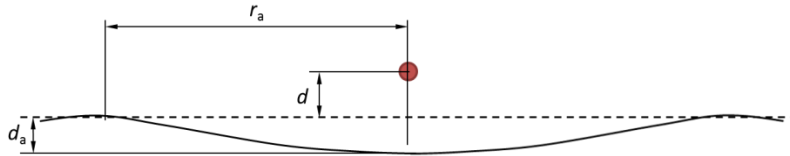
EOS nr – kg TNT		STR1	STR2	STR3	STR4
EOS1	125	2,01	2,01	2,02	2,05
	250	2,01	2,02	2,04	2,10
	500	2,02	2,04	2,09	2,16
	1000	2,04	2,10	2,14	2,18
EOS2	125	2,01	1,97	1,98	2,08
	250	1,92	1,91	1,98	2,15
	500	1,91	1,87	2,05	2,16
	1000	2,02	1,93	2,12	2,26
EOS3	125	2,02	1,99	2,04	2,04
	250	1,95	2,02	2,04	2,02
	500	1,98	1,97	2,05	2,12
	1000	1,94	1,97	2,13	2,14
EOS4	125	2,02	2,13	2,04	1,96
	250	1,92	1,98	2,17	2,09
	500	2,17	2,10	2,01	1,90
	1000	2,17	2,07	1,94	1,92

I bilaga L redovisas de maximala trycken för simuleringarna och en mer detaljerad beskrivning av hur simuleringarna utfördes.

9:5 Kraterbildning

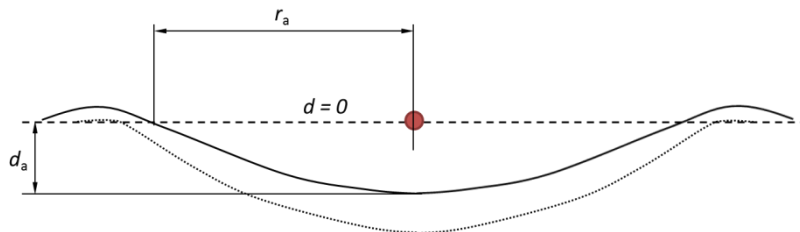
I det här avsnittet ges en översikt om kraterbildning och hur olika parametrar påverkar dess storlek och form. Tre av de viktigaste faktorerna är ladd-

ningsmängd, laddningsdjup och jordsammansättning. I DOE (1980) är det bara de två första faktorerna som är beaktade. Det skalade laddningsdjupet påverkar synnerligen formen på kratern. Om laddningen är placerad ovan mark blir kraterformen mer utsmetad och platt, såsom illustreras i figur 9:5a.



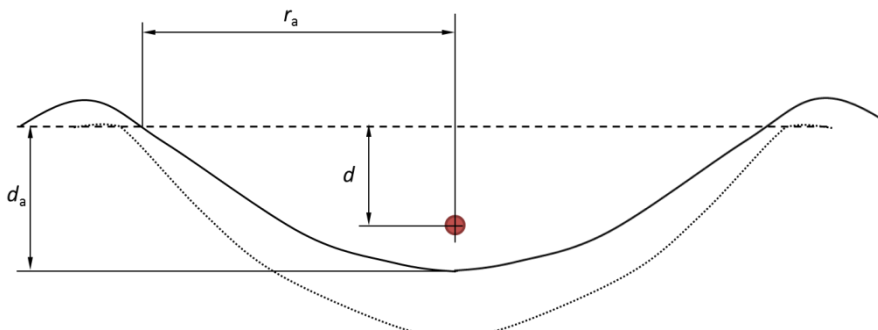
Figur 9:5a. Illustration av en krater från en laddning som detonerar på negativt laddningsdjup d . Där d_a och r_a är synligt kraterdjup respektive kraterare. Streckad linje illustrerar ursprunglig marknivå.

Om laddningsdjupet är lika med noll, det vill säga en ytdetonation, fås lite djupare form på kratern och man har en del av kratern som börjar bli osynlig som ofta kallas verklig krater, se figur 9:5b. Den verkliga kratern utgörs av det jordmaterial som inte kastats upp men som blivit tydligt påverkad av explosionen. Synlig krater är vad som kan observeras efteråt efter att uppkastad jord åter lagt sig i den verkliga kratern.



Figur 9:5b. Illustration av en krater från en laddning som detonerar på laddningsdjup $d = 0$. Där d_a och r_a är synligt kraterdjup respektive kraterare. Streckad linje illustrerar ursprunglig marknivå. Punktlinje illustrerar verklig kraterstorlek.

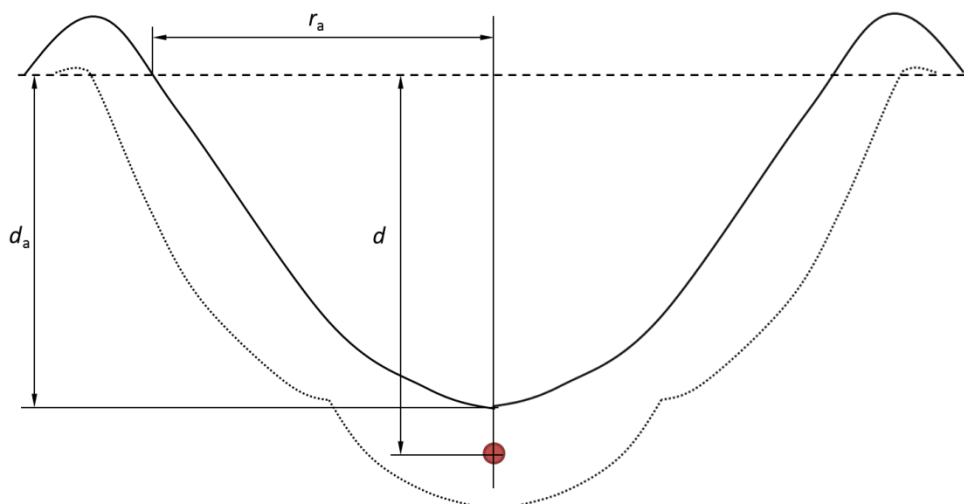
Om laddningen detonerar nergrävd men nära ytan, $d > 0$, det vill säga en ytlig detonation, fås ännu mer djupgående krater jämfört med en laddning som detonerar vid ytan eller i luften. Den frigjorda energin från sprängämnet förs till marken och leder till större kratervolym, se figur 9:5c.



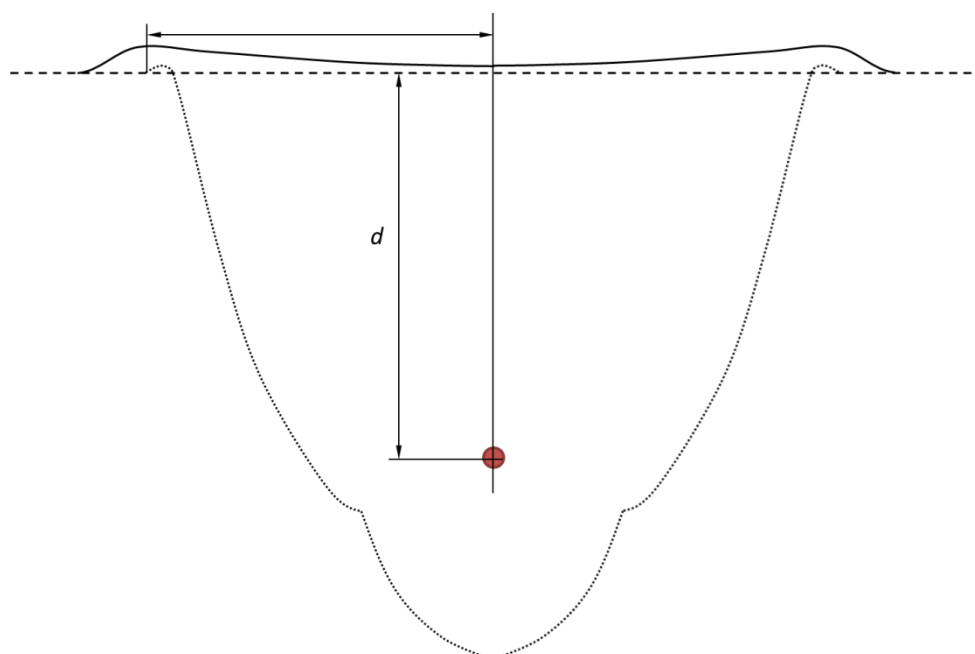
Figur 9:5c. Illustration av en krater från en laddning som detonerar på positivt laddningsdjup d nära ytan. Där d_a och r_a är synligt kraterdjup respektive kraterare. Streckad linje illustrerar ursprunglig marknivå. Punktlinje illustrerar verklig kraterstorlek.

Markstövåg

Vid ett optimalt skalat laddningsdjup fås maximal kraterstorlek. Då fås den största kratern som är möjlig. Om laddningen däremot detonerar på för djup nivå så fås en kamouflerad krater där synlig krater är liten men verklig krater kan vara stor under ytan, se figur 9:5e. Denna kamouflerade typ leder till att explosionen ventileras mindre på grund av långt avstånd till ytan. För ytterligare visualisering av kraterformer se ConWep (1992) eller DOE (1980).



Figur 9:5d. Illustration av en krater från en laddning som detonerar på optimalt laddningsdjup d för aktuell laddning. Där d_a och r_a är synligt kraterdjup respektive kraterdiameter. Streckad linje illustrerar ursprunglig marknivå. Punktlinje illustrerar verklig kraterstorlek.



Figur 9:5e. Illustration av en kamouflerad krater från en laddning som detonerar på stort laddningsdjup d för aktuell laddning. Där d_a och r_a är synligt kraterdjup respektive kraterdiameter. Streckad linje illustrerar ursprunglig marknivå. Punktlinje illustrerar verklig kraterstorlek.

I avsnitt 9:22 ges en empirisk ekvation, ekvation (9:22ap), av Lampson (1946) för hur kraterradie kan beräknas. Det är oklart huruvida kraterradien i ekvation (9:22ap) hänvisar till verklig kraterradie eller synlig. För att klargöra detta måste delrapporterna till slutrapporten studeras. Försök har gjorts för att få kopior av dessa delrapporter men utan resultat.

I DOE (1980) baserar sig de empiriska ekvationerna för kraterprediktion från experiment så små som 5 gram C-4 till 750 lb bomber. Enligt DOE (1980) kan kraterprediktion beskrivas med hjälp av skalningslagarna

$$\frac{W^{1/3}}{d} \text{ och } \frac{W^{1/4}}{d} \quad (9:5a)$$

där W är laddningsvikten i [lb] och d är laddningsdjupet i [ft]. Den första delen i ekvation (9:5a) relaterar laddningens frigjorda energi till jordens kompressibilitetseffekter. Den andra delen i ekvation (9:5a) relaterar laddningens frigjorda energi till gravitationseffekter. Detta betyder att kratersambanden ibland har första ordningens beroende av frigjord energi från laddningen och jordens kompressionseffekter och gravitationen är av sekundärt beroende $W^{1/3} / d$. På liknande sätt kan sambanden ha $W^{1/4} / d$ som första ordningens effekt, vilket då betyder att gravitation är viktigt. Slutligen kan vissa samband ha lika stort beroende av båda effekterna och då används skalningen $W^{7/24} / d$. Denna fås genom att multiplicera båda skalfaktorerna

$$\frac{W^{1/3}}{d} \frac{W^{1/4}}{d} = \frac{W^{7/12}}{d^2} \rightarrow \frac{W^{7/24}}{|d|} \quad (9:5b)$$

I DOE (1980) är det första som behöver identifieras vilken typ av kratermod som kommer att uppstå. Två värden, X och Y , måste beräknas

$$X = 4,605 + \ln \frac{W^{1/4}}{d} \quad (9:5c)$$

$$Y = \left(6,438 + 1,398 \ln \frac{W^{1/3}}{d}\right) \tanh^5 \left(2,00 + 0,4343 \ln \frac{W^{1/3}}{d}\right) \quad (9:5d)$$

där W är laddningsvikten i [lb] och d är laddningsdjupet i [ft]. Om X är större än Y kommer en kamouflerad krater bildas. Detta kan också beskrivas med

$$X > Y \text{ ger kamouflerad mod, se figur 9:5e} \quad (9:5e)$$

$$X < Y \text{ ger kratermod, se figur 9:5a-9:5d} \quad (9:5f)$$

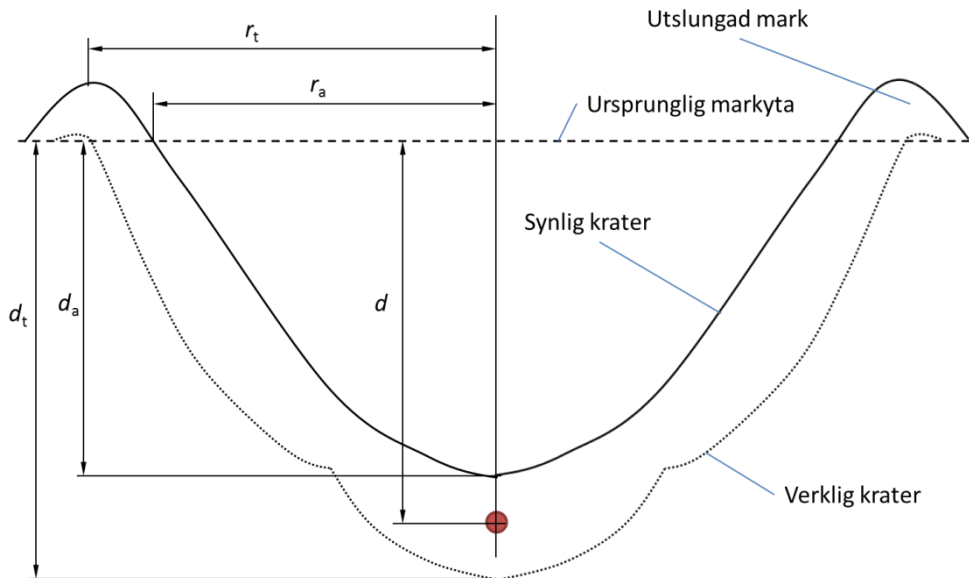
Om värdena X och Y är ungefär lika är risken stor för att det faktiska fallet kan bli antingen kratermod eller kamouflerad. DOE (1980) ger följande ekvationer för verklig kraterradie, kraterdjup, och kratervolym om $X > Y$, det vill säga att kratermod har påvisats

$$\frac{r_t}{d} = 2,155 \left(\frac{W^{1/3}}{d}\right)^{0,865} \quad (9:5g)$$

$$\frac{d_t}{d} = 2,312 \left(\frac{W^{1/3}}{d} \right)^{0,683} \quad (9:5h)$$

$$\frac{v_t^{1/3}}{d} = 2,046 \left(\frac{W^{1/3}}{d} \right)^{0,785} \quad (9:5i)$$

där W är laddningsvikten i [lb] och d är laddningsdjupet i [ft]. I figur 9:5f visas nomenklaturen för använda kratermått.



Figur 9:5f. Använd nomenklatur för kratermått. Där d_a och r_a är synligt kraterdjup och kraterradie. Där d_t och r_t är verkligt kraterdjup och kraterradie.

Om kamouflerad mod har identifierats, det vill säga $X > Y$, då byts ekvationerna (9:5g) - (9:5i) ut med följande

$$\frac{r_t}{d} = 1,053 \left(\frac{W^{7/24}}{d} \right)^{0,865} \quad (9:5j)$$

$$\frac{d_t}{d} = 2,244 \left(\frac{W^{7/24}}{d} \right)^{0,432} \quad (9:5k)$$

$$\frac{v_t^{1/3}}{d} = 1,718 \left(\frac{W^{7/24}}{d} \right)^{0,865} \quad (9:5l)$$

där W är laddningsvikten i [lb] och d är laddningsdjupet i [ft].

Beräkningsexempel som jämför DOE (1980) och ConWep (1992)

Här utförs ett beräkningsexempel med 125 kg TNT begravt med laddningsdjupet $d = 2$ m. Först omvandlas laddningsvikten till $W = 275,58$ [lb] och laddningsdjupet till $d = 6,56$ [ft]. Därefter ger ekvation (9:5c) och (9:5d) att $X = 4,1 < Y = 5,3$, vilket betyder att kratermod är aktuell. Ekvationerna (9:5g) och (9:5h) ger verklig diameter $2r_t = 8,6$ m, verkligt kraterdjup

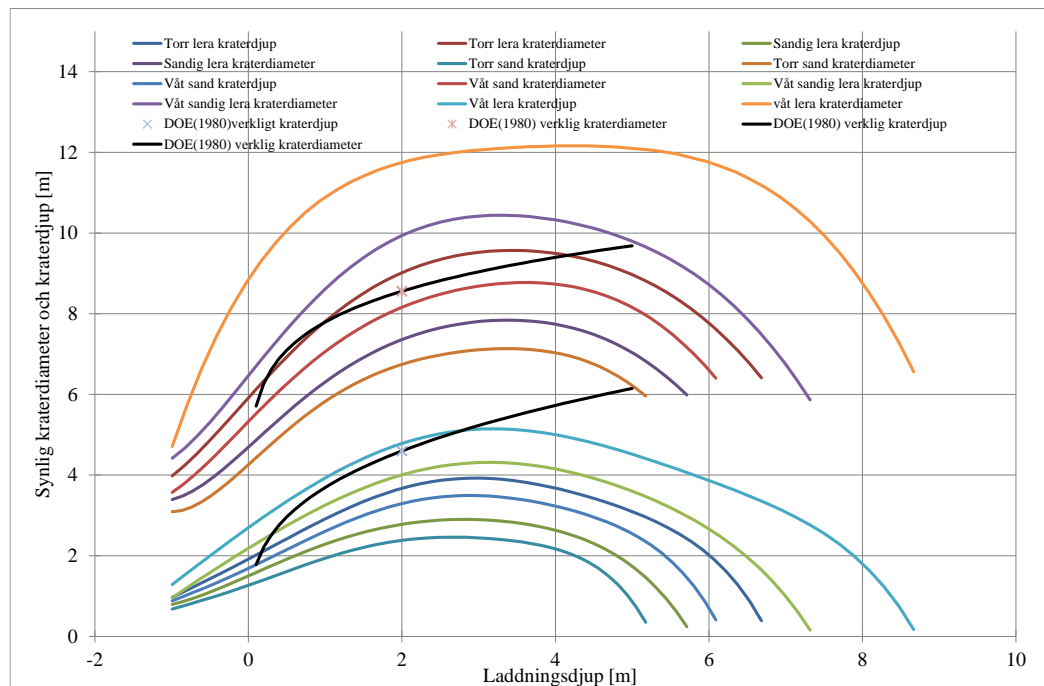
på $d_t = 4,6$ m och verklig kratervolym $v_t = 144$ m³. Notera att ingen beaktning görs i DOE (1980) till vilket jordmaterial som laddningen är nedgrävd i. Om nu dessa resultat jämförs med ConWep (1992) så beaktas just markmaterialiets betydelse.

I tabell 9:5a jämförs resultaten för beräkningsexemplet från ConWep (1992) och DOE (1980). Resultaten visar att DOE (1980) estimerar innanför vad torr sand och våt lera ger i resultat. Tabellen visar tydligt hur mycket större en krater blir för de olika jordmaterialen enligt ConWep (1992). Både synligt kraterdjup och diameter nästan fördubblas när man jämför torr sand med våt lera för samma belastningsfall. Detta är givetvis också en faktor som behöver tas hänsyn till om laddningen detonerar så nära byggnaden att den är innanför kratervolymen.

Tabell 9:5a. Jämförelse mellan ConWep(1992) och DOE(1980) för 125 kg TNT med laddningsdjup $d = 2$ m.

	$2r_t / 2r_a$	d_t / d_a	v_t
	synlig / verklig diameter [m]	synligt / verkligt djup [m]	volym [m ³]
ConWep torr sand	6,7 / 7,8	2,4 / 2,8	43
ConWep våt lera	11,8 / 13,5	4,8 / 4,8	259
DOE(1980)	- / 8,6	- / 4,6	144

I figur 9:5g har resultat från ConWep (1992) sammanställts för flera olika jordmaterial och hur kraterdiameter och kraterdjup varierar för olika laddningsdjup $-1 \text{ m} \leq d \leq 9 \text{ m}$. Vad som kan ses är att senare beräkningsmodeller av kraterdimensioner som tar i beaktning materialets egenskaper är av stort intresse.



Figur 9:5g. Resultat av kraterdimensioner från ConWep (1992) och DOE (1980) för 125 kg TNT i olika jordmaterial.

Om nu beräkningar av kraterdiameter görs med Lampson (1946), se ekvation (9:22ap), så är inte bara laddningsdjupet av vikt utan även vilken typ av jordmaterial som väljs. Den skalade laddningsdjupet för vårt tidigare exempel, med 125 kg TNT på laddningsdjupet 2 m, blir $\lambda = d/W^{1/3} = 1,0$ [ft/lb^{1/3}]. Detta ger enligt figur 9:22e en laddningsdjupfaktor på $D_c = 0,9$. Alltså inte riktigt maximal utdelning för kraterbildning men bra nära maximal D_c .

Om nu radien beräknas för lös silt och mättad lera så tas jordkonstanterna fram enligt tabell 9:22c och ger $k = 800$ och $100\,000$, vilket ger jordfaktorer $S_c = 2,27$ och $3,40$. Detta ger slutligen kraterdiameter för lös silt på 8 m och för mättad lera 18 m. Enligt ConWep (1992) stämmer 8 m ganska bra för silten, se figur 9:5g och jämför med exempelvis våt sand. Men den mättade lerans 18 m i diameter verkar vara en överprediktering i jämförelse med ConWep (1992), se igen figur 9:5g, vilket visar maximal kraterdiameter på cirka 12 m.

10 Modifiering av materialmodell i Autodyn för torr sand (Sjöbo)

10:1 Orientering

I kapitel 9 visas hur enkla empiriska samband kan beskriva lasten från en markstövåg. Men för att göra detaljerade analyser av hur en nedgrävd konstruktion med kanske även komplex geometri motstår ett visst dynamiskt lastfall så behövs materialmodeller som kan beskriva jorden i detalj. Detta kapitel visar hur existerande materialmodell för torr sand (Sjöbo) som finns i standardbiblioteket i Autodyn har reviderats för att bättre kunna beskriva sanden för fler dynamiska lastfall, Laine och Sandvik (2001).

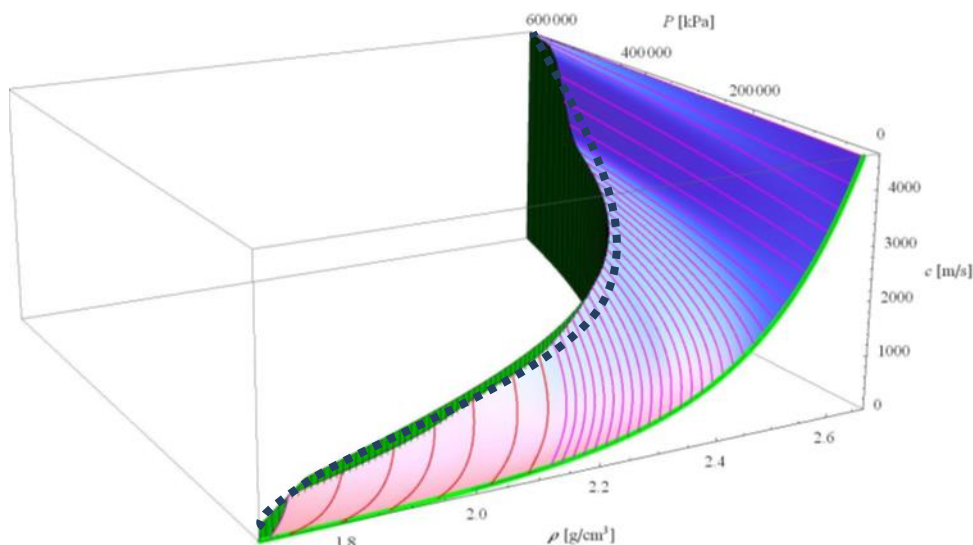
Efter användande av befintlig materialmodell, Moxnes *et al.* (1999), och av framtagna materialvärden enligt materialmodellen för den torra Sjöbo sanden, Laine och Sandvik (2001), har vissa iakttagelser gjorts. Det har framkommit att materialmodellen fungerar väl för simuleringar i närområdet, såsom för nedgrävda minor med endast tunt jordskikt, vilket leder till höga tryck i jorden, se exempelvis Laine *et al.* (2001b) samt Ranestad och Laine (2003).

Vid markstövåg för längre skalade avstånd än $R > 1$ [$\text{m/kg}^{1/3}$], så visar jämförelser med ConWep (1992) dock att trycken är alltför höga i Autodyn-simuleringar med föreslagna materialdata och materialmodell enligt Laine och Sandvik (2001). Därför föreslås en rad ändringar både på indata men också en helt ny version av själva materialmodellen Moxnes *et al.* (1999). I denna version har tillståndsekvationen modifierats medan skjuvhållfasthetsmodell enligt Moxnes *et al.* (1999) har behållits. I avsnitt 10:2 behandlas modifiering av tillståndsekvationen och även indata till den nya tillståndsekvationen. I avsnitt 10:3 jämförs sedan resultat mellan originalmaterialmodell Laine och Sandvik (2001) med modifierad materialmodell och med ConWep (1992).

10:2 Modifiering av tillståndsekvation (EOS)

Den elastiska avlastningen och dess våghastighet är enligt Moxnes *et al.* (1999) endast beroende av densiteten, $c(\rho)$. Detta är dock ej korrekt för porösa material, se exempelvis avsnitt 5:4 och Zimmer (2003), som visar att tryck- och skjuvvågor är starkt tryckberoende. I Laine och Larsen (2009), se Bilaga Y, görs ett första försök att kartlägga hur den elastiska avlastningen och dess våghastighet både beror på tryck och densitet $c(\rho, P)$. I figur 10:2a visas hur avlastningshastigheten är en yta som är både beroende av densiteten och trycket. I originalmodellen av EOS:en

Moxnes *et al.* (1999) så kan då bara översta krönet längs densitetslinjen ges som indata, se streckad linje i figur 10:2a.

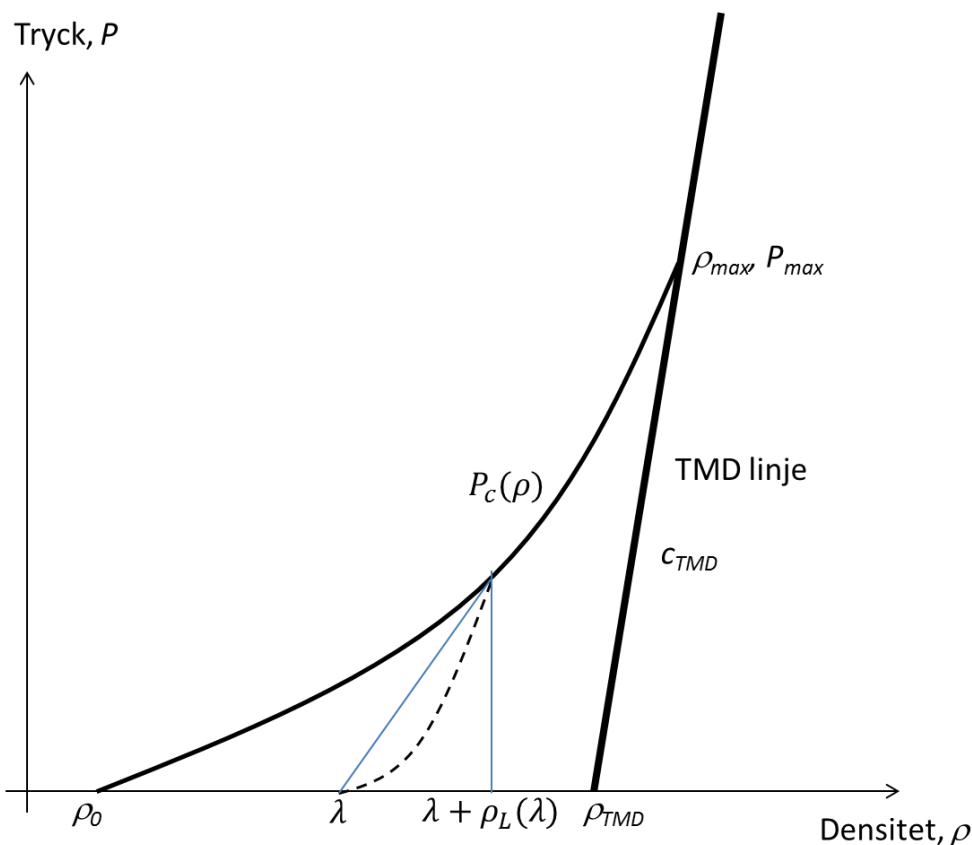


Figur 10:2a. Från experiment framtagen avlastningshastighet c som funktion av densitet och tryck för Sjöbo-sand, Laine och Larsen (2009). Streckad linje illustrerar möjlig indata enligt Moxnes *et al.* (1999).

Den slutliga modifierade versionen av hur den elastiska våghastigheten $c(\rho, P)$ beräknas i den föreslagna tillståndsekvationen redovisas i avsnitt 10:21 och i avsnitt 10:22 ges indata.

10:21 Modifiering av av- och pålastningskurva

Indatat till den modifierade EOS:en har realiserats genom att ange tre oberoende multilinjära kurvor. Den första är den plastiska kompakteringskurvan $P_c(\rho)$ som ansluter till teoretiska maximumdensitetslinjen (TMD-linje), se figur 10:21a. Den andra är initiell våghastighet från plastiska kompakteringskurvan som funktion av densiteten längs en linje där trycket är lika med noll $c_b(\lambda)$, där $\lambda = \rho(P = 0)$. Den tredje bitvis linjära kurvan beskriver hur avlastningskurvan kröker med hjälp av en exponentiell kurvfaktor som funktion av densiteten längs en linje där trycket är lika med noll $\gamma(\lambda)$.



Figur 10:21a. Plastisk kompakteringskurva, teoretisk maximumdensitetslinje (TMD-linje) och avlastningskurva som streckad linje.

Avlastningskurvan beskrivs av följande ekvationer

$$c_b(\lambda)^2 = \frac{P_c(\lambda + \rho_L(\lambda))}{\rho_L(\lambda)} \quad (10:21a)$$

och

$$P_{UL}(\rho) = \frac{P_c(\lambda + \rho_L(\lambda))}{e^{\gamma(\lambda)} - 1} (e^{\rho_L(\lambda)\gamma(\lambda)(\rho - \lambda)} - 1) \quad (10:21b)$$

där λ är densiteten i $\rho - P$ -rummet längs $P = 0$ linjen, $\rho_L(\lambda)$ är ρ -rummet och beskrivs av det horisontala avståndet hos en av- eller pålastningskurva, se figur 10:21a. Ekvationerna (10:21a) och (10:21b) beskriver sambandet mellan ρ -rummet och våghastigheten c_b . Några av huvudegenskaperna för $P_{UL}(\rho)$ i ekvation (10:21b) är att när densiteten är vid dess ytterligheter i ρ -rummet så fås följande

$$P_{UL}(\rho = \lambda) = 0 \quad (10:21c)$$

$$P_{UL}(\rho = \lambda + \rho_L(\lambda)) = P_c \quad (10:21d)$$

En annan huvudegenskap för $P_{UL}(\rho)$ i ekvation (10:21b) hur den varierar med den exponentiella kurvafaktorn $\gamma(\lambda)$ varierar mellan sina ytterligheter. Först när den går mot noll

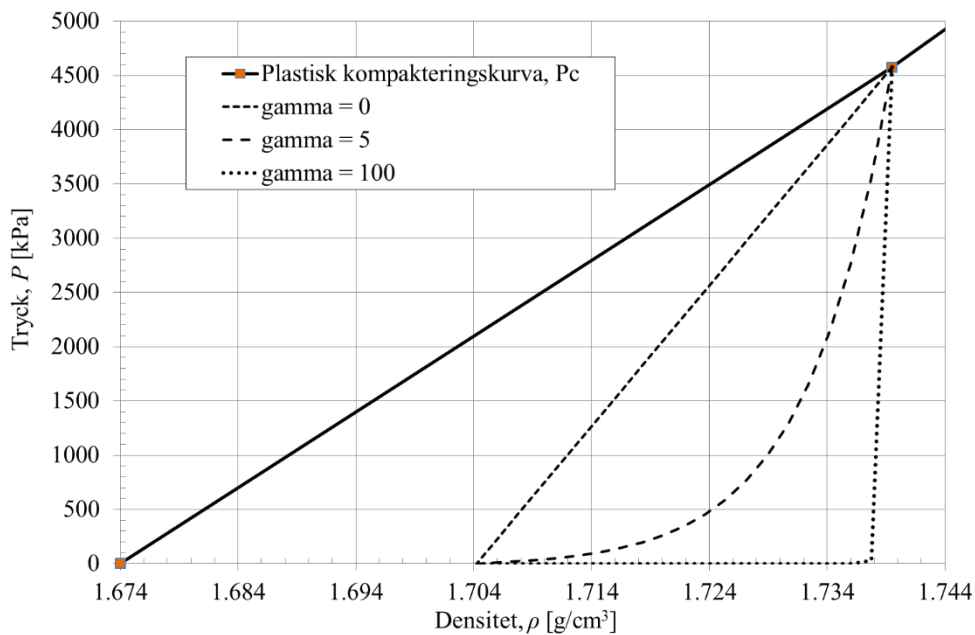
$$\lim_{\gamma(\lambda) \rightarrow 0} P_{UL}(\rho) = \frac{P_c(\lambda + \rho_L(\lambda))}{\rho_L(\lambda)} (\rho - \lambda) = c_b(\lambda)^2 (\rho - \lambda) \quad (10:21f)$$

vilket innebär att linjär avlastningskurva modelleras såsom ursprunglig EOS enligt Moxnes *et al.* (1999). Sedan när kurvfaktorn går mot oändligheten

$$\lim_{\gamma(\lambda) \rightarrow \infty} P_{UL}(\rho) = \begin{cases} 0 & \text{if } \lambda \leq \rho < \lambda + \rho_L(\lambda) \\ P_c(\lambda + \rho_L(\lambda)) & \text{if } \rho = \lambda + \rho_L(\lambda) \end{cases} \quad (10:21g)$$

så får man en omvänd skarp L-form på avlastningskurvan. Detta innebär att ekvationerna (10:21a) och (10:21b) är ett relativt enkelt samband men ett kraftfullt sätt att beskriva av- och pålastning i hela $\rho - P$ -rummet med hjälp av indata givet som oberoende multilinjära kurvor för $P_c(\rho)$, $c_b(\lambda)$ och $\gamma(\lambda)$.

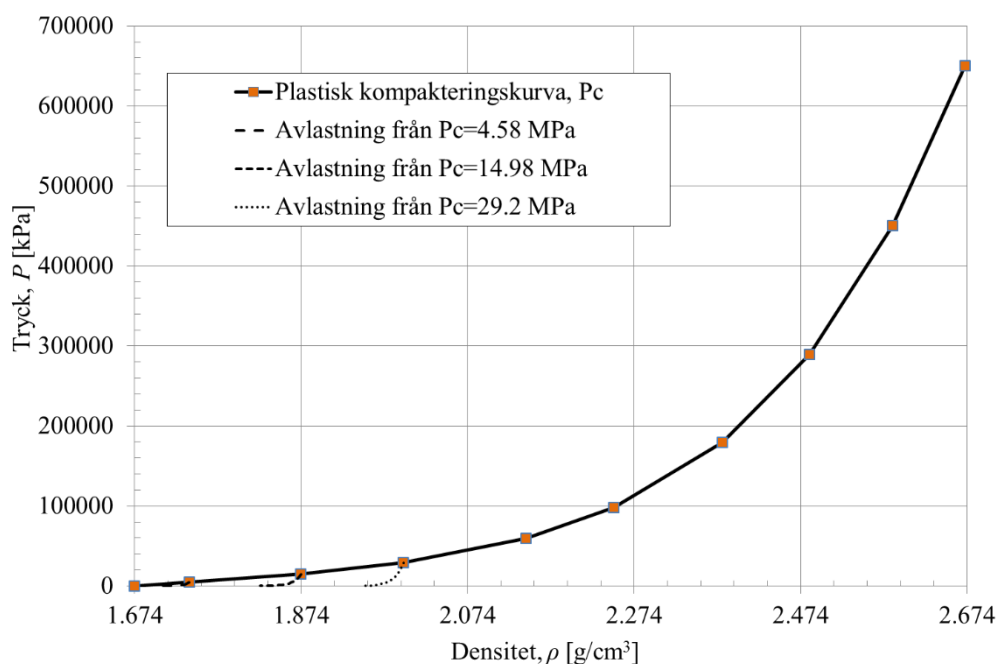
Låt oss studera några olika värden på $\gamma(\lambda)$. I figur 10:21b visas $\gamma(\lambda) = 0, 5$ och 100. Då kan vi notera att när $\gamma(\lambda)$ närmar sig ett värde nära 0 så blir avlastningen linjär. Med $\gamma(\lambda) = 5$ så blir avlastningen böjd med flackare avslutning när P närmar sig noll, vilket betyder att elastiska våghastigheten också sjunker med trycket. Redan vid $\gamma(\lambda) = 100$ så börjar den omvända L-formen dominera. En kommentar är att γ värdet 100 som valdes för att illustrera styrkan i den matematiska formuleringen inte direkt återspeglar ett önskat beteende för avlastningen hos ett poröst jordmaterial.



Figur 10:21b. Olika avlastningskurvor beroende på den exponentiella kurvfaktorn $\gamma(\lambda) = 0, 5$ och 100 som angetts.

10:22 Modifierade indata till den modifierade EOS:en

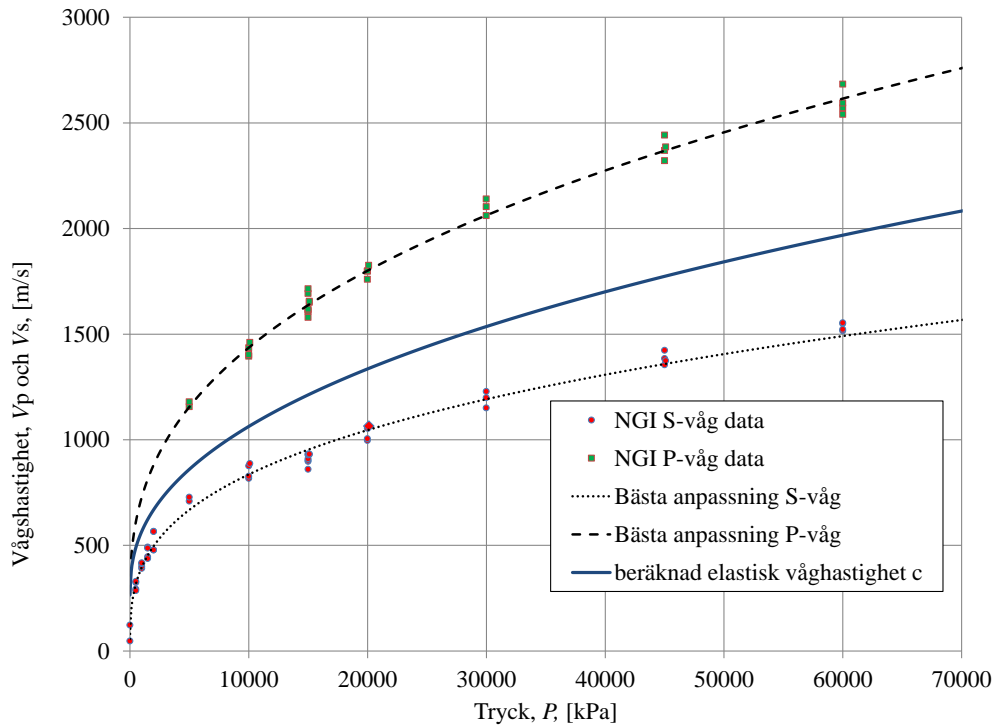
Första indata till den modifierade EOS:en är den plastiska kompakteringskurvan. Den har inte modifierats med den tidigare föreslagna kurvan som angetts i originalversionen av Sjöbosand-materialmodellen, Laine och Sandvik (2001). I figur 10:22a redovisas den plastiska kompakteringskurvan upp till TMD-linjen.



Figur 10:22a. Plastisk kompakteringskurva P_c för torr sand (Sjöbo) som funktion av densitet. Oförändrad mellan modifierad EOS och EOS-original.

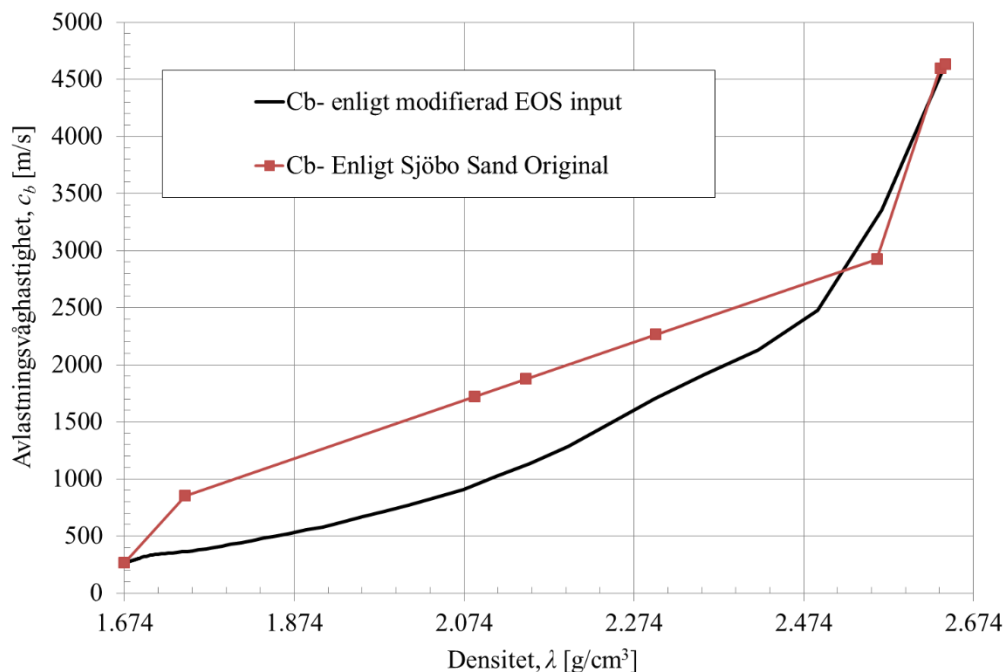
När det gäller avlastningshastigheten c_b så baserades originalmodellens indata på mätta våghastigheter. Dessa mätta våghastigheter ökar med ökat tryck i provkroppen såsom figur 10:22b visar. Dessa våghastigheter tenderade att vara en hel del högre än vad som kunde härledas genom att studera den mekaniska avlastningskurvan där lutningen hos avlastningskurvan direkt relaterar till kvadraten av avlastningshastigheten c_b , se ekvation (5:2a).

Markstövåg



Figur 10:22b. Uppmätta elastiska våghastigheter V_p och V_s för torr sand (Sjöbo) som funktion av trycket samt beräknad elastisk våghastighet c .

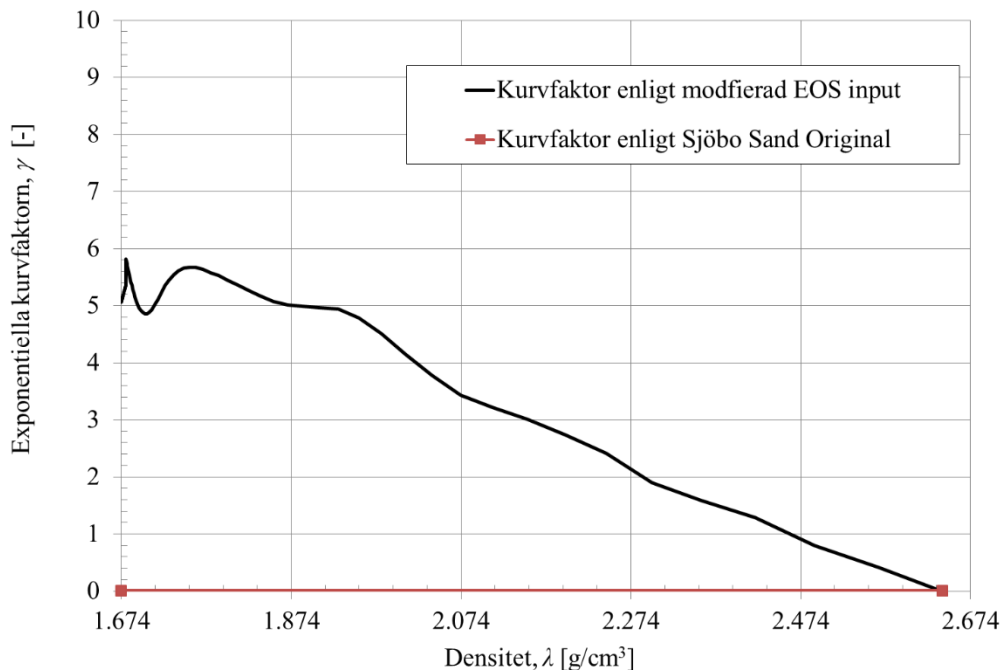
På grund av att det nya föreslagna indata för avlastningshastigheten c_b baserar sig mer på de mätta mekaniska avlastningarnas lutning så sänks c_b som funktion av densitet något jämfört med originalindata, se figur 10:22c.



Figur 10:22c. Avlastningshastighet $c_b(\lambda)$ som funktion av densiteten λ längs $P = 0$ linjen.

Krökningen hos avlastningskurvorna anpassades mot mätningar som fanns både för de låga trycken som mättes i den mindre provcellmaskinen upp till 2 MPa och även för den större provcellsmaskinen upp till 60 MPa, Heyerdahl och Madshus (2001). Formen hos avlastningarna beskrivs i den nya tillståndsmodellen genom den exponentiella kurvfaktorn $\gamma(\lambda)$. Den har arbetats fram främst från de mekaniska avlastningsmätningarna Heyerdahl och Madshus (2001).

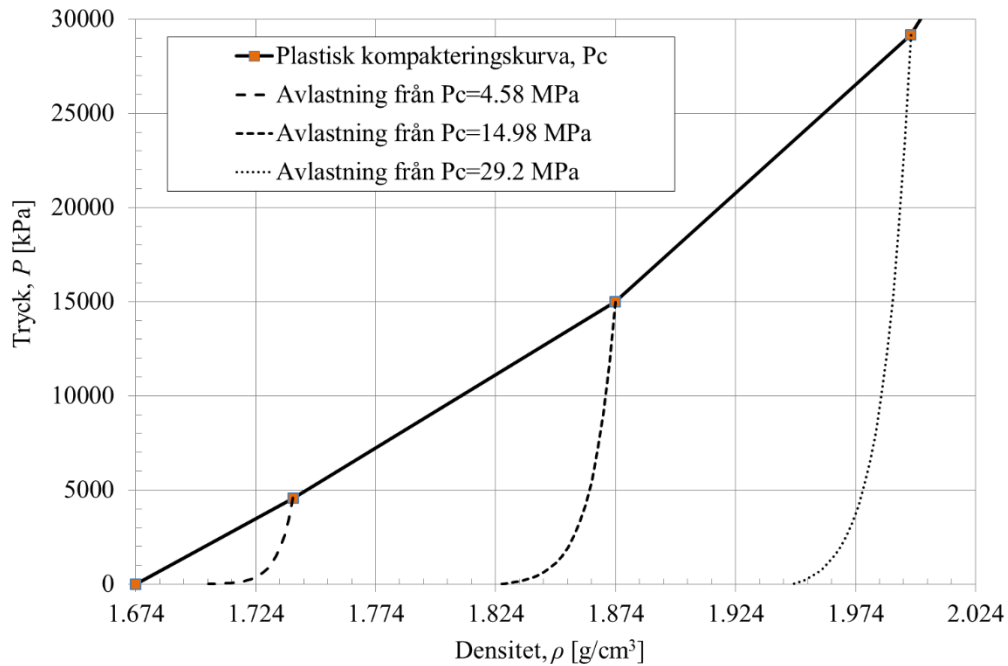
Dessa mätningar har dock inga avlastningsvärden för låga tryck, det vill säga att jordmaterialet först belastas till ett isotropiskt tryck på 500 kPa eller under och därefter avlastas till nolltryck. För dessa låga tryck så har indata för den exponentiella kurvfaktorn baserat sig på hur trenden hos de högre avlastningarna och därefter extrapolerats för att ge en uppfattning om hur de borde se ut för tryck nära noll vid första avlastning. Se bilaga Y, Laine och Larsen (2009) för hur avlastningsvågorna beskrevs som en yta för hela $\rho - P$ -rummet. Därefter användes en kurvfaktor för att studera effekten av olika krökning för tryck nära noll, se bilaga Z. Dessa tillsammans resulterade i indata enligt figur 10:22d för den exponentiella kurvfaktorn. Den generella trenden är att kurvfaktorn börjar med ett värde runt 6 och går mot 0 när λ närmar sig teoretisk maxdensitet.



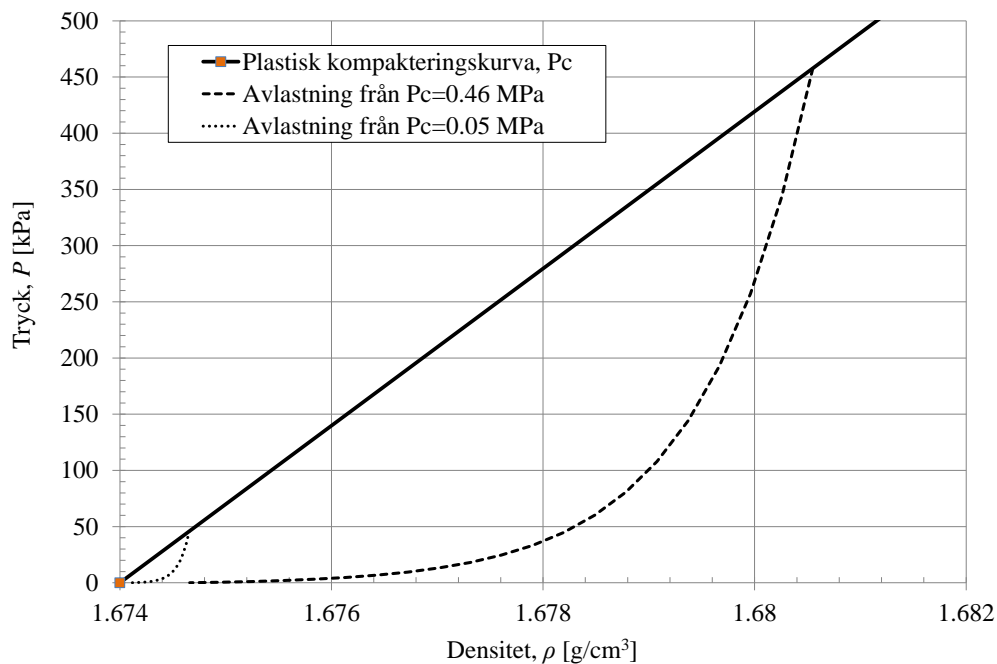
Figur 10:22d. Den exponentiella kurvfaktorn $\gamma(\lambda)$ som funktion av densiteten λ längs $P = 0$ linjen.

I figur 10:22e redovisas avlastningskurvor som beräknats med hjälp av ekvationerna (10:21a) och (10:21b) för avlastning från $P_c = 4,58, 14,98$ och $29,2$ MPa. Dessa har liknande utseende som återfanns i de faktiska proven, se exempelvis bilaga Y. I figur 10:22f redovisas avlastningar för $P_c = 0,05$ och $0,46$ MPa. Dess krökning baserar sig huvudsakligen på resultaten i bilaga Z.

Markstövåg



Figur 10:22e. Avlastningskurvor från $P_c = 4,58$ MPa, $14,98$ MPa och $29,2$ MPa enligt föreslagen indata för modifierad EOS.



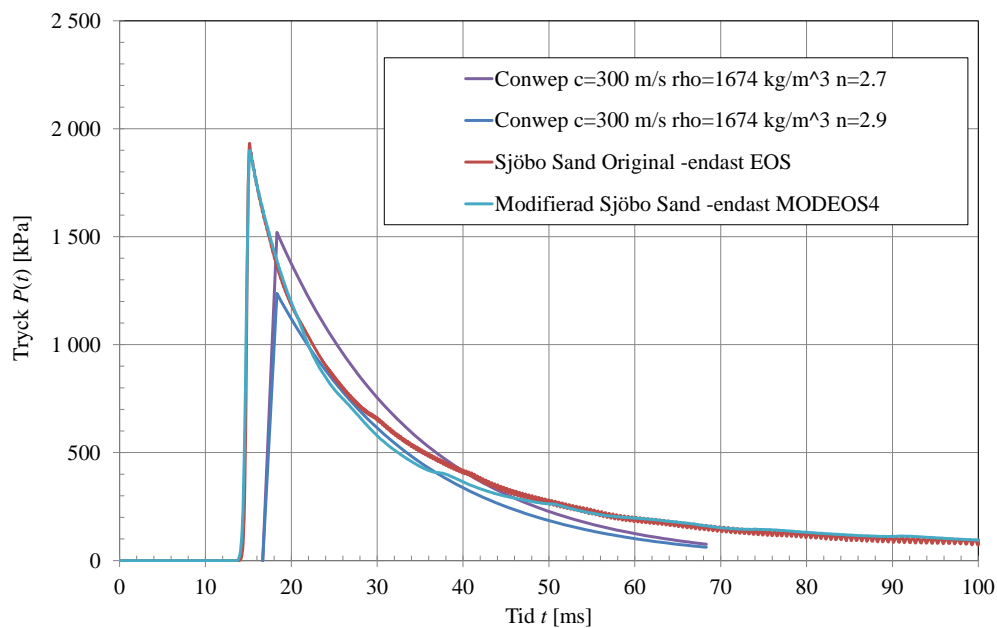
Figur 10:22f. Avlastningskurvor från $P_c = 0,05$ MPa och $0,46$ MPa enligt föreslagen indata för modifierad EOS.

Dessa indata för Sjöbosand är bara ett exempel på indata för den modifierade EOS:en. Den framtagna EOS:en är ett kraftfullt sätt att beskriva tillståndsekvationen för porösa material, vilket kommer undersökas vidare. Indata som redovisas här för Sjöbosand-originalmodellens beteende simulerad med modifierad EOS och modifierad EOS med modifierad indata återges i bilaga Z.

10:3 Resultat från Autodyn-simuleringar

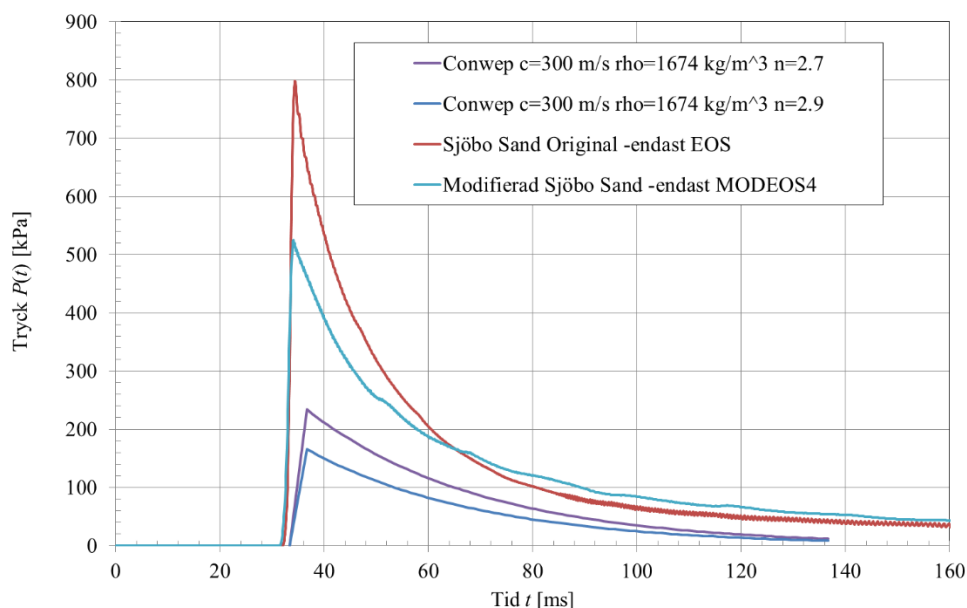
För att verifiera den modifierade EOS:en har detonationssimuleringar utförts i en dimension. Detta har gjorts med så kallad tårtbitsteknik, även kallat Wedge-simuleringar, vilket simulerar fri sfärisk spridning. wedgen formades med en inre radie av 25 mm och en yttre radie av 200 000 mm. Eulerlösning användes med ett nät bestående av 3000 celler. Cellerna närmast explosionscentrum hade en längd på 5 mm, och därefter användes geometrisk utsmetning av cellerna, där cellerna längst bort gavs den längsta längden. Total simulerad tid var 1 s. Multimaterial Euler användes för att beskriva sprängämnet och sanden. Laddningsvikten sattes till 125 kg TNT. Ankomsttid, tryck och impuls mättes på laddningsavstånden/radien 2, 5, 10, 25 och 40 meter.

Först jämfördes ”Sjöbo Sand original -endast EOS” med ”Modifierad Sjöbo Sand -endast MODEOS4”, vilken är den modifierade versionen vars källkod återges i bilaga Z. För laddningsavståndet $r = 5$ m så skiljer sig resultaten inte mycket mellan de olika modellerna, se figur 10:3a. Även resultaten från ConWep är i samma storleksordning.



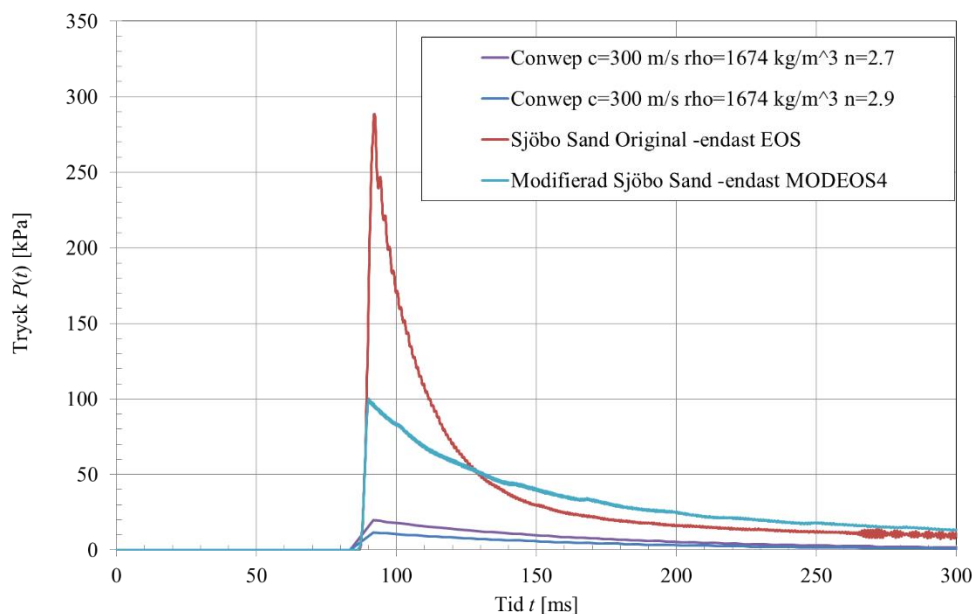
Figur 10:3a. Original EOS och modifierad EOS plus ConWep för laddningsavståndet 5 m.

När laddningsavståndet ökas till 10 m så börjar originalmodellen och den modifierade EOS:en att skilja sig i maxtryck, se figur 10:3b. Maxtrycket är cirka 34 % lägre när sanden simuleras med den modifierade EOS:en. Tryckavlastningen är också flackare i den modifierade EOS:en, vilket kan ses genom att efter cirka 60 ms så är trycket kontinuerligt högre för modifierade EOS:en, se figur 10:3b.



Figur 10:3b. Original EOS och modifierad EOS plus ConWep för laddningsavståndet 10 m.

När laddningsavståndet ökas till 25 m så börjar resultaten från originalmodellen och modifierade EOS:en att skilja sig än mer, se figur 10:3c. Maxtrycket sjunker nu med 65 % om modifierad EOS används för att simulera sanden, samt formen på tryckavlastningen är fortsatt flackare med den modifierade EOS:en.

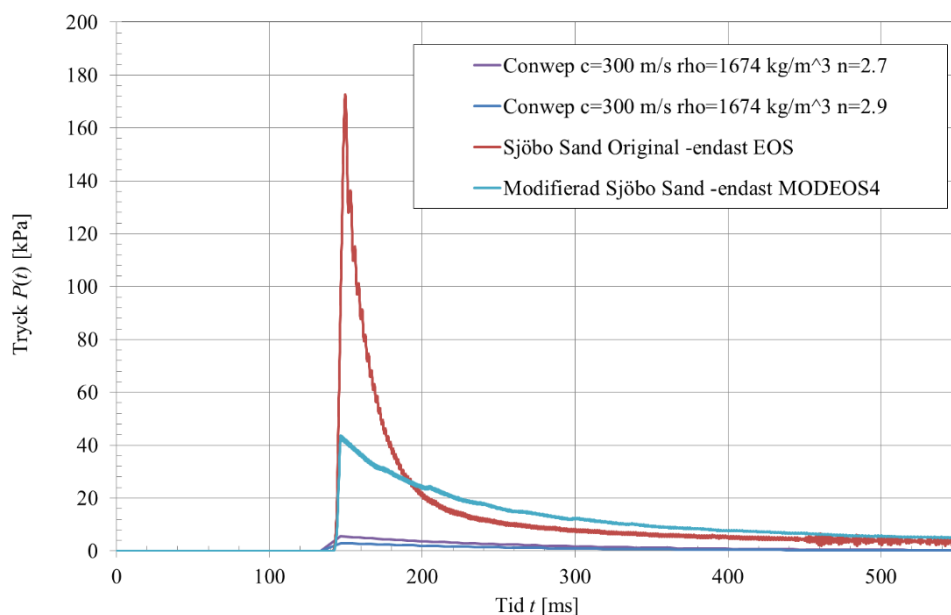


Figur 10:3c. Original EOS och modifierad EOS plus ConWep för laddningsavståndet 25 m.

När laddningsavståndet ökas till 40 m så har maxtrycket sjunkit med 75 % om den modifierade EOS:en används för att simulera sanden, se figur 10:3d. Sammanställning av ankomsttid, maxtryck och impulsintensitet återfinns i tabell 10:3a. Tabellen visar även att när originalmodellen emuleras med den

Markstövåg

modifierade EOS:en så är det bra överensstämmelse på maxtryck och impulsintensitet, se exempelvis ”Original EOS, ingen skjuvhållfasthet” och ”Emulerad EOS, ingen skjuvhållfasthet” i tabell 10:3a.



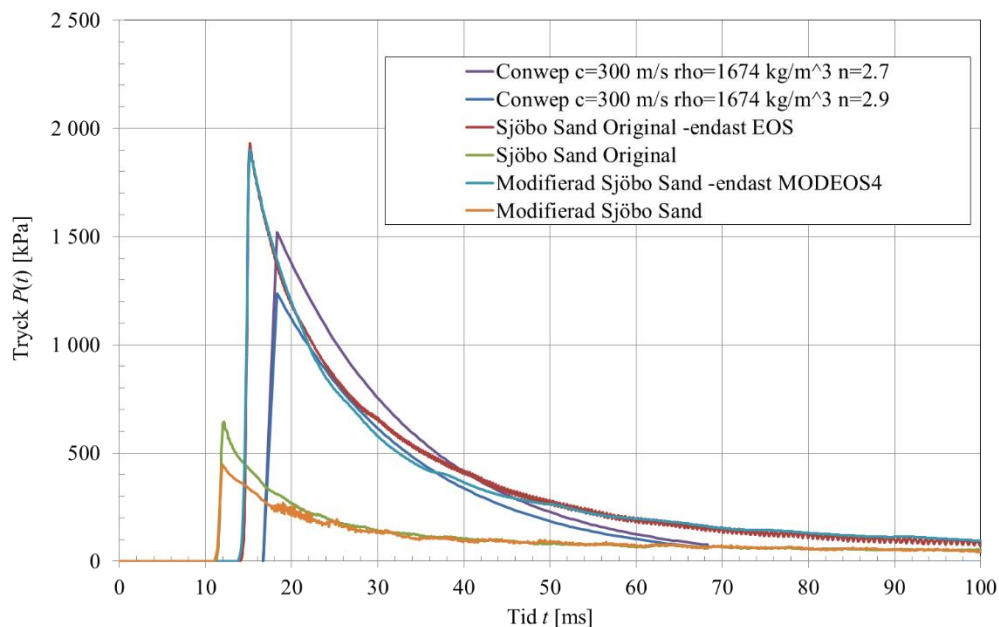
Figur 10:3d. Original EOS och modifierad EOS plus ConWep för laddningsavståndet 40 m.

Tabell 10:3a. Sammanställning av maxtryck och maximpulstäthet för de olika simuleringarna som endast har EOS, det vill säga ingen skjuvhållfasthet.

EOS namn – avstånd m	t_a [ms]	P_{max} [kPa]	i_{max} [Pa s]	
Original EOS, ingen skjuvhållfasthet	2	4	11 607	62 543
	5	14	1 932	41 555
	10	32	798	27 810
	25	87	289	11 621
	40	142	173	7 155
Emulerad EOS, ingen skjuvhållfasthet	2	4	11 570	62 426
	5	14	1 928	41 571
	10	32	798	27 853
	25	86	296	11 705
	40	142	178	7 249
	40	110		
Mod EOS ingen skjuvhållfasthet	2	4	11 975	63 363
	5	14	1 903	40 985
	10	31	525	27 509
	25	86	100	11 330
	40	142	44	6 813
ConWep med generiska sanddata $c = 300$ m/s $\rho = 1674$ kg/m ³ $n = 2,7$	2	7	18 040	120 257
	5	17	1 520	25 334
	10	33	234	7 801
	25	83	20	1 643
	40	133	6	739
ConWep med generiska sanddata $c = 300$ m/s $\rho = 1674$ kg/m ³ $n = 2,9$	2	7	17 640	117 572
	5	17	1 237	20 619
	10	33	166	5 527
	25	83	12	969
	40	133	3	397

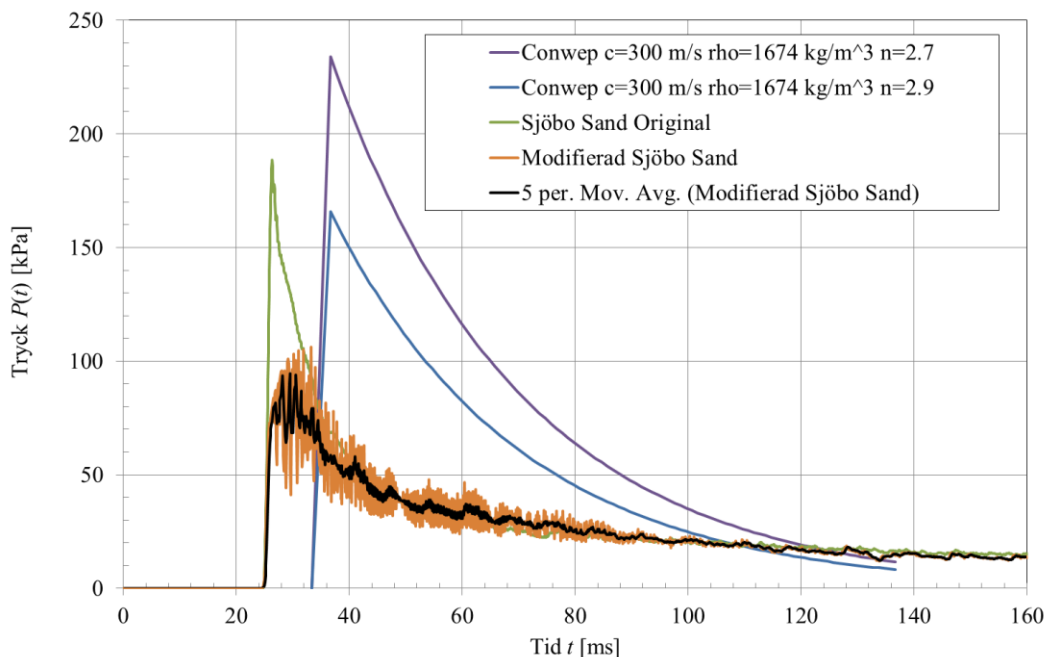
Som sågs på tidigare resultat när endast EOS:en används utan hållfasthet fås önskad effekt med maxtrycksänkning och flackare trycksänkning som funktion av tiden med den modifierade EOS:en, se figur 10:3b-10:3d. Där-
emot fås inte de trycknivåer som ConWep visar, vilka generellt är lägre för
dessa laddningsavstånd. I figur 10:3e redovisas resultat vid laddningsav-
ståndet 5 m för "Sjöbo Sand original" som jämförs med "Modifierad Sjöbo
Sand" i tillägg till vad som redan visades i figur 10:3a.

Först kan det noteras att när sanden modelleras med skjuvhållfasthetsmo-
dellen så blir trycknivåerna markant lägre än när bara EOS används. Detta
är på grund av att nu går även energi åt att plastiskt skjuva materialet. Dess-
utom är ankomsttiden kortare när skjuvhållfastheten inkluderas i materiabe-
skrivningen, vilket kan förklaras med att den longitudinella våghastigheten
byggs upp av både våghastighet från EOS och från skjuvhållfastheten, se
exempelvis ekvation (6:2j) och bilaga D. När resultaten jämförs mellan de
som modelleras med skjuvhållfasthet noteras att "Modifierad Sjöbo Sand"
har lägre maxtryck än originalmodellen.



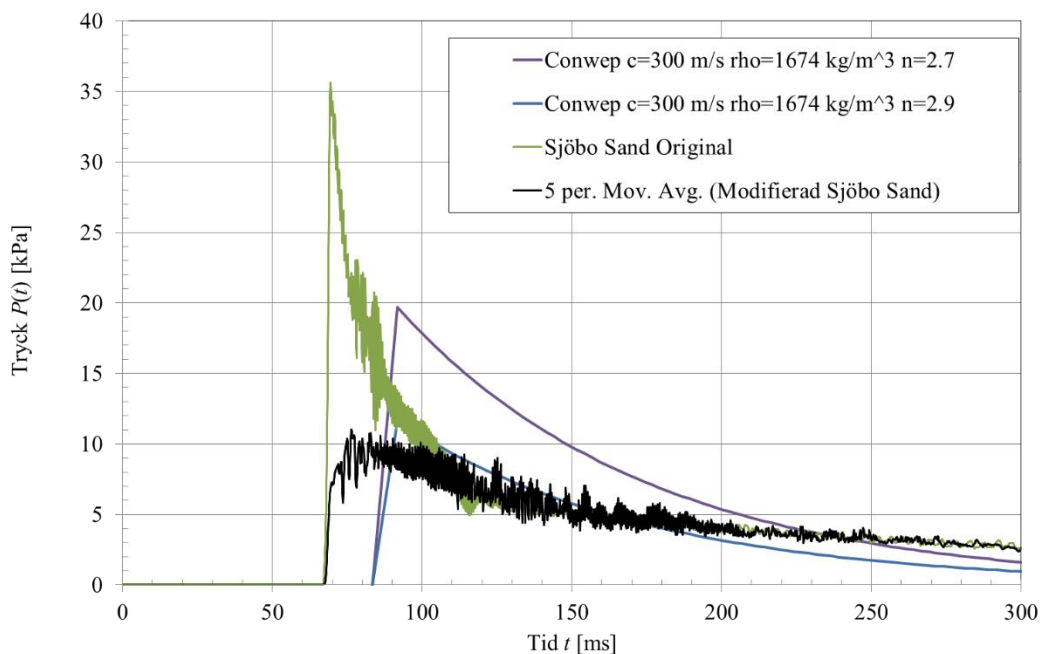
Figur 10:3e. Original EOS och modifierad EOS med skjuvhållfasthetsmodell plus ConWep för laddningsavståndet 5 m.

Denna skillnad i maxtryck ökar när laddningsavståndet ökas till 10 m, se fi-
gur 10:3f. Nu när trycken är lägre än 100 kPa, tenderar den nya modifierade
Sjöbosand-EOS:en oscillera när skjuvhållfasthetsmodellen används. Därför
ges även tryckkurvan som rullande medelvärde.

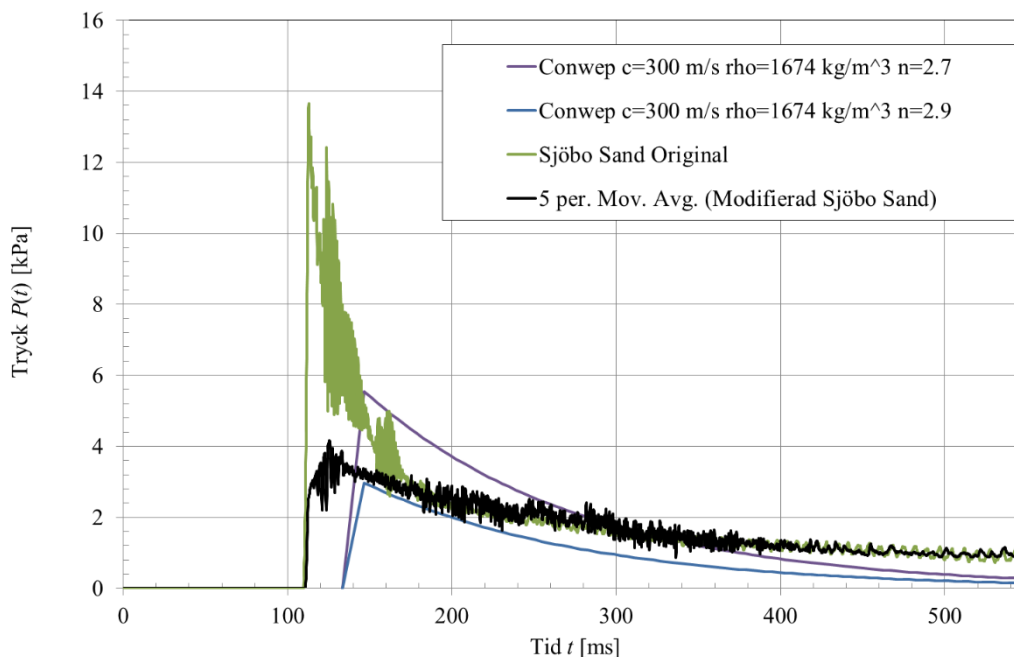


Figur 10:3f. Original EOS och modifierad EOS med skjuvhållfasthetsmodell plus ConWep för laddningsavståndet 10 m.

Denna trend med större skillnad med lägre tryck för den nya modifierade EOS:en som funktion av ökat laddningsavstånd stämmer även för när skjuvhållfastheten har inkluderats. I figur 10:3g och 10:3h visas resultat för laddningsavstånden 25 m och 40 m.



Figur 10:3g. Original EOS och modifierad EOS med skjuvhållfasthetsmodell plus ConWep för laddningsavståndet 25 m.



Figur 10:3h. Original EOS och modifierad EOS med skjuvhållfasthetsmodell plus ConWep för laddningsavståndet 40 m.

I tabell 10:3b sammanställs alla simuleringar. En iakttagelse som kan göras är att om man vill närma sig resultaten som ConWep visar för avståndet på 40 m så måste skjuvhållfastheten tas med. Den gör att energi tas upp plastiskt i materialet i tillägg till energiförlusterna genom EOS:en. I tabell 10:3b kan vi se att "Mod EOS med skjuvhållfasthet" har 4 kPa i maxtryck och impulstätheten 767 Pa s. Detta är väldigt nära värdena från ConWep med $n = 2,7$ där maxtrycket var 6 kPa och impulstätheten var 739 Pa s.

Markstövåg

Tabell 10:3b. Kompletta sammanställning av maxtryck och maximpulstäthet för de olika simuleringarna.

EOS namn – avstånd m	t_a [ms]	P_{max} [kPa]	i_{max} [Pa s]
Original EOS ingen skjuvhållfasthet	2	4	11 607
	5	14	1 932
	10	32	798
	25	87	289
	40	142	173
Emulerad EOS ingen skjuvhållfasthet	2	4	11 570
	5	14	1 928
	10	32	798
	25	86	296
	40	142	178
Original EOS, med skjuvhållfasthet	2	3	4 043
	5	11	644
	10	25	189
	25	67	36
	40	110	14
Emulerad Original EOS med skjuvhållfasthet	2	3	4 032
	5	11	642
	10	25	189
	25	67	37
	40	110	14
Mod EOS ingen skjuvhållfasthet	2	4	11 975
	5	14	1 903
	10	31	525
	25	86	100
	40	142	44
Mod EOS med skjuvhållfasthet	2	3	4 214
	5	11	449
	10	25	80
	25	67	10
	40	111	4
ConWep med generiska sanddata $c = 300$ m/s $\rho = 1674$ kg/m ³ $n = 2,7$	2	7	18 040
	5	17	1 520
	10	33	234
	25	83	20
	40	133	6
ConWep med generiska sanddata $c = 300$ m/s $\rho = 1674$ kg/m ³ $n = 2,9$	2	7	17 640
	5	17	1 237
	10	33	166
	25	83	12
	40	133	3

*Summering av tryck under 1 kPa var borttagna när impulstätheten beräknades över tiden 0 till 1 000 ms.

Slutligen, de ändringar som föreslagits i den modifierade EOS:en kan i simulering visas ha stor inverkan på tryckvågens form för större laddningsavstånd än $R > 1$ [m/kg^{1/3}] vilket också var målet med denna modell. Arbete som återstår är att anpassa en skjuvhållfasthetsmodell till den nya EOS:en. Denna skjuvhållfasthetsmodell bör inkludera de effekter som Zimmer (2003) påvisade om tvärkontraktionstalets tryckberoende och hur vattenmättnadsgraden påverkar tvärkontraktionstalet, se även avsnitt 5:4.

11 Slutsatser och diskussioner

En av huvudslutsatserna i denna rapport är att det som påverkar markstötstågens storlek och varaktighet förutom laddningens typ, vikt, avstånd till studerad punkt och nedgrävningsdjup är jordens materialegenskaper. De viktigaste materialegenskaperna för marken är hur poröst jordmaterialet är, kornens typ samt hur vattenmättat det är. Det mest ogynnsamma, det material som mest effektivt vidarebefordrar en stötståg, är om jordmaterialet har hög densitet och är fullt vattenmättat.

Efter genomgång av relevanta referenser för empiriska ekvationer som beskriver markstötståg så är en av slutsatserna att de beskriver markstötstågen relativt bra för skalade laddningsavstånd som är större än $0,5 \text{ m/kg}^{1/3}$, exempelvis Drake och Little (1983) och ConWep (1992). För att kunna beskriva markstötståg mer fysikaliskt och även närmare laddningen så har uppdateringsförsök av dessa empiriska ekvationer gjorts i Drake *et al.* (1989); dessa visar sig dock inte vara genomarbetade. Därför rekommenderas att fortsätta använda ekvationer från Drake och Little (1983), vilka är desamma som återfinns i ConWep (1992). I Laine och Larsen (2007) visades att kopplingsfaktorn, det vill säga hur mycket av den nedgrävda laddningens energi som förs ner i marken, skulle behöva studeras närmare med experiment. För den enkla ekvation och relation som beskriver kopplingsfaktorn i de empiriska ekvationerna indikerar detaljerade FE-simuleringar att kopplingsfaktorn och dess formulering skulle behöva ses över.

För att kunna beräkna markstötståg i detalj, t.ex. runt ett hörn eller för en komplex nedgrävd konstruktion, behöver jordmaterialets egenskaper beskrivas. De viktigaste egenskaperna beskrivs med hjälp av tillståndsekvationen för jordmaterialet, både under på- och avlastningsfasen. I rapporten redogörs för en modifierad tillståndsekvation till FE-programmet Autodyn som tillåter användaren att specificera avlastningen på ett enkelt sätt. Den framtagna tillståndsekvationen kan beskriva avlastningen under hela densitets- och tryckrummet. Källkoden är bifogad som bilaga. Det som återstår är att utveckla en skjuvmodell som är direkt anpassad till den nya tillståndsmodellen. En sådan skjuvmodell bör inkludera relevanta egenskaper såsom hur tvärkontraktionen varierar med tryck och hur tvärkontraktionen påverkas av vattenmättnad för sand, se Zimmer (2003).

Slutligen, ett passivt skydd framför den nedgrävda konstruktionen är en bra lösning om man vill försäkra sig om att minska den skyddade strukturens/byggnadens påverkan vid markstötståg. Detta skydd kan skapas genom att använda ett torrt poröst jordmaterial eller Leca med 10-20 mm kornstorlek. Dock måste man ha tillräcklig tjocklek för aktuellt hot hos det passiva skyddet. Dessutom måste man se till att det passiva skyddsskiktet är väl-dränerat och har ett avskiljande skikt till resten av jordmassorna, detta för att försäkra sig om att skyddet fungerar när det väl behövs.

12 Litteraturförteckning

Atkinson, J. H. och Sällfors, G. (1991): Experimental determination of stress-strain-time characteristics in laboratory and in situ tests, General report to Session 1, Proc. 10th Eur. Conf. Soil Mech. Found. Engng, Florence 3, 915–956.

Balazs P. (1999): Fullskaleförsök med armerade betongplattor i morän belastade med markstövåg från detonerade bomber, Försvarets Forskningsanstalt, Avd Vapen och Skydd, Stockholm.

Balazs P. (1995): Armerade betongplattor utsatta för markstövågsbelastning, Försvarets Forskningsanstalt, Avd. Vapen och Skydd, Stockholm.

Bulson P. (1997): Explosive Loading of Engineering Structures, ENFN SPON, London, England.

Century Dynamics Inc. (2003): Autodyn Theory Manual Revision 4.3, San Ramon, CA, USA.

ConWep (1992): Collection of conventional weapons effects calculations based on TM 5-855-1, Fundamentals of Protective Design for Conventional Weapons, U.S. Army Engineer Waterways Experiment Station, Vicksburg, USA.

Desai C. S. och Siriwardane H. J. (1984): Constitutive Laws for Engineering Materials with Emphasis on Geologic Materials., Prentice-Hall Inc., New Jersey, USA.

Davish P., Labuz J.F., Guzina B, och Drescher A. (2004): Small Strain and Resilient Modulus Testing of Granular Soils, Department of Civil Engineering, University of Minnesota, U.S.A., rapport nr: 2004-39.

Dobratz B.M. och Crawford P.C. (1985): LLNL Explosives Handbook, Properties of Chemical Explosives and Explosive Simulants, Lawrence Livermore National Laboratory, California, USA.

DOE (1980): Manual for the Prediction of Blast and Fragment Loadings on Structures, U.S. Department of Energy, Rapport nummer DOE/TIC-11268, USA.

Drake J.L. och Little Jr C.D. (1983): Ground Shock from Penetrating Conventional Weapons, Interaction of Non-nuclear Munitions with Structures, U.S. Air Force Academy, USA.

Drake J.L., Smith E. B., och Blouin S.E. (1989): Enhancements of the Prediction of Ground Shock from Penetrating Weapons, Fourth Int. Symp. on the Interaction of Non-nuclear Munitions with Structures.

Drucker, D. C. och Prager, W. (1952): Soil mechanics and plastic analysis for limit design. Quarterly of Applied Mathematics, vol. 10, no. 2, pp. 157–165.

Forsén R. och Sandberg P. O. (2002): Skaktålighet hos komponenter i skyddade anläggningar vid påverkan av markstöt vågor från konventionella vapen, Räddningsverket, B54-217/02, Karlstad, Sverige.

Hallquist J. (2003): LS-DYNA THEORETICAL MANUAL, Livermore Software Technology Corporation (LSTC), Livermore, CA, USA.

Hansbo S. (1975): Jordmateriallära, Almqvist & Wiksell, Uppsala, Sverige.

Hertel E.S och Kerley G. (1998): CTH Refence Manual: The Equation of State Package, Sandia National Laboratories, SAND98-0947, USA.

Heyerdahl H. och Madshus C. (2000): EOS-data for sand, Triaxial tests on sand from Sjöbo, Norges Geotekniske institutt, 20001157-1, Oslo, Norge.

Heyerdahl H. och Madshus C. (2001): EOS-data for LECA, Triaxial tests on LECA under high pressures, Norges Geotekniske institutt, 2001157-2, Oslo, Norge.

Johansson M. (2002): Stöt våg utbredning i luft, Räddningsverket, B54-223/02, Karlstad.

Johansson M. och Laine L. (2007): Bebyggelsens motståndsförmåga mot extrem dynamisk belastning Delrapport 1 – Last av luftstöt våg. Räddningsverket, B54-232/07.

Johansson M. och Laine L.(2008): Bebyggelsens motståndsförmåga mot extrem dynamisk belastning Delrapport 2 – Explosion i gatukorsning. Räddningsverket, B54-240/08, Karlstad.

Johansson M. och Laine L.(2009): Bebyggelsens motståndsförmåga mot extrem dynamisk belastning Delrapport 3 – Kapacitet hos byggnader. Myndigheten för Samhällsskydd och beredskap, MSB 0142-10, Karlstad.

Kerley G. (2001): Numerical Modeling of Buried Mine Explosions, Army Research Laboratory, pp 30, USA.

Kerley G. (2002): The effects of soil type on numerical simulations of buried mine explosions, Kerley Technical Services, USA.

Kerley G. (2005): On the Numerical simulation of buried mine Explosion: Choosing constitutive Models, Kerley Technical Services, USA.

Kerley G. (1991): User's Manual for PANDA II: A Computer Code Calculating Equation of State, Sandia National Laboratories, SAND88-2291, USA.

Kerley G. (2010): EOSPRO CODE: An Interim Report, version 3.00, 1 January 2010, Kerley Technical Services, USA.

Kerley G. (2011): Hemsida <http://www.kerleytechnical.com>.

Laine L. och Larsen O.P. (2009): Proposal on How to Model the Unloading in a Compaction Equation of State based upon Tri-axial tests on Dry Sand, 80th Shock & Vibration Symposium, San Diego, CA

Laine L. och Larsen O.P. (2007): Numerical Study of How the Ground Shock Coupling Factor is influenced by Soil Properties, 78th Shock & Vibration Symposium, Philadelphia, PA.

Laine L. (2006): Study of Planar Ground Shock in Different Soils and Its Propagation Around a Rigid Block, 77th Shock & Vibration Symposium, Monterey CA, U-007.

Laine L. (2002): Datorsimulering av markstöt våg i lösa jordarter, samt utformning av passivt skydd mot markstöt vågor, Räddningsverket, B54-222/02, Karlstad.

Laine L. (2000:3): Räddningscentral (RC 90) utsatt för explosionslast vid markytan, Sjöbo sand, Räddningsverket, B54-221/02, Karlstad.

Laine L. (2000:2): Räddningscentral (RC 90) utsatt för explosionslast vid markytan, White Sand, Räddningsverket, B54-220/02, Karlstad.

Laine L. (2000:1): Räddningscentral (RC 90) utsatt för explosionslast vid markytan, etapp II, Fluid / strukturkoppling med FE- programmet ANSYS/LS-DYNA, Räddningsverket, B54-219/02, Karlstad.

Laine L. och Sandvik A. (2001): Derivation of mechanical properties for sand, 4th Asian-Pacific conference on Shock and Impact Loads on Structures, CI-Premier PTE LTD, vol. 4, pp 353-360, Singapore

Laine L. (2001): Numerical Simulations of Ground Shock Attenuation Layers for Swedish Rescue Centres and Shelters, 4th Asian-Pacific conference on Shock and Impact Loads on Structures, CI-Premier PTE LTD, vol. 4, pp 361-368, Singapore.

Laine L., Ranestad Ø., Sandvik A., och Snekkevik A. (2001b): Numerical simulations of anti-tank mine detonations, American Physics Society, from Proceedings of 12th SCCM, Atlanta.

Lampson C.W. (1946): Final Report on Effects of Underground Explosions, Div. 2, National Defense Research Committee of the US Office Scientific

Research and Development. NDRC Report No. A-479, OSRD Report No. 6645.

Leppänen J. (2004): Concrete Structures Subjected to Fragment Impacts, Dynamic behaviour and Material modelling, Chalmers Tekniska Högskola, Publikation nr 04:4 arkiv nr 31, Göteborg.

Leppänen J. (2012): Splitterverkan, Myndigheten för samhällsskydd och beredskap, MSB, MSB345, ISBN: 978-91-7383-188-8, www.msb.se/skyddsrum, Karlstad.

Marsh S.P. (1980): LASL SHOCK HUGONIOT DATA, University of California Press, USA.

Mair, R. J. (1993): Developments in geotechnical engineering research: applications to tunnels and deep excavations. Unwin Memorial Lecture 1992. Proc. Instn Civ. Engrs, Civ. Engng 3, No. 1, 27–41.

Meyers M.A. (1994): Dynamic Behaviour of Materials, John Wiley & Sons, Inc., New York, USA.

Moxnes J. F., Ødegårdstuen G., Atwood A., Curran P. (1999): Mechanical properties of a porous material studied in a high-speed piston driven compaction experiment, 30th ICT.

MSB (2009): Skyddsrum, SR 09, Myndigheten för samhällsskydd och beredskap (MSB), författad av Ekengren B., Beställningsnummer B54-141/09, Karlstad, Sverige.

Ranestad Ø. och Laine L. (2003): Numerical simulations of momentum transfer from anti-tank mines, Mekit-03, Norges teknisk-naturvetenskaplige universitet (NTNU), Trondheim, Norge.

Riedel W. (2000): Beton unter dynamischen Lasten Meso- und makromechanische Modelle und ihre Parameter, Ernst-Mach-Institut, EMI-Bericht 6/00, Freiburg, Tyskland.

Samuelsson A. och Wiberg N-E. (1993): Byggnadsmekanik, Hållfasthetslära, Sverige.

Santamarina J. C. (2001): Soils and Waves, Particulate Material Behaviour, Characterization and Process Monitoring, J. Wiley & Sons Ltd, England.

Singh A. K. (2007): Mechanics of Solids, Prentice-Hall of India, New Delhi.

Thoma K., Riedel W. och Hiermaier S. (1999): Mesomechanical modeling of concrete Shock Response- Experiments and Linking to Macromechanics by numerical analysis, European Conference on Computational Mechanics ECCM, Munchen, Tyskland.

Viggiani G. och Atkinson J. H. (1995): Interpretation of bender element tests, TECHNICAL NOTE, Geotechnique 45, No. 1, 149-154.

von Mises, R. (1913): Mechanik der festen Körper im plastisch deformablen Zustand. Göttin. Nachr. Math. Phys., vol. 1, pp. 582–592.

Wardlaw A. B. jr (1996): Implementation and Application of the P-alpha Equation of state in the DYSMAS code, Dahlgren Division Naval Surface Center, Dahlgren, VA, USA. Report number NSWCDD/TR-95/107.

Wikipedia (2011): http://en.wikipedia.org/wiki/Yield_surface.

Zimmer M. A. (2003): Seismic velocities in unconsolidated sands: Measurements of pressure, sorting, and compaction effects, doctors-avhandling nr 3781 2004 Z, Stanford University, Department of Geophysics, CA, U.S.A.

Bilaga A P-alpha modellen, där det solida tillståndet modelleras med hjälp av Mie-Gruneisen

Denna bilaga beskriver beräkningsrutinerna för P-alpha modellen som tagits fram av Wardlaw (1996) för att beskriva jordmaterial med porositet för den militära explicita programvaran DYSMAS. Ekvationerna har samma numrering som originaltext.

EOS eller tillståndsekvationsmodelleringen i P-alpha modellen består av två delar där den ena är Mie-Gruneisen som används för att beskriva det solida tillståndet av jordens partiklar och vatteninnehåll. Den andra, P-alpha modellen, beskriver tomrummet/luften som finns i den ej fullt kompakterade jorden.

Mie-Gruneisen EOS

Mie-Gruneisen ger trycket P som funktion av densitet ρ och energi e . Den grundläggande formen är

$$P = P_r(\rho) + \Gamma_0 \rho_0 (e - e_r(\rho)) \quad (\text{A:1})$$

var $\Gamma = \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial e}$ och $\Gamma \rho = \Gamma_0 \rho_0$. index r refererar till referenstillståndet vilken är en isentrop, reversibelt, som passerar genom initiala punkten (P_0, ρ_0, e_0) . Referenstillståndet r definieras som

$$e_r = e_0 + \mu \frac{P_0}{\rho_0} + \frac{c_s^2 \mu^2 Y}{2(1-S\mu)} \quad (\text{A:2})$$

$$P_r = P_0 + \frac{c_s^2 \mu^2 Y}{2(1-S\mu)} \left(Y + \mu \frac{dY}{d\mu} + \frac{Y}{(1-S\mu)} \right) \quad (\text{A:3})$$

där c_s är det solida materialets våghastighet och

$$\mu = 1 - \frac{\rho_0}{\rho} \quad (\text{A:4})$$

där μ är kompressionen som ges av initiell och aktuell densitet och

$$Y(\mu) = \sum_{k=0}^5 a_k \mu^k \quad (\text{A:5})$$

är $Y(\mu)$ ett polynom där konstanterna a_k är definierade av

$$a_0 = 1; a_1 = \frac{S}{3}; a_k = \frac{1}{k+2} [(\Gamma_0 + kS)a_{k-1} - \Gamma_0 S a_{k-2}] \quad (\text{A:6})$$

där S är koefficienten som relaterar stötvågshastigheten till partikelhastighet och Γ_0 är Gruneisens konstant vid initial densitet ρ_0 . Notera att definitionen av P_r följs av e_r genom

$$\frac{P_r}{\rho^2} = \frac{\partial e_r}{\partial \rho} \quad (\text{A:7})$$

eftersom referenstillståndet antas vara isentropisk. Med isentropisk menas att processen mellan tillstånden är adiabatisk och reversibel. Adiabatisk process ger inte från sig någon värme vilket innebär att materialets energiinnehåll per massenhet är konstant.

Beräkning av våghastighet

DYSMAS koden kräver att materialets våghastighet c räknas ut. Denna är härledd enligt följande

$$c^2 = \left(\frac{\partial P(\rho, e)}{\partial \rho} \right)_s, \text{ där } s \text{ är det solida materialet}$$

$$c^2 = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_e \left(\frac{\partial \rho}{\partial \rho} \right)_s + \left(\frac{\partial P}{\partial e} \right)_\rho \left(\frac{\partial e}{\partial \rho} \right)_s, \quad (\text{A:8})$$

$$c^2 = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_e + \left(\frac{\partial P}{\partial e} \right)_\rho \frac{P}{\rho^2} \text{ (insättning av A:7)}$$

Med hjälp av ekvation (A:1) och (A:7) fås

$$\left(\frac{\partial P}{\partial e} \right)_\rho = \Gamma_0 \rho_0, \quad (\text{A:9})$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_e = \frac{\partial P_r}{\partial \rho} - \frac{\Gamma_0 \rho_0}{\rho^2} P_r, \quad (\text{A:10})$$

Om nu ekvation (A:9) och (A:10) sätts in i (A:8) fås uttrycket för våghastigheten

$$c^2 = \frac{\partial P_r}{\partial \rho} - \frac{\Gamma_0 \rho_0}{\rho^2} P_r + \Gamma_0 \rho_0 \frac{P}{\rho^2} = \frac{\partial P_r}{\partial \rho} + \frac{\Gamma_0 \rho_0}{\rho^2} (P - P_r) \quad (\text{A:11})$$

För att utvärdera c^2 är det nödvändigt att beräkna $\frac{dP_r}{d\rho}$. Derivering av ekvation (A:3) ger

$$\frac{dP_r}{d\rho} = \left\{ \begin{array}{l} \mu = 1 - \frac{\rho_0}{\rho} \\ \frac{d\mu}{d\rho} = \frac{\rho_0}{\rho^2} \end{array} \right\} = \frac{\rho_0}{\rho^2} \frac{dP_r}{d\mu} = \frac{c_s^2 \rho_s^2}{2(1-S\mu)\rho^2} \left(\frac{2Y}{(1-S\mu)^2} + \frac{2\mu(2-S\mu)}{(1-S\mu)} \frac{dY}{d\mu} + \mu^2 \frac{d^2Y}{d\mu^2} \right) \quad (\text{A:12})$$

Ekvation (A:12) visar hur $\frac{dP_r}{d\rho}$ kan beräknas från solidkurvan och vetskap om kompressionen.

Insättning av ekvation (A:11) i (A:10) ger följande samband som används i DYSMAS EOS rutiner:

$$\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_e = \left[c^2 - \frac{\Gamma_0 \rho_0 P}{\rho^2}\right] \quad (\text{A:13})$$

Förändring av tillstånd

DYSMAS programvara kräver isentropisk samt Hugoniot förändring av tillstånd. Givet ett initieellt tillstånd (ρ_1, e_1) och en andra densitet, ρ_2 , kan motsvarande energi e_2 beräknas vilken är på ursprunglig isentrop eller Hugoniot.

För en isentropisk process

$$de = \frac{Pd\rho}{\rho^2} = \frac{1}{\rho^2} [P_r + \Gamma_0 \rho_0 (e - e_r)] d\rho \quad (\text{A:14})$$

På grund av att referenstillståndet är isentropiskt, se ekvation (A:7), fås

$$de_r = \frac{P_r}{\rho^2} d\rho \quad (\text{A:15})$$

Insätts nu (A:15) i ekvation (A:14) fås

$$\frac{d(e - e_r)}{(e - e_r)} = \Gamma_0 \rho_0 \frac{d\rho}{\rho^2} \quad (\text{A:16})$$

Integrering av (A:16) resulterar i den isentropiska tillståndsförändrings-ekvationen

$$e_2 = e_r(\rho_2) + [e_1 - e_r(\rho_2)] \exp\left(\frac{\Gamma_0 \rho_0 (\rho_2 - \rho_1)}{\rho_1 \rho_2}\right) \quad (\text{A:17})$$

Hugoniot's tillståndsförändring följer direkt från Hugoniotvillkoret för energins bevarande, se exempelvis kapitel 3:23 ekvation 3:23n vilket ger

$$-P_1 + P_2 = \frac{2\rho_1 \rho_2 (e_2 - e_1)}{(\rho_2 - \rho_1)} \quad (\text{A:18})$$

Eliminering av e med hjälp av ekvation (A:1) och lösningen för P_2 blir

$$P_2 = P_1 + \frac{\rho_1 \rho_2 C - P_1 (\rho_2 - \rho_1)}{\frac{(\rho_2 - \rho_1)}{2} - \frac{\rho_2 \rho_1}{\Gamma_0 \rho_0}} \quad (\text{A:19})$$

där

$$C = \left\{ e_r(\rho_2) - e_r(\rho_1) + P_r(\rho) + \frac{[P_r(\rho_2) - P_r(\rho_1)]}{\Gamma_0 \rho_0} \right\} \quad (\text{A:20})$$

P-alpha EOS

P-alpha ekvationen kan beskrivas med

$$P = P(\alpha, \rho, e) = \frac{P_s(\alpha, \rho, e)}{\alpha} \quad (\text{A:21})$$

där

$$\alpha = \frac{\rho_s}{\rho} \quad (\text{A:22})$$

Här betecknar index s det solida materialet och de parametrar utan index betecknar det porösa materialet. Villkoret för det porösa materialet betecknas av funktionen

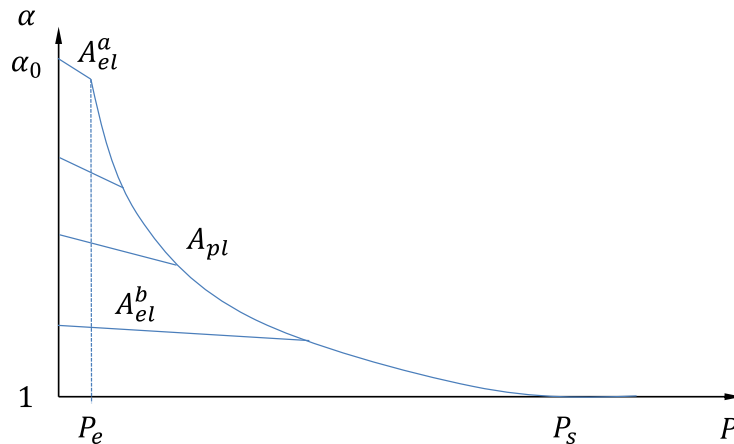
$$\alpha = A(P, P_t, P_{max}) \quad (\text{A:23})$$

Var P_t är materialderivatan av P . Inom fluidberäkningar är det vanligt att studera materialderivatan av tryckfältet, $\frac{DP}{Dt} = \frac{\partial P}{\partial t} + u_i \partial_i P$. Det beskriver

hur material rör sig genom i det beräknade området. Stora bokstäver används för att skilja från lokal tidsderivata vilket kan ses i högerledet är en del av materialderivatan tillsammans med rörelsetermen, advektionen som beskrivs som ett vektorfält. Positiva värden indikerar pålastning och negativa värden indikerar avlastning. Parametern P_{max} är maximala trycket som materialet har upplevt under sin pålastning. Denna parameter följer fluiden och används för att välja rimlig elastisk avlastning. För värden $\alpha > 1$, se ekvation (A:22), definieras det porösa materialets ljudhastighet som en linjär funktion av porositet:

$$c = c_s + (c_e - c_s) \frac{(\alpha-1)}{(\alpha_0-1)} \quad (\text{A:24})$$

där c_e är materialets initiella elastiska våghastighet och c_s är det fullt kompakterade materialets elastiska våghastighet. och När $\alpha = 1$, beräknas c med hjälp av Mie-Grüneisens relationer. Såsom α är definierat kan den aldrig bli mindre än 1, se även figur A:a. I figur A:a ges en schematisk illustration av funktionen (A:23). Som kan ses så har funktionen A flera alternativa på- och avlastningsvägar. Vertikal axel är porositet som börjar på talet 1 och horisontell axel är tryck.



Figur A:a. P -alfa modellen, elastiska kurvor $A_{el}^{a,b}$ och plastiska kurvan A_{pl} .
Följande val i A för att välja lämpliga vägar:

1. När pålastning sker för första gången, så komprimeras materialet längs elastiska kurvan A_{el}^a tills trycket P_e har uppnåtts.
2. I respons till fortsatt belastning, så följs den plastiska kurvan A_{pl} tills trycket P_s är uppnått. Här tilldelas $\alpha = 1$ för alltid vid fortsatt belastning.
3. Avlastningskurvan från en punkt på den plastiska kurvan, är längs den elastiska avlastningskurvan A_{el}^b . Se exempel i figur A:a.
4. Från en position på en elastisk kurva, så följer pålastningen längs den elastiska kurvan tills den plastiska kurvan uppnås. Vid fortsatt belastning så följs den plastiska kurvan igen.

Ovanstående P -alpha beskrivning indikerar att tillståndet (P, P_t, P_{max}) befinner sig på plastisk kurva om materialderivatan $P_t > 0$ och $\alpha = A_{pl}(P)$; annars befinner den sig på den elastiska kurvan som korsar den plastiska vid det maximala trycket som materialet har upplevt P_{max} . Notera att A är en monoton funktion av P , detta gör det möjligt att förenkla tidigare regel till att ett tillstånd är på den plastiska kurvan om $P \geq P_{max}$ och annars är den på den elastiska kurvan. Alternativt kan man använda α för att studera om tillståndet är på elastisk eller plastisk del. Då ser formuleringen ut som att om $\alpha \leq \alpha_{min}$ så är den på plastisk kurva annars på elastisk. Här är α_{min} minsta värdet som materialet upplevt i ett element eller cell. På grund av att det är en historisk parameter, måste den följa fluiden och den är initierad med att sätta $\alpha_{min} = \alpha_e$. Denna regel kan uttryckas som

$$\alpha = A(P, \alpha_{min}) = \begin{cases} A_{pl}(P) & \text{om } A_{pl}(P) \leq \alpha_{min} \\ A(P, \alpha_{min}) & \text{annars} \end{cases} \quad (\text{A:25})$$

Om A inverteras så blir detta lösningen för P , se även figur A:b. Inversen kan skrivas som

$$P = invA(\alpha, \alpha_{min}) = \begin{cases} invA_{pl}(\alpha) & \text{om } \alpha \leq \alpha_{min} \\ invA_{el}(\alpha, \alpha_{min}) & \text{annars} \end{cases} \quad (\text{A:26})$$

där $invA$ är inversen av funktionen A . Ekvationen för den plastiska kurvan är

$$A_{pl}(P) = 1 + (\alpha_e - 1) \left(\frac{P_s - P}{P_s - P_e} \right)^2 \quad (\text{A:27})$$

vilken kan inverteras för att få

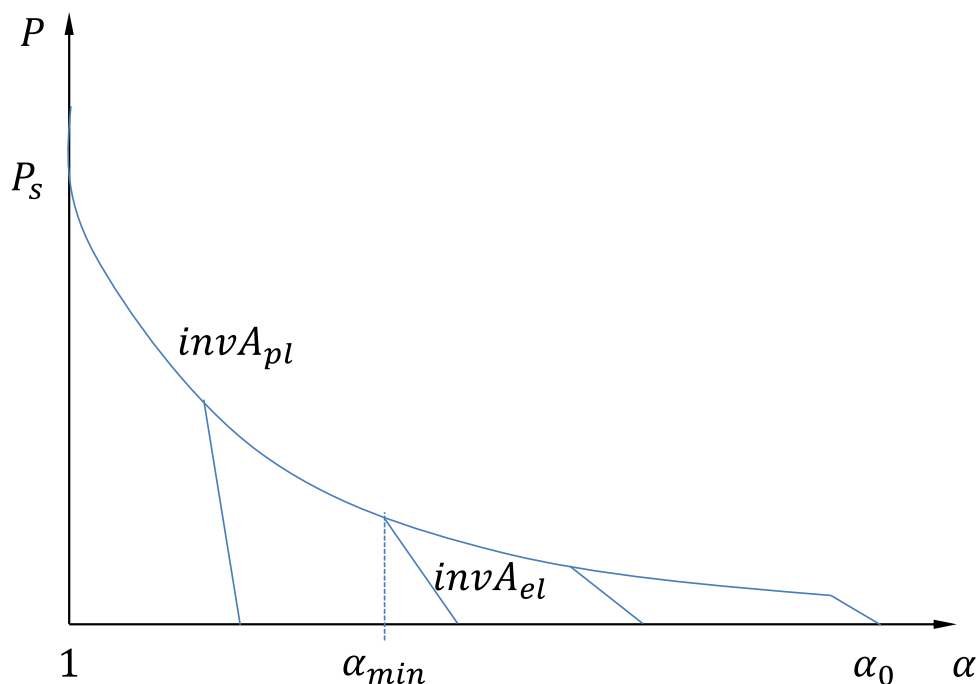
$$invA_{pl}(\alpha) = P_s + (P_s - P_e) \left(\frac{\alpha - 1}{\alpha_e - 1} \right)^{1/2} \quad (\text{A:28})$$

Den elastiska kurvan beskrivs numera av följande linjära ekvation, se Wardlaw (1996)

$$A_{el}(P, \alpha_{min}) = \alpha_{min} + \frac{dA_{el}(\alpha_{min})}{dP} (P - invA_{pl}(\alpha_{min})) \quad (\text{A:29})$$

Invertering av ekvation A:29 ger

$$invA_{el}(\alpha, \alpha_{min}) = invA_{pl}(\alpha_{min}) + \left(\frac{\alpha - \alpha_{min}}{\frac{dA_{el}(\alpha_{min})}{dP}} \right) \quad (\text{A:30})$$



Figur A:b. Möjliga lösningar av $P(\alpha, \rho, e)$.

För beräkning av trycket och densiteten behövs följande olinjära relation lösas iterativt för α

$$P(\alpha, \rho, e) = invA(\alpha, \alpha_{min}) \quad (\text{A:31})$$

Lösningen av ekvation (A:31) kräver att man väljer lämplig förgrening av $invA(\alpha, \alpha_{min})$ varav det finns tre möjligheter: elastisk och plastisk, samt solid när $\alpha = 1$. Valet görs i princip med följande grunder:

solidtillstånd om $P(\alpha, \rho, e) \geq P_s$ eller $\alpha_{min} = 1$ (på grund av historisk parameter)

plastiskt tillstånd om $P(\alpha_{min}, \rho, e) > invA(\alpha_{min}, \alpha_{min})$

Om inget av dessa villkor uppfylls så beräknas skärningspunkten med elastisk kurva $invA_{el}(\alpha, \alpha_{min})$. Därefter är beräkningen av densiteten ρ för givet α_{min} och e en tvåstegsprocess. Beräkna α med hjälp av ekvation (A:26) därefter använd Mie-Gruneisens funktion för att bestämma ett värde för ρ , vilket uppfyller

$$\alpha P = P_s(\alpha \rho, e) \quad (A:32)$$

Isentropisk tillståndsförändring beräknas med hjälp av

$$e_2 = e_1 + \int_{\rho_1}^{\rho_2} \frac{P}{\rho^2} d\rho \quad (A:33)$$

För ett P-alpha material, existerar inte en lösning i sluten form och denna ekvation måste därför lösas med numerisk integration plus en iterativ process eftersom nästa α , α_2 , oftast inte är tillgänglig. För $\alpha = 1$ kan integrationen beräknas med den slutna formens lösning för Mie-Gruneisen enligt ekvation (A:17). För djupare detaljer kring faktiskt implementation, se Wardlaw (1996).

Bilaga B Explosivämnen och dess viktskalningsfaktorer

Aktuell sprängämnesvikt multipliceras med ekvivalent viktfaktor enligt tabell B:a för att få ekvivalent vikt i TNT.

Tabell B:a. Explosivämnen och dess viktskalningsfaktorer, Bulson (1997).

Explosivämne	Ekvivalent vikt Tryck	Ekvivalent vikt Impuls
ANFO (9416 Am Ni/Fuel oil)	0,82	0,82
Composition A-3	1,09	1,07
Composition B	1,11	0,98
Composition C-4	1,37	1,19
Cyclotol(70/130)(RDX/TNT)	1,14	1,09
HBX-1	1,17	1,16
HBX-3	1,14	0,97
H-6	1,38	1,15
Minol II 70/30 (HMX/TNT)	1,20	1,11
Octol 75/25	1,06	1,06
PETN	1,27	
Pentolite	1,42	1,00
Tetryl 75/25 (TETRYL/TNT)	1,07	
Tetrytol 70/30	1,06	
TNETB	1,36	1,10
TNT	1,00	1,00
Tritonal	1,07	0,96

I ConWep (1992) används ett medelvärde av dessa båda värden, speciellt för beräkning av luftstövågens tryck och impuls.

Bilaga C Spännings- och töjningstensorer

Spännings- och töjningstensorer är viktigt för förståelsen för hur material tar upp de yttre krafter som den utsätts för. Här ges en kortfattad beskrivning av hur spänning, töjning och deras tensorer definieras. För en mer utförlig beskrivning hänvisas läsaren till Desai och Siriwardane (1984).

I det endimensionella fallet kan töjningen beskrivas som

$$\varepsilon = \frac{l - l_0}{l_0} \quad (\text{C:a})$$

där l_0 och l är ursprunglig längd respektive nuvarande längd. Denna töjning kallas Cauchy-töjning eller ingenjörstöjning. Spänning i det endimensionella fallet beskrivs genom

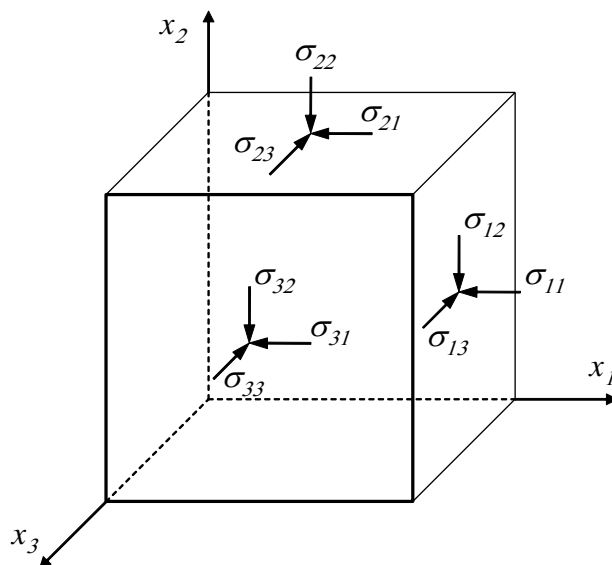
$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (\text{C:b})$$

där F är kraften i båda ändar och A är tvärsnittsytan. Dessa beskrivningar duger gott för små deformationer. Den enklaste materialmodell som binder samman töjning och spänning är Hookes lag

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (\text{C:c})$$

där E är elasticitetsmodulen hos materialet.

I det tredimensionella fallet börjar vi med att studera figur (C:a)



Figur C:a. Komponenterna för spänningstensorn i det tredimensionella fallet.

I det karakteristiska koordinatsystemet x_i kan spänningen definieras som

$$\sigma_{ij} = \lim_{A_i \rightarrow 0} \frac{F_j}{A_i} \quad (\text{C:b})$$

där kraften verkar i koordinataxlarnas riktning $j = 1, 2, 3$ och arean i är normalriktningen mot kraften F_j . Här definieras tryckspänning som positiv och dragspänning som negativ för huvudspänningarna σ_{11} , σ_{22} och σ_{33} . Om vi inte har rörelse i kroppen så är spänningstensorn $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ symmetrisk, vilken då kan skrivas på matrisform som

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{13} & \sigma_{23} & \sigma_{33} \end{pmatrix}. \quad (\text{C:c})$$

Det finns flera olika sätt att ta fram spänningstensorinvarianterna. Ett sätt är att studera linjär algebra. Cayley-Hamiltons teorem säger att varje matris A som är kvadratisk $n \times n$ satisfierar sitt karaktäristiska polynom $p(\lambda)$ över det reella eller komplexa talplanet

$$p(\lambda) = |\lambda I_n - A| = 0 \quad (\text{C:d})$$

där I_n är identitetsmatris av storleken n och λ är egenvärdena för matrisen. Med $|\cdot|$ menas determinanten. Cayley-Hamilton säger att λ kan ersättas med matrisen A och därmed blir det karaktäristiska polynomet $p(A)$ lika med nollmatrisen $\mathbf{0}_n$. Nu om vi återgår till spänningsmatrisen σ så är den karaktäristiska ekvationen lika med

$$p(\lambda) = |\lambda I_3 - \sigma| = \lambda^3 - I_1 \lambda^2 + I_2 \lambda - I_3 = 0 \quad (\text{C:e})$$

Där identifiering ger de tre spänningstensorinvarianterna

$$I_1 = \text{tr}(\sigma) = \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33} \quad (\text{C:f})$$

$$I_2 = \begin{vmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{23} & \sigma_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{13} \\ \sigma_{13} & \sigma_{33} \end{vmatrix} \quad (\text{C:g})$$

$$I_3 = |\sigma| \quad (\text{C:h})$$

Om vi nu också använder oss av Cayley-Hamiltons teorem får vi

$$\sigma^3 - I_1 \sigma^2 + I_2 \sigma - I_3 = \mathbf{0}_3 \quad (\text{C:i})$$

varför begrepp som första, andra och tredje spänningsinvarianten används. Ett annat sätt att beskriva spänningstensorinvarianterna är att utgå från tensorn själv

$$J_1 = \text{tr}(\sigma) = I_1 \quad (\text{C:j})$$

$$J_2 = \frac{1}{2} \text{tr}(\sigma)^2 = \frac{1}{2} (I_1^2 - 2I_2) \quad (\text{C:k})$$

$$J_3 = \frac{1}{3} \text{tr}(\sigma)^3 = \frac{1}{3} (I_1^3 - 3I_1I_2 + 3I_3) \quad (\text{C:l})$$

Den symmetriska spänningstensorn σ kan delas upp i två symmetriska tensorer: den deviatoriska spänningstensorn och den hydrostatiska eller sfäriska spänningstensorn. Uppdelningen kan beskrivas med

$$\sigma_{ij} = S_{ij} + \frac{1}{3} J_1 \delta_{ij} \quad (\text{C:m})$$

där S_{ij} är den deviatoriska spänningstensorn, J_1 första spänningsinvarianten och δ_{ij} är kroneckers delta. Detta kan också skrivas som

$$\sigma_{ij} = S_{ij} + P \delta_{ij} \quad (\text{C:n})$$

Där $P = (\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}) / 3$ är det hydrostatiska trycket. På matrisform blir det på följande sätt

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} P & 0 & 0 \\ 0 & P & 0 \\ 0 & 0 & P \end{pmatrix} \quad (\text{C:o})$$

Den deviatoriska spänningstensorn kan skrivas som

$$S_{ij} = \sigma_{ij} - P \delta_{ij} \quad (\text{C:p})$$

Så första invarianten av den deviatoriska spänningstensorn blir

$$\begin{aligned} J_{1D} = \text{tr}(S) &= S_{11} + S_{22} + S_{33} = (\sigma_{11} - P) + (\sigma_{22} - P) + (\sigma_{33} - P) = \\ &= \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33} - 3P = 0 \end{aligned} \quad (\text{C:q})$$

J_{1D} är som synes alltid noll. Sålunda har S_{ij} bara två oberoende invarianter. Andra invarianten av den deviatoriska spänningstensorn blir

$$\begin{aligned} J_{2D} &= \frac{1}{2} \text{tr}(S)^2 = \frac{1}{2} \text{tr} \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{2} [S_{11}^2 + S_{22}^2 + S_{33}^2 + 2S_{12}^2 + 2S_{13}^2 + 2S_{23}^2] \end{aligned} \quad (\text{C:r})$$

Ekvation (C:o) kan skrivas om till

$$J_{2D} = \frac{1}{2} [(\sigma_{11} - P)^2 + (\sigma_{22} - P)^2 + (\sigma_{33} - P)^2 + 2\sigma_{12}^2 + 2\sigma_{13}^2 + 2\sigma_{23}^2] \quad (\text{C:s})$$

Vi kan sätta in $P = (\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}) / 3$ och få beskrivet ekvation (C:s) på följande sätt

$$J_{2D} = \frac{1}{6} [(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{11} - \sigma_{33})^2] + \sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2 + \sigma_{23}^2 \quad (\text{C:t})$$

Om vi dessutom roterar koordinatsystemet så att skjuvspänningarna $\sigma_{12} = \sigma_{13} = \sigma_{23} = 0$ endast huvudspänningarna, $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ är skilda från noll då kan vi beskriva J_{2D} med

$$J_{2D} = \frac{1}{6} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2] \quad (\text{C:u})$$

Den kan också skrivas med spänningstensorinvarianterna J_1 och J_2 vilket ger

$$J_{2D} = J_2 - \frac{1}{6} J_1^2 \quad (\text{C:v})$$

Slutligen blir den tredje deviatorspänningsinvarianten

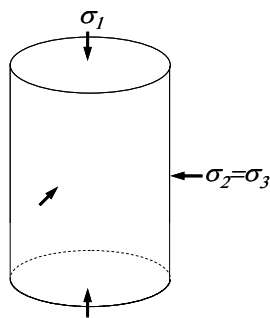
$$J_{3D} = \frac{1}{6} \text{tr}(S)^3 = \dots = J_3 - \frac{2}{3} J_1 J_2 + \frac{2}{27} J_1^3 \quad (\text{C:w})$$

På liknande sätt beskrivs töjningstensorer i det tredimensionella rummet. Exempelvis så kan den andra deviatoriska töjningstensor beskrivas med

$$I_{2D} = \frac{1}{6} [(\varepsilon_{11} - \varepsilon_{22})^2 + (\varepsilon_{22} - \varepsilon_{33})^2 + (\varepsilon_{11} - \varepsilon_{33})^2] + \varepsilon_{12}^2 + \varepsilon_{13}^2 + \varepsilon_{23}^2 \quad (\text{C:x})$$

Ett cylindriskt spänningsfall enligt figur (C:b) förenklar spänningstensor till följande

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{pmatrix}. \quad (\text{C:y})$$



Figur C:b. Cylindriskt spänningsförhållande.

Vilket då ger följande andra deviatorspänningsinvariant

$$J_{2D} = \frac{1}{6}[(\sigma_1 - \sigma_3)^2 + 0 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2] = \frac{1}{3}(\sigma_1 - \sigma_3)^2 \quad (\text{C:z})$$

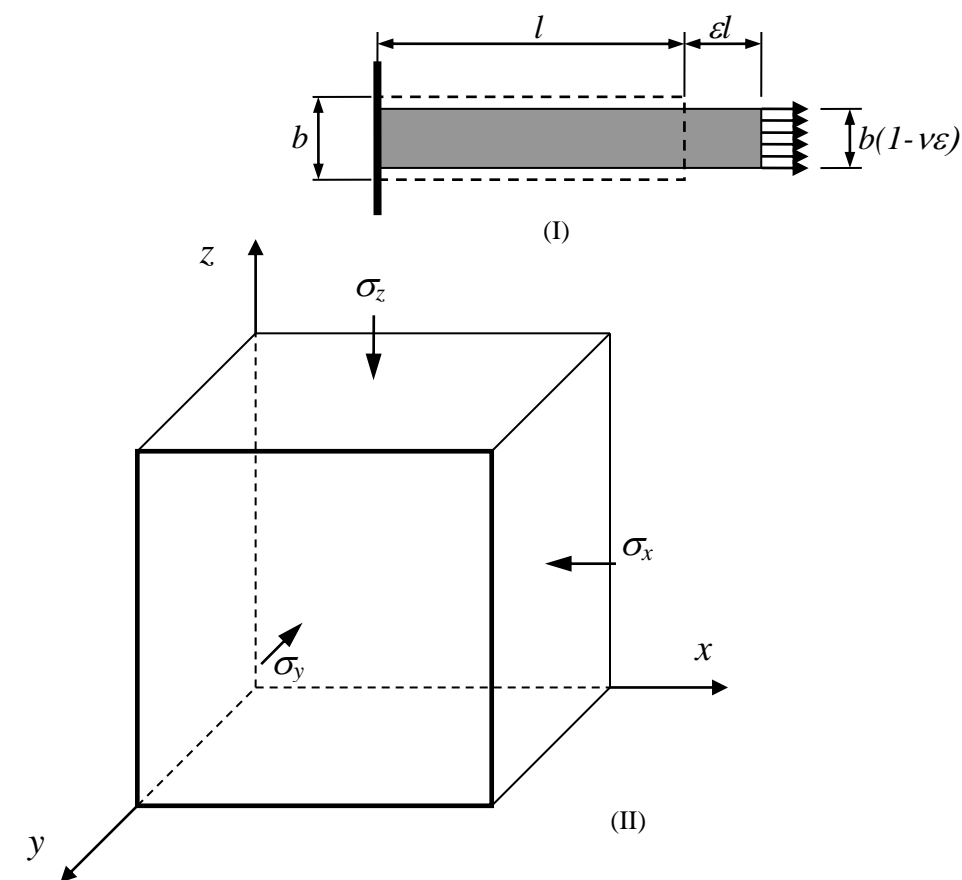
Bilaga D Elastiska vågor

Här ges en kortfattad beskrivning av elastiska vågor samt hur elastiska konstanter benämns inom hållfasthetslära och geoteknik och deras engelska motsvarigheter. En utförligare beskrivning av elastiska vågor återges i Santamarina (2001).

Först måste de elastiska sambanden mellan elasticitetsmodul E , skjuvmodul G , kompressionsmodul K , ödometermodulen M , och tvärkontraktion ν beskrivas, se även Samuelsson och Wiberg (1993).

Grundläggande elastiska samband

När en stav utsätts för dragspänningar enligt figur (D:a)(I), så förlängs längden l med töjningen gånger längden, ϵl . Dessutom minskar tvärsnittet b med $b(1-\nu\epsilon)$, där ν är tvärkontraktionstalet.



F
Figur D:a. (I) Stav utsatt för dragspänning. (II) Tredimensionellt element utsatt för normalspänningar.

Tvärkontraktionstalet ν beskriver sambandet mellan töjning parallellt belastningen $\varepsilon_{//}$ samt töjning vinkelrätt belastningen ε_{\perp} enligt

$$\nu = -\frac{\varepsilon_{\perp}}{\varepsilon_{//}}. \quad (\text{D:a})$$

För till exempel stål är tvärkontraktionstalet $\nu \approx 0,3$ och för betong $\nu \approx 0,2$. Om nu ett tredimensionellt element enligt figur (D:a)(II) belastas med normalspänningar kan töjningarna i normalriktningen beskrivas med hjälp av Hooks generaliserade lag enligt

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)) \quad (\text{D:b})$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}(\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)) \quad (\text{D:c})$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E}(\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)). \quad (\text{D:d})$$

Där E är elasticitetsmodulen. Nu kan vi börja härleda relationen mellan kompressionsmodul K och elasticitetsmodulen E och tvärkontraktionen ν . Vi börjar med att definiera kompressionsmodulen som

$$K \equiv \frac{\sigma_m}{\varepsilon_v} \quad (\text{D:e})$$

där $\sigma_m = P = (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) / 3$ är medelspänningen och den volymmetriska töjningen ε_v kan beskrivas med

$$\varepsilon_v = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z. \quad (\text{D:f})$$

Sättes nu ekvation (D:b)-(D:d) in i ekvation (D:f) fås

$$\varepsilon_v = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z - 2\nu(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)}{E} \quad (\text{D:g})$$

Om vi nu dessutom sätter in medelspänningen $\sigma_m = P = (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) / 3$ fås

$$\varepsilon_v = \frac{3(\sigma_m - 2\nu(\sigma_m))}{E} = \frac{3(1 - 2\nu)\sigma_m}{E}. \quad (\text{D:h})$$

Skriver vi nu om ekvation (D:h) fås

$$K = \frac{\sigma_m}{\varepsilon_v} = \frac{E}{3(1 - 2\nu)}. \quad (\text{D:i})$$

K kallas kompressionsmodul (bulk modulus på engelska) inom hållfasthet och inom geoteknik för tryckmodul. I denna rapport används namnet kompressionsmodul.

Nästa är ödometermodulen M som definieras som

$$M \equiv \frac{\sigma_z}{\varepsilon_z} \text{ med villkoren } \varepsilon_x = 0 \text{ och } \varepsilon_y = 0 \quad (\text{D:j})$$

Genom att vi vet att två töjningar är lika med noll så kan vi ta fram uttryck för hur spänningarna σ_x och σ_y kan beskrivas med σ_z . Om vi börjar med ekvation (D:b) och (D:c) och sätter in villkoret att töjningarna är lika med noll fås

$$0 = \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)) \Rightarrow \sigma_x = \nu(\sigma_y + \sigma_z) \quad (\text{D:k})$$

och

$$0 = \frac{1}{E}(\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)) \Rightarrow \sigma_y = \nu(\sigma_x + \sigma_z). \quad (\text{D:l})$$

Om vi nu sätter in ekvation (D:l) i (D:k) erhålles

$$\sigma_x = \frac{\nu\sigma_z}{1-\nu} \quad (\text{D:m})$$

och på samma sätt härleds

$$\sigma_y = \frac{\nu\sigma_z}{1-\nu} \quad (\text{D:n})$$

Sättes nu ekvation (D:m)-(D:n) in i ekvation (D:d) fås

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} \left(\sigma_z - \nu \left(\frac{\nu\sigma_z}{1-\nu} + \frac{\nu\sigma_z}{1-\nu} \right) \right) = \frac{1}{E} \left(\frac{-2\nu^2 - \nu + 1}{1-\nu} \right) \sigma_z \quad (\text{D:o})$$

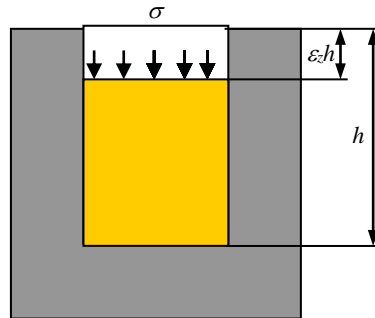
och faktoriseras ekvation (D:o) erhålles

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} \left(\frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{1-\nu} \right) \sigma_z. \quad (\text{D:p})$$

Därmed kan M identifieras som

$$M = \frac{\sigma_z}{\varepsilon_z} = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)}. \quad (\text{D:q})$$

Rent experimentellt tas M fram genom att det undersökta materialet pressas vertikalt i en styv omgivande cylinder, se figur (D:b). Denna typ av plan töjning är vanlig inom jordprover.

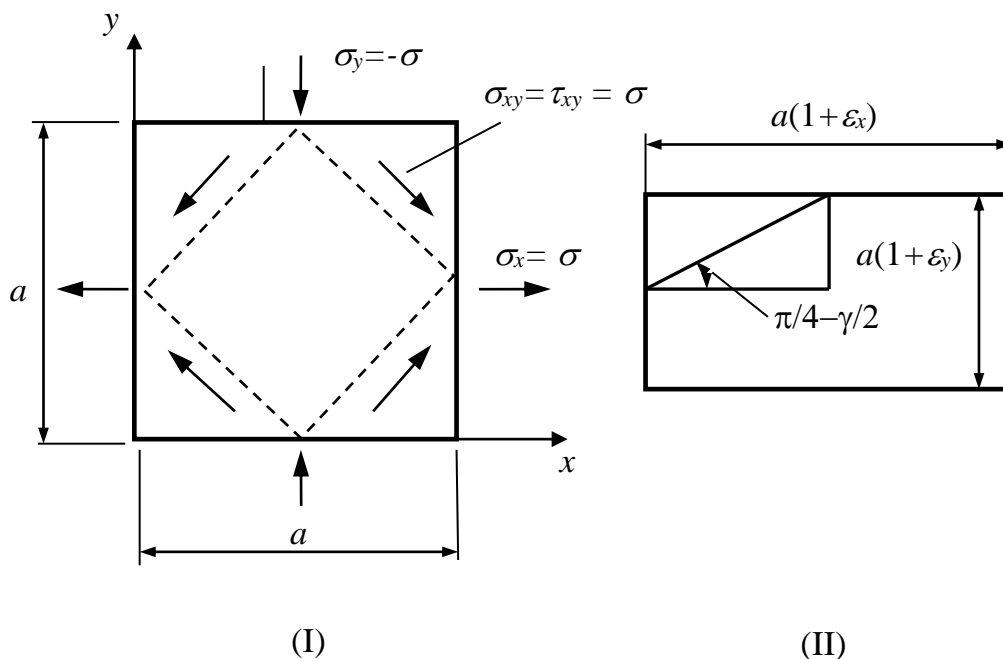


Figur D:b. Illustration av experiment för framtagning av ödometermodulen M .

När det gäller skjuvmodulen G så relaterar den skjuvvinkel med skjuvspänning enligt

$$G \equiv \frac{\sigma_{ij}}{\gamma_{ij}} = \frac{\tau_{ij}}{\gamma_{ij}} \text{ med } i \neq j. \quad (\text{D:r})$$

För att härleda skjuvmodulen så tittar vi på ett tvådimensionellt spännings-



fall enligt figur (D:c)(I).

Figur D:c. Illustration av tvådimensionellt spänningsfall för ett kvadratisk element av längden a . (I) återger spänningstillståndet och (II) återger deformationstillståndet.

Markstövåg

Om nu relationen för vinkeländringen ställs upp av deformationstillståndet, se figur (D:c)(II), fås

$$\tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\gamma}{2}\right) = \frac{1 + \varepsilon_y}{1 + \varepsilon_x}. \quad (\text{D:s})$$

Om nu vänsterled för ekvation (D:s) skrivs om med trigonometriska samband och antagandet av små vinklar fås

$$\tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\gamma}{2}\right) = \frac{\tan\left(\frac{\pi}{4}\right) - \tan\left(\frac{\gamma}{2}\right)}{1 + \tan\left(\frac{\pi}{4}\right)\tan\left(\frac{\gamma}{2}\right)} = \frac{1 - \tan\left(\frac{\gamma}{2}\right)}{1 + \tan\left(\frac{\gamma}{2}\right)} = \frac{1 - \frac{\gamma}{2}}{1 + \frac{\gamma}{2}} \quad (\text{D:t})$$

Hookes generaliserade lag vid tvådimensionellt spänningstillstånd blir

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu\sigma_y) \quad (\text{D:u})$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}(\sigma_y - \nu\sigma_x). \quad (\text{D:v})$$

Sätter vi in att spänningarna $\sigma_x = \sigma$ och $\sigma_y = -\sigma$ får vi

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma}{E}(1 + \nu) \quad (\text{D:w})$$

$$\varepsilon_y = -\frac{\sigma}{E}(1 + \nu). \quad (\text{D:x})$$

Dessutom vet vi att skjuvtöjningen är

$$\gamma = \frac{\tau_{ij}}{G} = \frac{\sigma}{G} \quad (\text{D:y})$$

Om nu ekvation (D:w), (D:x) och (D:y) insätts i ekvation (D:s) och (D:t) fås

$$\frac{1 - \frac{\gamma}{2}}{1 + \frac{\gamma}{2}} = \frac{1 + \varepsilon_y}{1 + \varepsilon_x} \Rightarrow \frac{1 - \frac{\sigma}{2G}}{1 + \frac{\sigma}{2G}} = \frac{1 - \frac{\sigma}{E}(1 + \nu)}{1 + \frac{\sigma}{E}(1 + \nu)} \Rightarrow \frac{\sigma}{2G} = \frac{\sigma}{E}(1 + \nu) \quad (\text{D:z})$$

och slutligen fås sambandet mellan elasticitetsmodul E och skjuvmodul

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (\text{D:å})$$

Nu är vi mogna för att relatera ödometermodulen M med skjuvmodul G och kompressionsmodul K

$$M = K + \frac{4}{3}G. \quad (\text{D:ä})$$

Vilket kan visas med att studera högerled av ekvation (D:ä)

$$\begin{aligned} HL &= K + \frac{4}{3}G = \frac{E}{3(1-2\nu)} + \frac{4E}{3 \cdot 2(1+\nu)} = \frac{E(1+\nu)}{3(1-2\nu)(1+\nu)} + \frac{2E(1-2\nu)}{3(1-2\nu)(1+\nu)} = \\ &= \frac{E(1+\nu)}{3(1-2\nu)(1+\nu)} + \frac{2E(1-2\nu)}{3(1-2\nu)(1+\nu)} = \frac{3E(1-\nu)}{3(1-2\nu)(1+\nu)} = \frac{E(1-\nu)}{(1-2\nu)(1+\nu)} = VL \end{aligned}$$

Därmed har vi härlett de mest elementära relationerna inom elasticitetsteori, de är också givna i tabell (D:a).

Elastiska våghastigheter

Så om vi nu börjar studera hur elastiska vågor propagerar genom ett oändligt elastiskt material, jämvikt kräver att Newtons andra lag måste uppfyllas, det vill säga krafter verkande på ett litet element måste vara lika med massan gånger accelerationen, $ma = F$, $\rho a = F/V$, vilket kan skrivas som

$$\rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} \quad (\text{D:ö})$$

$$\rho \frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial z} \quad (\text{D:öa})$$

$$\rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial y} \quad (\text{D:öb})$$

Här är $\frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2}$, $\frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2}$, och $\frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2}$ accelerationen i x-, y-, och z-riktning.

Spänningar kan också ges som funktion av töjningar

$$\sigma_x = M\varepsilon_v - 2G(\varepsilon_y + \varepsilon_z) \quad (\text{D:öc})$$

$$\sigma_{xy} = \tau_{xy} = G\gamma_{xy} \quad (\text{D:öd})$$

På liknande sätt kan ekvation (D:öc) skrivas för y- och z-riktning, ekvation (D:öd) kan skrivas om för yz- och xz-planet.

Om vi nu använder ekvationerna (D:öc)-(D:öd) och deras synonymer i ekvationerna (D:ö)-(D:öb) fås

$$\rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} = M \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial x} + G \left(-2 \frac{\partial \varepsilon_y}{\partial x} - 2 \frac{\partial \varepsilon_z}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial z} \right) \quad (\text{D:öe})$$

$$\rho \frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} = M \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial y} + G \left(-2 \frac{\partial \varepsilon_x}{\partial y} - 2 \frac{\partial \varepsilon_z}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial z} \right) \quad (\text{D:öf})$$

$$\rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} = M \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial z} + G \left(-2 \frac{\partial \varepsilon_x}{\partial z} - 2 \frac{\partial \varepsilon_y}{\partial z} + \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial y} \right) \quad (\text{D:ög})$$

Om vi dessutom skriver töjningarna i termer av deformation såsom här för x-riktning

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u_x}{\partial x} \quad (\text{D:öh})$$

Kan ekvationerna (D:öe)-(D:ög) skrivas om som

$$\rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} = (M - G) \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial x \partial z} \right) + G \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} \right) \quad (\text{D:öi})$$

$$\rho \frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} = (M - G) \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial y \partial z} \right) + G \left(\frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial z^2} \right) \quad (\text{D:öj})$$

$$\rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} = (M - G) \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial y \partial z} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \right) + G \left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \right) \quad (\text{D:ök})$$

Vilka förenklat kan skrivas som

$$\rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} = (M - G) \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial x} + G \nabla^2 u_x \quad (\text{D:öi})$$

$$\rho \frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} = (M - G) \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial y} + G \nabla^2 u_y \quad (\text{D:öj})$$

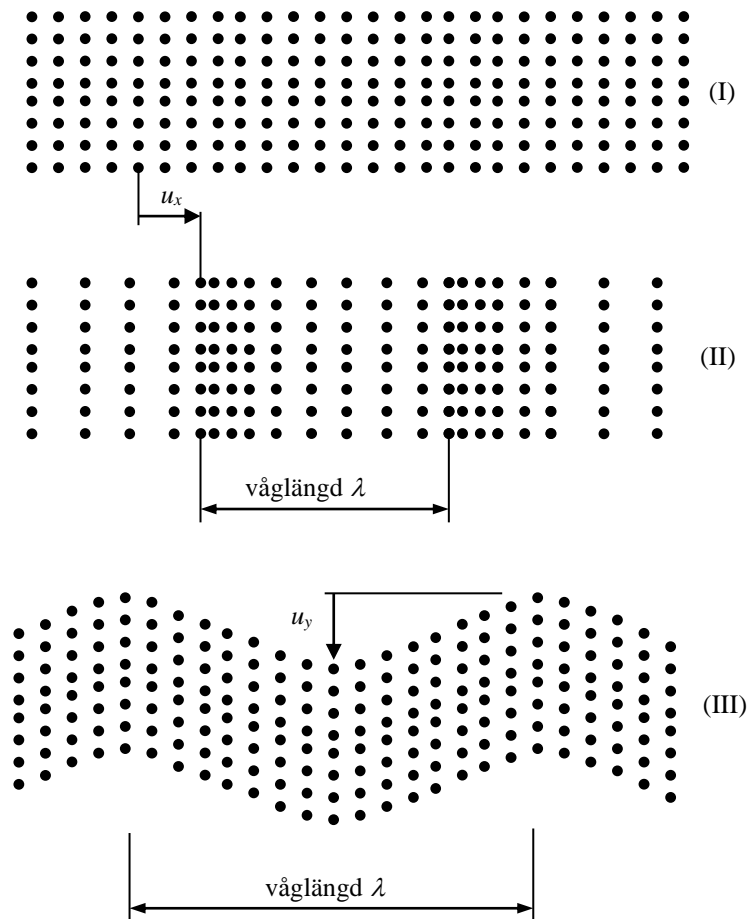
$$\rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} = (M - G) \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial z} + G \nabla^2 u_z \quad (\text{D:ök})$$

$$\text{där } \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

Markstöt våg

Ekvationerna (D:öl)-(D:öm) beskriver hur elastiska vågor propagerar både i tid och rum i materialet.

Nu om vi ska studera renodlat elastiska tryck och skjuvvågor är figur (D:d) av hjälp för att förstå rörelsen



Figur D:d. Illustration av isotropiskt material med hjälp av partiklar. (I) material i vila, (II) utbredning av ren tryckvåg, och (III) utbredning av ren skjuvvåg.

Ren tryckvåg i x-riktning beskrivs av att rörelse i y- och z- led är lika med noll om detta insättes i ekvation (D:öi) fås

$$\rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} = (M - G) \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + 0 + 0 \right) + G \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + 0 + 0 \right) = M \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} \quad (\text{D:öo})$$

Vilket ger

$$\frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} = \frac{M}{\rho} \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} \quad (\text{D:öp})$$

Löses nu tryckvågshastigheten ut ur ekvation (D:öp) fås

$$\frac{\partial u_x}{\partial t} = V_p = \sqrt{\frac{M}{\rho}} \quad (\text{D:ök})$$

På engelska kallas tryckvågen för pressure wave velocity (P-wave).

Den elastiska skjuvvågen beskrivs genom rörelse i y-riktning och därmed är rörelser i x- och z-riktning lika med noll. För en plan våg vandrades i x-riktning gäller dessutom att u_y inte varierar över vågfront i yz-planet om detta används i ekvation (D:ök) fås

$$\frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} = \frac{G}{\rho} \frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} \quad (\text{D:ör})$$

Om hastigheten löses ut hos den elastiska skjuvvågen fås

$$V_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (\text{D:ös})$$

På engelska kallas denna våg shear wave velocity (S-wave).

I flera explicita finita elementprogram separeras det på volymmetriskt arbete och deviatoriskt arbete. Därför är det av intresse att se vilken våghastighet c kompressionsmodulen ger på engelska kallas denna våg bulk wave velocity. Den ges av ekvation (D:ä) med ekvation (D:ör) och (D:ös) insatt

$$c = \sqrt{V_p^2 - \frac{4}{3}V_s^2} \quad (\text{D:öt})$$

För elastiska vågor i långa stavar där våglängden är mycket längre än radien och med noll i spänningar vinkelrätt belastningar fås den longitudinella vågen

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{E}{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (\text{D:öu})$$

Vilken har våghastigheten

$$V_L = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (\text{D:öv})$$

På engelska kallas denna våg longitudinal wave. Skjuvvågen för staven beskrivs av

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{G}{\rho} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \quad (\text{D:öw})$$

Markstövåg

där θ är vridningsvinkeln. Staven har samma skjuvvågshastighet som för ett oändligt medium

$$V_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (\text{D:öx})$$

I tabell (D:a) ges de elastiska sambanden för ett isotropiskt material.

Tabell D:a. Samband för ett isotropiskt och elastiskt material, se även Santamarina (2001).

Elastisk konstant	Definition	I termer av E och ν	I termer av K och G	I termer av V_L , V_p , V_s , och c
Elasticitetsmodul E	$\frac{\sigma_z}{\varepsilon_z}$ för $\sigma_x = \sigma_y = 0$	E	$\frac{9KG}{3(K+G)}^{(1)}$	ρV_L^2
Tvärkontraktion ν	$-\frac{\varepsilon_{\perp}}{\varepsilon_{//}}$	ν	$\frac{3K-2G}{2(3K+G)}^{(1)}$	$\frac{\frac{1}{2}\left(\frac{V_p}{V_s}\right)^2 - 1}{\left(\frac{V_p}{V_s}\right)^2 - 1}$
Kompressionsmodul K	$\frac{\sigma_m}{\varepsilon_v}$	$\frac{E}{3(1-2\nu)}$	K	ρc^2
Ödometermodul M	$\frac{\sigma_z}{\varepsilon_z}$ för $\varepsilon_x = \varepsilon_y = 0$	$\frac{E(1-\nu)}{3(1+\nu)(1-2\nu)}$	$K + \frac{4}{3}G$	ρV_p^2
Skjuvmodul G	$\frac{\tau}{\gamma}$	$\frac{E}{2(1+\nu)}$	G	ρV_s^2

⁽¹⁾ Ej härlett i denna bilaga, från Santamarina (2001).

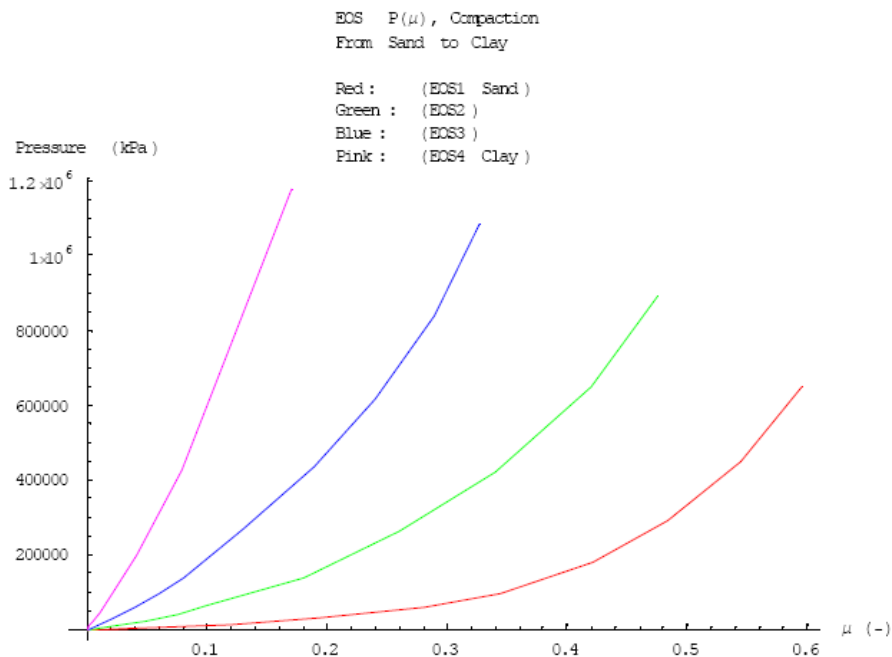
Bilaga E Modellerad jordsammansättning

Framtagande av jordparametrar

För att skapa variation i EOS användes två ytterligheter, den ena EOS:en var Sjöbosand, se Laine och Sandvik (2001), här nämnd som EOS1 och den andra var för våt vattenmättad lera benämnd EOS4.

För att ta fram den plastiska kompakteringskurvan användes de två ytterligheterna EOS1 och EOS4 och två ytterligare EOS2 och EOS3 skapades med hjälp av linjär skalning. I figur (E:a) visas trycket som funktion av kompression $P(\mu)$ för de fyra olika EOS:erna. Kompression definieras som

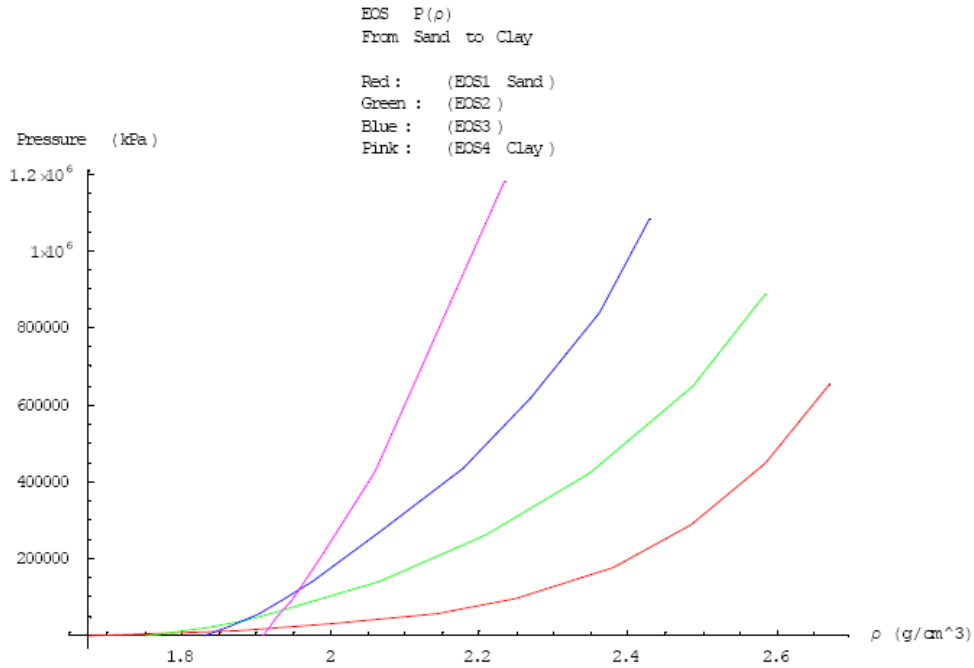
$$\mu = \frac{\rho}{\rho_0} - 1 \quad (\text{E:a})$$



Figur E:a. EOS för de olika jordsammansättningarna, tryck som funktion av kompression $P(\mu)$.

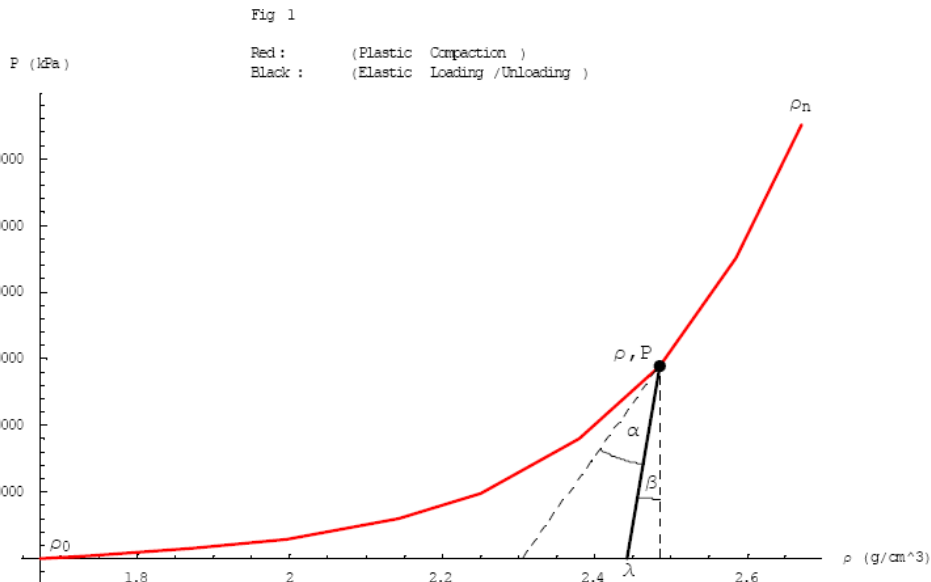
Därefter fördes EOS kurvorna tillbaka till att beskrivas som tryck som funktion av densitet $P(\rho)$ vilket visas i figur (E:b). Detta för att passa inmatningssättet för Autodyn's EOS-modell: Compaction.

Markstövåg



Figur E.b. EOS för de olika jordsammansättningarna, tryck som funktion av densitet $P(\rho)$.

Den elastiska kompakteringen togs fram med vetskapen av att torr porös sand har väldigt brant elastisk av- och pålastning i jämförelse med vattenmättad sand och fullt vattenmättad lera. Detta fysikaliska beteende låg till grund hur den elastiska tryckvågen c skalades för de olika jordsammansättningarna. Figur (E:c) illustrerar hur elastisk avlastning sker från den plastiska kurvan.



Figur E.c. EOS1, röd linje plastisk kompakteringskurva, svart linje exempel på elastisk avlastning från tryck P och densitet ρ .

Tryckvågen c relateras till tryck och densitet enligt följande uttryck i EOS-modellen

$$c(\lambda)^2 = \frac{P}{\rho - \lambda} \quad (\text{E:b})$$

Genom definition av följande två mellanliggande parametrar

$$\omega = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \quad (\text{E:c})$$

och

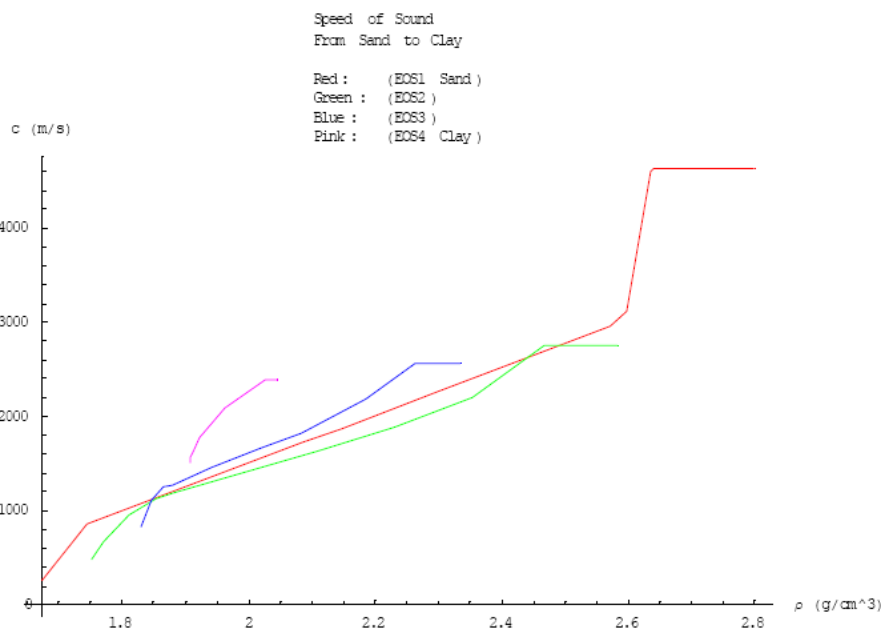
$$\rho_b = \frac{\rho - \rho_0}{\rho_n - \rho_0} \quad (\text{E:d})$$

får vi fram relationen $\omega_i(\rho_b)$ för EOS1-Sjöbo sand. Om vi nu introducerar skalningsfaktorn s_i för EOS_i så kan vi ta fram tryckvågshastigheten c för EOS2-EOS4 genom

$$\omega_i = s_i \omega_1(\rho_b) \quad (\text{E:e})$$

där $i = 2,3,4$, $s_2 = 1/3$, $s_3 = 2/3$ och $s_4 = 1/100$.

Figur (E:d) illustrerar de tryckvågshastigheter c som togs fram för EOS1-EOS4.



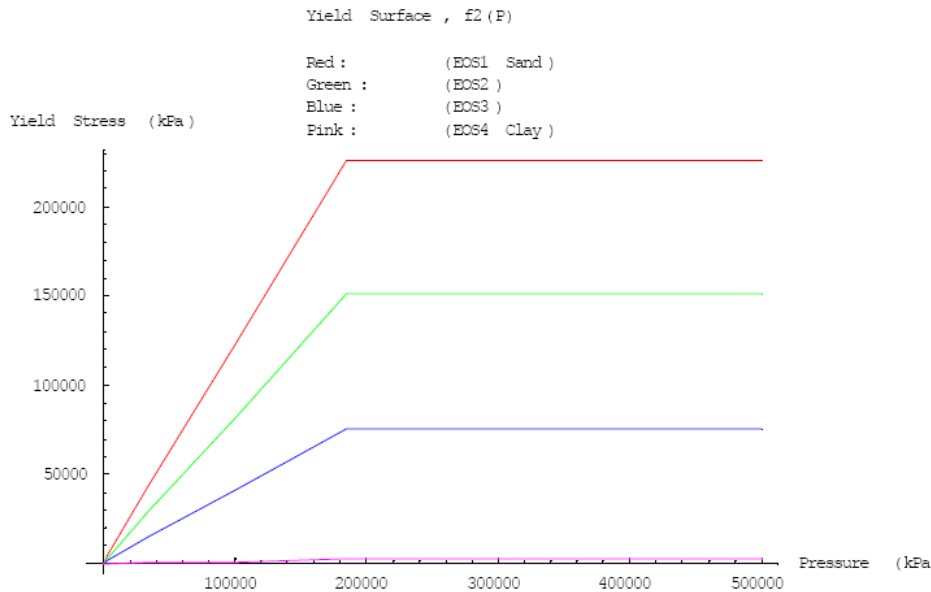
Figur E:d. Tryckvågshastighet c som funktion av densitet ρ . EOS1 – röd linje (torr sand), EOS2 – grön linje, EOS3-blå linje, EOS4 – rosa linje (våt lera).

Flytytspänningen som funktion av trycket skalades också med hjälp av tidigare definierade skalningsparametrar s_i enligt följande

$$\sqrt{3J_{2D,i}}(P) = s_i \sqrt{3J_{2D1}}(P) \quad (\text{E:e})$$

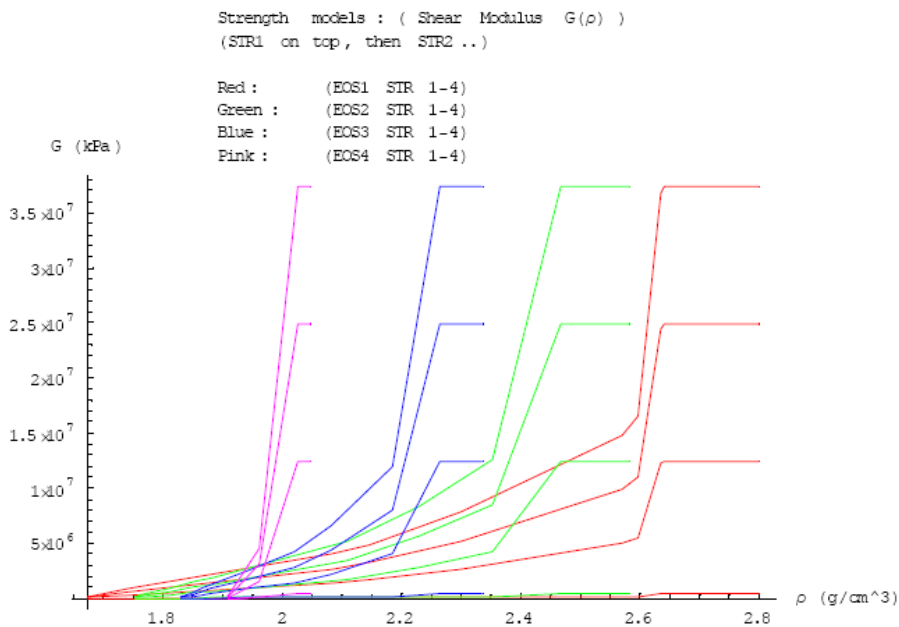
Markstövåg

där $i = 2,3,4$, $s_2 = 1/3$, $s_3 = 2/3$ och $s_4 = 1/100$. Flytytorna S1-S4 visas i Figur (E:e).



Figur E:e. Flytyta som funktion av tryck. S1 – röd linje (torr sand), S2 – grön linje, S3 – blå linje, S4-rosa linje (våt lera).

Skjuvmodulen måste kompenseras för att passa det aktuella densitetsspannet som varje EOS har. Därför behövs totalt 16 flytytsmodeller för att $G(\rho)$ ska bli korrekt, se figur (E:f). I tabell (E:a) återfinns de 16 olika jordsammansättningarna som användes i studien.



Figur E:f. Skjuvmodul som funktion av densitet. EOS1 – röda linjer (torr sand), EOS2 – gröna linjer, EOS3 – blåa linjer, EOS4 –rosa linjer (våt lera).

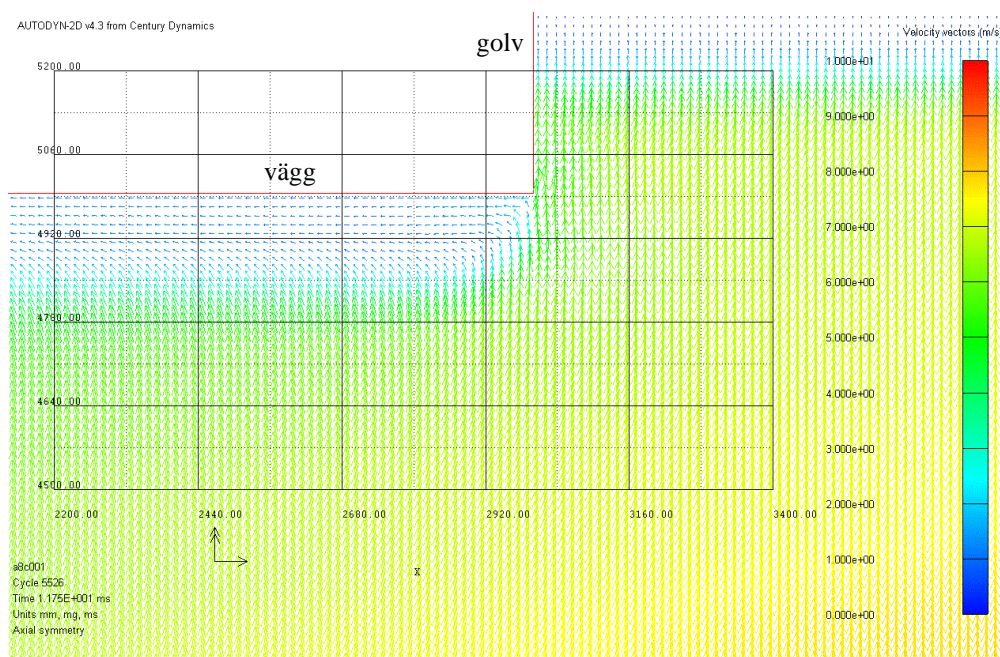
Markstövåg

Tabell E.a. 16 olika jordmaterialsammansättningar från torr sand till våt lera.

EOS	E1-S1	E1-S2	E1-S3	E1-S4	E2-S1	E2-S2	E2-S3	E2-S4	E3-S1	E3-S2	E3-S3	E3-S4	E4-S1	E4-S2	E4-S3	E4-S4
ρ_{ref} (g/cm ³)	2.641	2.641	2.641	2.641	2.467	2.467	2.467	2.467	2.264	2.264	2.264	2.264	2.027	2.027	2.027	2.027
ρ_{P1}	1.674	1.674	1.674	1.674	1.752	1.752	1.752	1.752	1.830	1.830	1.830	1.830	1.908	1.908	1.908	1.908
ρ_2	1.740	1.740	1.740	1.740	1.787	1.787	1.787	1.787	1.867	1.867	1.867	1.867	1.911	1.911	1.911	1.911
ρ_3	1.874	1.874	1.874	1.874	1.836	1.836	1.836	1.836	1.903	1.903	1.903	1.903	1.913	1.913	1.913	1.913
ρ_4	1.997	1.997	1.997	1.997	1.885	1.885	1.885	1.885	1.940	1.940	1.940	1.940	1.918	1.918	1.918	1.918
ρ_5	2.144	2.144	2.144	2.144	1.927	1.927	1.927	1.927	1.976	1.976	1.976	1.976	1.928	1.928	1.928	1.928
ρ_6	2.250	2.250	2.250	2.250	2.067	2.067	2.067	2.067	2.068	2.068	2.068	2.068	1.948	1.948	1.948	1.948
ρ_7	2.380	2.380	2.380	2.380	2.208	2.208	2.208	2.208	2.178	2.178	2.178	2.178	1.987	1.987	1.987	1.987
ρ_8	2.485	2.485	2.485	2.485	2.348	2.348	2.348	2.348	2.269	2.269	2.269	2.269	2.060	2.060	2.060	2.060
ρ_9	2.585	2.585	2.585	2.585	2.488	2.488	2.488	2.488	2.361	2.361	2.361	2.361	2.233	2.233	2.233	2.233
ρ_{10}	2.671	2.671	2.671	2.671	2.584	2.584	2.584	2.584	2.429	2.429	2.429	2.429	0.000	0.000	0.000	0.000
P_1 (kPa)	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
P_2	4.58E+03	4.58E+03	4.58E+03	4.58E+03	7.80E+03	7.80E+03	7.80E+03	7.80E+03	2.50E+04	2.50E+04	2.50E+04	2.50E+04	5.73E+03	5.73E+03	5.73E+03	5.73E+03
P_3	1.50E+04	1.50E+04	1.50E+04	1.50E+04	2.20E+04	2.20E+04	2.20E+04	2.20E+04	5.80E+04	5.80E+04	5.80E+04	5.80E+04	1.15E+04	1.15E+04	1.15E+04	1.15E+04
P_4	2.92E+04	2.92E+04	2.92E+04	2.92E+04	4.10E+04	4.10E+04	4.10E+04	4.10E+04	9.85E+04	9.85E+04	9.85E+04	9.85E+04	2.31E+04	2.31E+04	2.31E+04	2.31E+04
P_5	5.92E+04	5.92E+04	5.92E+04	5.92E+04	6.25E+04	6.25E+04	6.25E+04	6.25E+04	1.40E+05	1.40E+05	1.40E+05	1.40E+05	4.66E+04	4.66E+04	4.66E+04	4.66E+04
P_6	9.81E+04	9.81E+04	9.81E+04	9.81E+04	1.40E+05	1.40E+05	1.40E+05	1.40E+05	2.70E+05	2.70E+05	2.70E+05	2.70E+05	9.51E+04	9.51E+04	9.51E+04	9.51E+04
P_7	1.79E+05	1.79E+05	1.79E+05	1.79E+05	2.62E+05	2.62E+05	2.62E+05	2.62E+05	4.35E+05	4.35E+05	4.35E+05	4.35E+05	1.98E+05	1.98E+05	1.98E+05	1.98E+05
P_8	2.89E+05	2.89E+05	2.89E+05	2.89E+05	4.20E+05	4.20E+05	4.20E+05	4.20E+05	6.15E+05	6.15E+05	6.15E+05	6.15E+05	4.24E+05	4.24E+05	4.24E+05	4.24E+05
P_9	4.50E+05	4.50E+05	4.50E+05	4.50E+05	6.50E+05	6.50E+05	6.50E+05	6.50E+05	8.38E+05	8.38E+05	8.38E+05	8.38E+05	1.18E+06	1.18E+06	1.18E+06	1.18E+06
P_{10}	6.51E+05	6.51E+05	6.51E+05	6.51E+05	8.90E+05	8.90E+05	8.90E+05	8.90E+05	1.09E+06	1.09E+06	1.09E+06	1.09E+06	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
ρ_{c1} (g/cm ³)	1.674	1.674	1.674	1.674	1.752	1.752	1.752	1.752	1.830	1.830	1.830	1.830	1.908	1.908	1.908	1.908
ρ_{c2}	1.746	1.746	1.746	1.746	1.770	1.770	1.770	1.770	1.846	1.846	1.846	1.846	1.908	1.908	1.908	1.908
ρ_{c3}	2.086	2.086	2.086	2.086	1.812	1.812	1.812	1.812	1.866	1.866	1.866	1.866	1.908	1.908	1.908	1.908
ρ_{c4}	2.147	2.147	2.147	2.147	1.853	1.853	1.853	1.853	1.879	1.879	1.879	1.879	1.908	1.908	1.908	1.908
ρ_{c5}	2.300	2.300	2.300	2.300	1.883	1.883	1.883	1.883	1.942	1.942	1.942	1.942	1.909	1.909	1.909	1.909
ρ_{c6}	2.572	2.572	2.572	2.572	2.109	2.109	2.109	2.109	2.020	2.020	2.020	2.020	1.913	1.913	1.913	1.913
ρ_{c7}	2.598	2.598	2.598	2.598	2.230	2.230	2.230	2.230	2.084	2.084	2.084	2.084	1.923	1.923	1.923	1.923
ρ_{c8}	2.635	2.635	2.635	2.635	2.354	2.354	2.354	2.354	2.185	2.185	2.185	2.185	1.963	1.963	1.963	1.963
ρ_{c9}	2.641	2.641	2.641	2.641	2.467	2.467	2.467	2.467	2.264	2.264	2.264	2.264	2.027	2.027	2.027	2.027
ρ_{c10}	2.800	2.800	2.800	2.800	2.584	2.584	2.584	2.584	2.336	2.336	2.336	2.336	2.046	2.046	2.046	2.046
c_1 (m/s)	265.2	265.2	265.2	265.2	472.8	472.8	472.8	472.8	827.4	827.4	827.4	827.4	1499.9	1499.9	1499.9	1499.9
c_2	852.1	852.1	852.1	852.1	676.3	676.3	676.3	676.3	1107.8	1107.8	1107.8	1107.8	1505.8	1505.8	1505.8	1505.8
c_3	1721.7	1721.7	1721.7	1721.7	960.8	960.8	960.8	960.8	1251.2	1251.2	1251.2	1251.2	1515.2	1515.2	1515.2	1515.2
c_4	1875.5	1875.5	1875.5	1875.5	1126.7	1126.7	1126.7	1126.7	1274.5	1274.5	1274.5	1274.5	1533.2	1533.2	1533.2	1533.2
c_5	2264.8	2264.8	2264.8	2264.8	1188.0	1188.0	1188.0	1188.0	1464.1	1464.1	1464.1	1464.1	1569.4	1569.4	1569.4	1569.4
c_6	2956.1	2956.1	2956.1	2956.1	1632.0	1632.0	1632.0	1632.0	1658.6	1658.6	1658.6	1658.6	1636.4	1636.4	1636.4	1636.4
c_7	3112.2	3112.2	3112.2	3112.2	1892.4	1892.4	1892.4	1892.4	1822.9	1822.9	1822.9	1822.9	1768.5	1768.5	1768.5	1768.5
c_8	4600.0	4600.0	4600.0	4600.0	2201.7	2201.7	2201.7	2201.7	2182.5	2182.5	2182.5	2182.5	2095.2	2095.2	2095.2	2095.2
c_9	4634.0	4634.0	4634.0	4634.0	2753.4	2753.4	2753.4	2753.4	2563.4	2563.4	2563.4	2563.4	2388.5	2388.5	2388.5	2388.5
c_{10}	4634.0	4634.0	4634.0	4634.0	2753.4	2753.4	2753.4	2753.4	2563.4	2563.4	2563.4	2563.4	2388.5	2388.5	2388.5	2388.5
$P_{\sigma_{s1}}$ (kPa)	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
$P_{\sigma_{s2}}$	3.40E+03	3.40E+03	3.40E+03	3.40E+03	3.40E+03	3.40E+03	3.40E+03	3.40E+03	3.40E+03	3.40E+03	3.40E+03	3.40E+03	3.40E+03	3.40E+03	3.40E+03	3.40E+03
$P_{\sigma_{s3}}$	3.49E+04	3.49E+04	3.49E+04	3.49E+04	3.49E+04	3.49E+04	3.49E+04	3.49E+04	3.49E+04	3.49E+04	3.49E+04	3.49E+04	3.49E+04	3.49E+04	3.49E+04	3.49E+04
$P_{\sigma_{s4}}$	1.01E+05	1.01E+05	1.01E+05	1.01E+05	1.01E+05	1.01E+05	1.01E+05	1.01E+05	1.01E+05	1.01E+05	1.01E+05	1.01E+05	1.01E+05	1.01E+05	1.01E+05	1.01E+05
$P_{\sigma_{s5}}$	1.85E+05	1.85E+05	1.85E+05	1.85E+05	1.85E+05	1.85E+05	1.85E+05	1.85E+05	1.85E+05	1.85E+05	1.85E+05	1.85E+05	1.85E+05	1.85E+05	1.85E+05	1.85E+05
$P_{\sigma_{s6}}$	5.00E+05	5.00E+05	5.00E+05	5.00E+05	5.00E+05	5.00E+05	5.00E+05	5.00E+05	5.00E+05	5.00E+05	5.00E+05	5.00E+05	5.00E+05	5.00E+05	5.00E+05	5.00E+05
$P_{\sigma_{s7}}$	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
$P_{\sigma_{s8}}$	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
$P_{\sigma_{s9}}$	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
$P_{\sigma_{s10}}$	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
σ_{s1} (kPa)	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
σ_{s2}	4.24E+03	2.82E+03	1.41E+03	4.24E+01	4.24E+03	2.82E+03	1.41E+03	4.24E+01	4.24E+03	2.82E+03	1.41E+03	4.24E+01	4.24E+03	2.82E+03	1.41E+03	4.24E+01
σ_{s3}	4.47E+04	2.98E+04	1.49E+04	4.47E+02	4.47E+04	2.98E+04	1.49E+04	4.47E+02	4.47E+04	2.98E+04	1.49E+04	4.47E+02	4.47E+04	2.98E+04	1.49E+04	4.47E+02
σ_{s4}	1.24E+05	8.27E+04	4.13E+04	1.24E+03	1.24E+05	8.27E+04	4.13E+04	1.24E+03	1.24E+05	8.27E+04	4.13E+04	1.24				

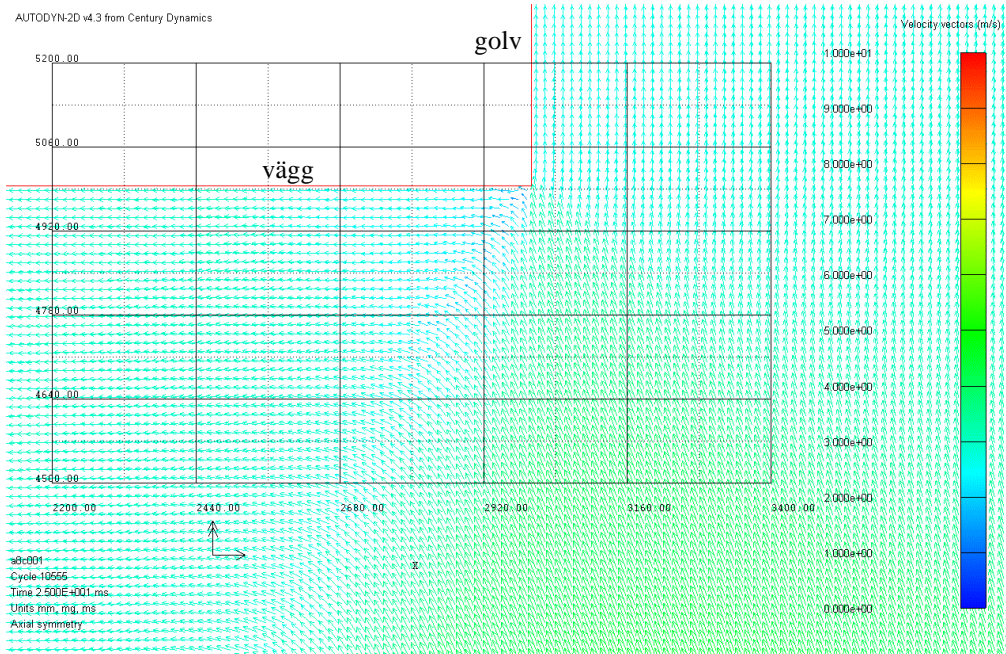
Bilaga F Hastighetsfält hos jord

I figurerna (F:a)-(F:h) redovisas hastighetsfälten hos jorden för olika sammansättningar som beskrivs i kapitel 8. Lägg märke till hur hastigheten hos jorden nära väggen byter riktning när hållfastheten sjunker från E1-S3 till E1-S4, se figur (F:f) och figur (F:h). Samt hur det börjar bildas kraftig diffraktion på golvsidan runt hörnet när skjuvhållfastheten är lika låg som E1-S4, se figur (F:h).

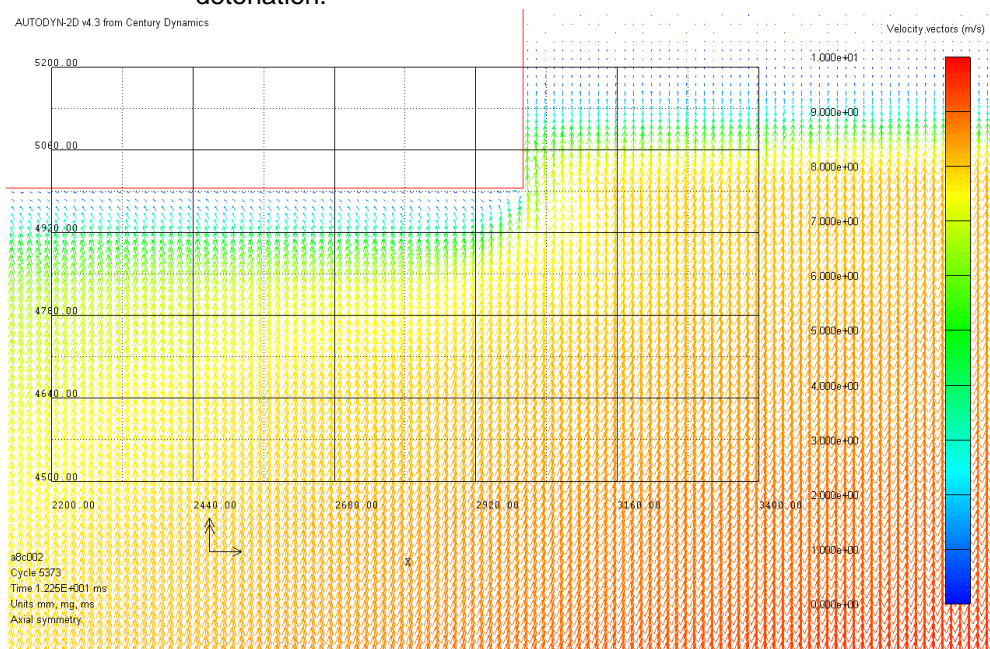


Figur F.a. Hastighetsfält hos jordsammansättning E1-S1 vid tiden 12 ms efter detonation.

Markstövåg

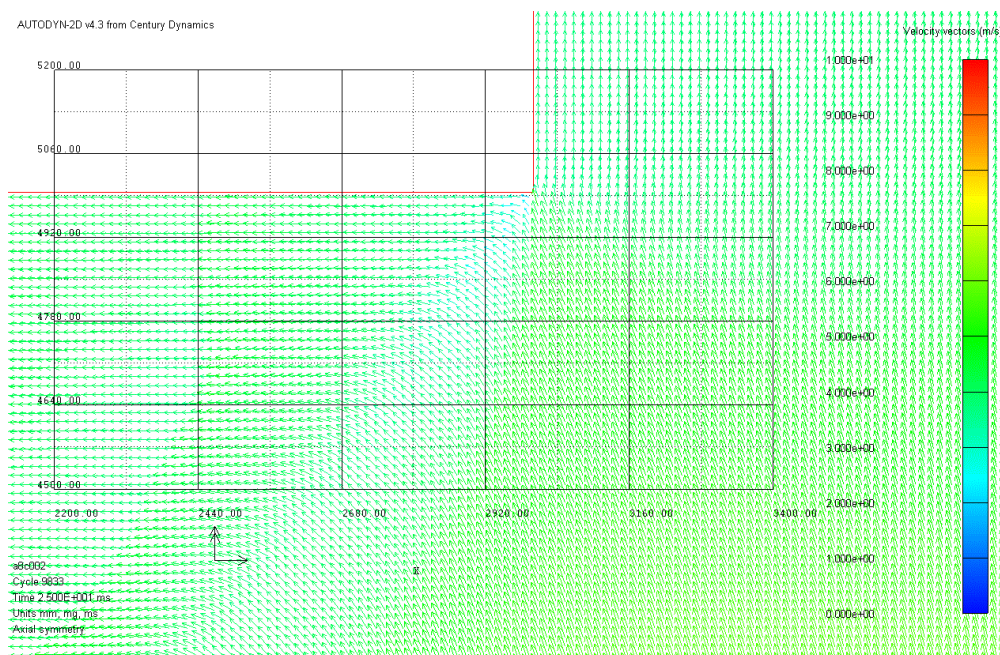


Figur F.b. Hastighetsfält hos jordsammansättning E1-S1 vid tiden 25 ms efter detonation.

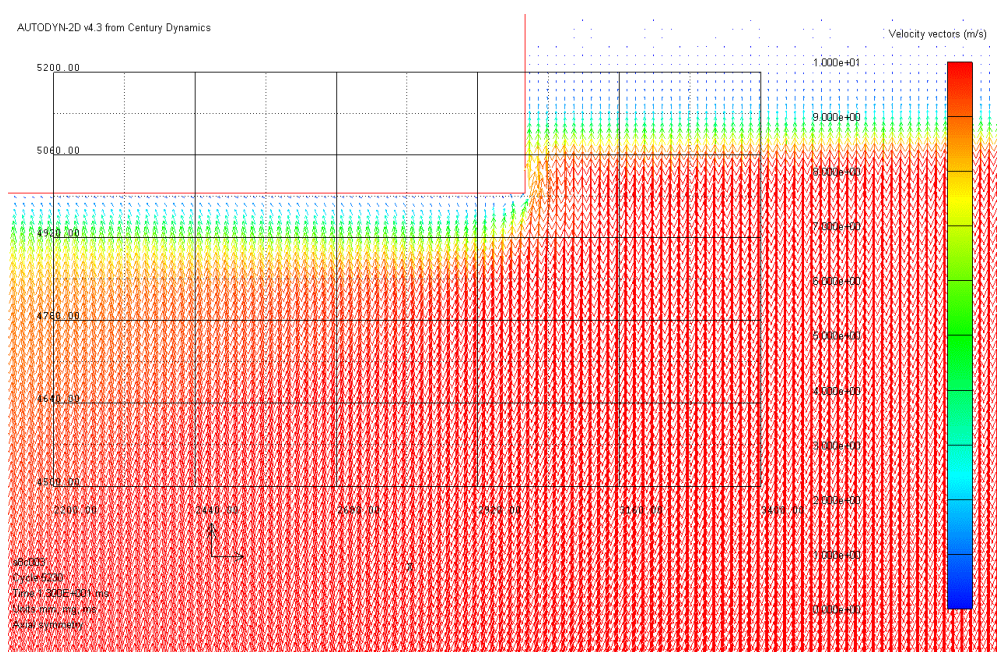


Figur F.c. Hastighetsfält hos jordsammansättning E1-S2 vid tiden 12 ms efter detonation.

Markstövåg

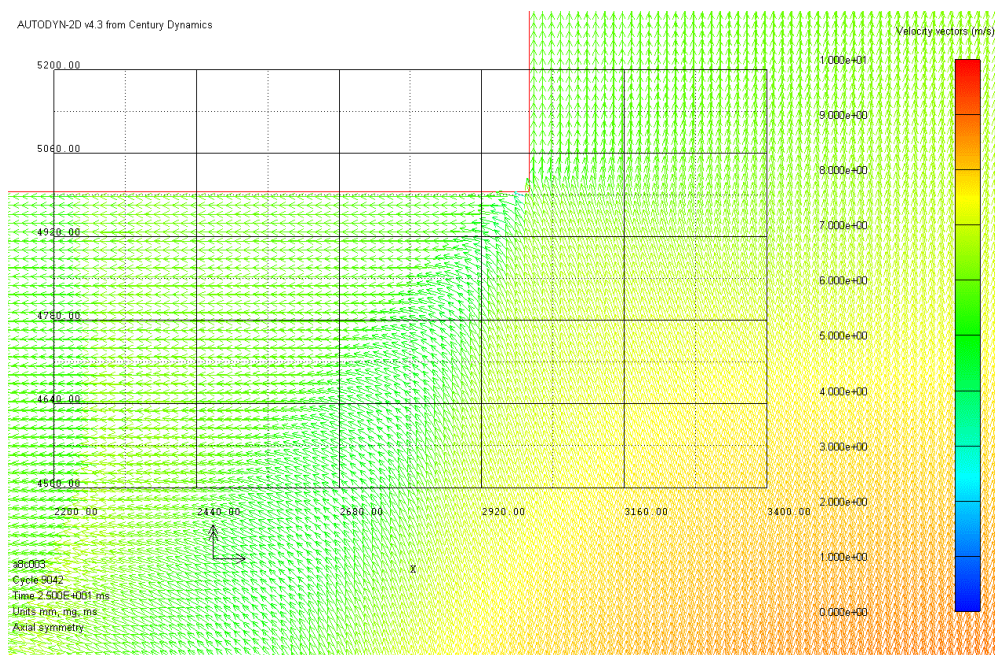


Figur F:d. Hastighetsfält hos jordsammansättning *E1-S2* vid tiden 25 ms efter detonation.

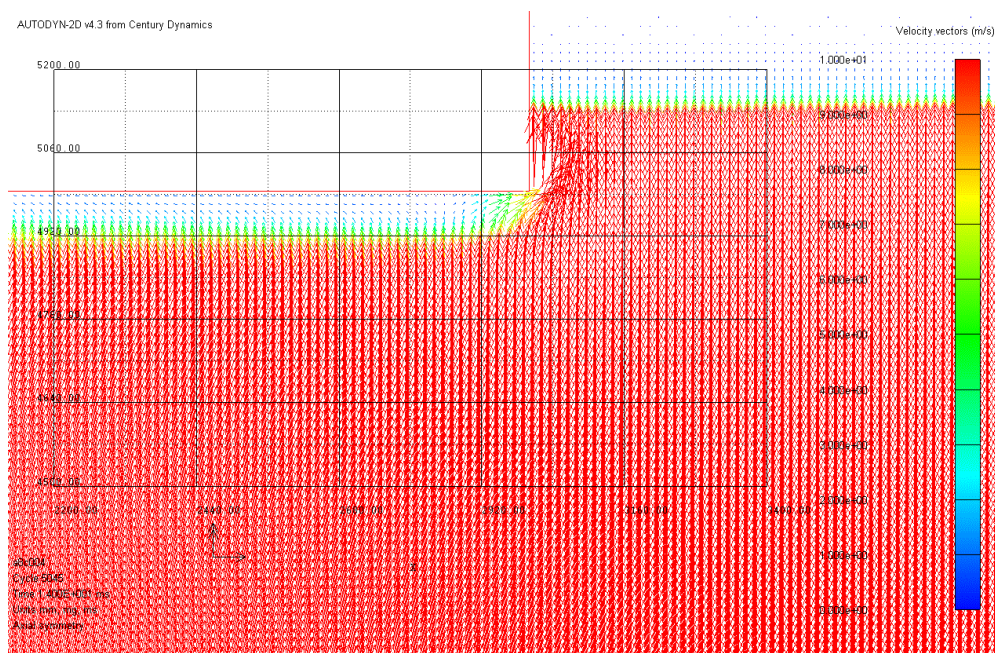


Figur F:e. Hastighetsfält hos jordsammansättning *E1-S3* vid tiden 13 ms efter detonation.

Markstöt våg



Figur F.f. Hastighetsfält hos jordsammansättning E1-S3 vid tiden 25 ms efter detonation.



Figur F.g. Hastighetsfält hos jordsammansättning E1-S4 vid tiden 14 ms efter detonation.

Bilaga G Framtagning av dynamiskt spännings-töjningssamband enligt Lampson (1946)

En plan stötståg av godtycklig form kommer att propagera utan formändring om spännings-töjningssambandet för materialet är en rät linje. Om spännings-töjningssambandet är olinjärt, kommer stötstågen bete sig annorlunda och kontinuerligt ändra form. Om spännings-töjningssambandet är konkavt nedåt, såsom det ofta är fallet för jordmaterial enligt Lampson (1946), vilket då betyder att små tryckspänningar kommer att propageras snabbare än högre tryckspänningar hos stötstågen. Detta gäller inte vid kraftig stötståg jämför med kapitel 3:26 som illustrerar motsatsen med numeriskt exempel

För en specifik spänning σ kan tillhörande stötståghastighet beskrivas av

$$V(\sigma) = \sqrt{\frac{1}{\rho} \frac{d\sigma}{d\varepsilon}} \quad (\text{G:a})$$

där ρ är densiteten hos jordmaterialet och $d\sigma/d\varepsilon$ är lutningen hos spännings-töjningskurvan vid den specifika spänningen σ . Om våghastigheten mäts vid olika tryckspänningsnivåer, är det möjligt att beräkna lutningen hos spännings-töjningssambandet vid de aktuella spänningsnivåerna. Sedan med hjälp av integration kan det bakomliggande spännings-töjningssambandet tas fram till största tryckspänningen hos vågen.

I experimenten mättes trycket som funktion av tid på flera avstånd i samband med filmning av propageringen av stötstågen i jorden. Detta gav tillräcklig information för att härleda spännings-töjningssambandet. Från experimenten fann Lampson (1946) ett empiriskt samband hos våghastigheten som stämde både för på- och avlastningsvågen

$$V(\sigma) = a \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^{-n} \quad (\text{G:b})$$

där σ_0 är en godtycklig spänningsnivå som kan antas vara till exempel 1 lb/in^2 (6,895 kPa). För de studerade experimenten visade det sig att pålastningskurvans hastighet kunde beskrivas med $n = 1/6$ och avlastningskurvans hastighet med $n = -1/2$. För att studera hur bra dessa empiriska samband beskriver hastigheten hos stötstågen som funktion av spänning så har de experimentella värdena återskapats. Detta utfördes genom att läsa ur punkter från given dynamiskt mätt spännings-töjningskurva för en omättad siltig lera, figur 1 i Lampson (1946), och punktvis studera lutningen och

därmed räkna ut våghastigheten hos på- och avlastningskurva med hjälp av ekvation (G:a). Lampons originalfigur är återgiven i figur G:a.

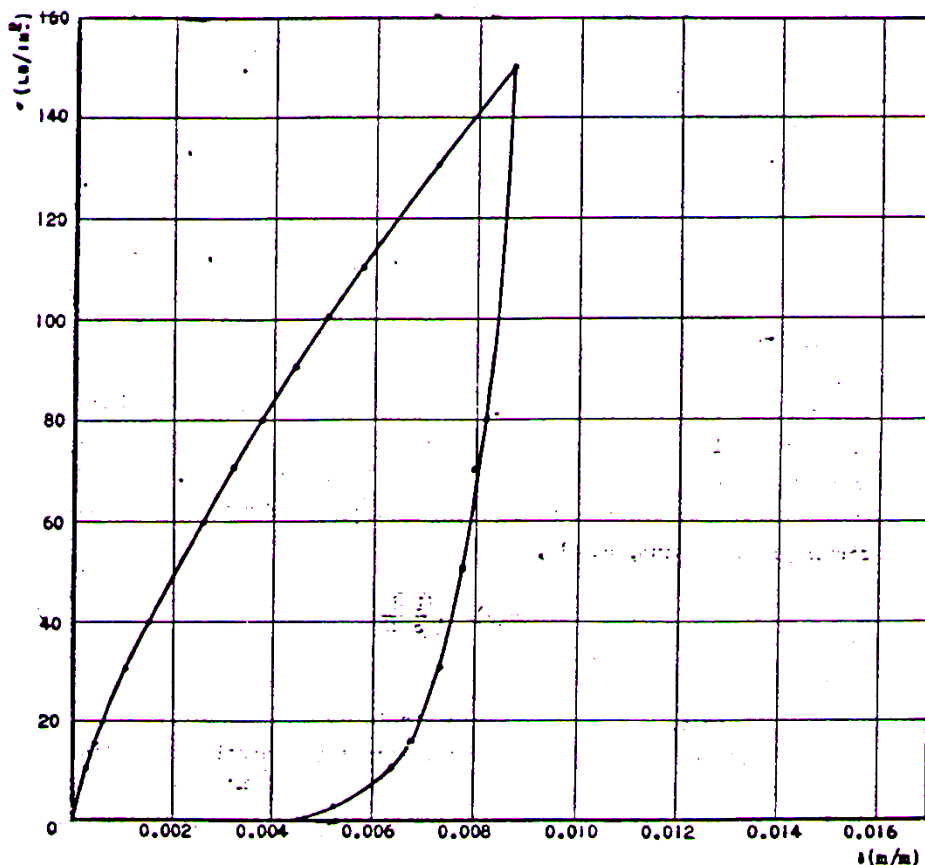


FIG. 1. EXPERIMENTAL DYNAMIC STRESS-STRAIN CURVE FOR FREE EARTH (SILTY CLAY). CORRECTED FOR SPHERICAL SPREADING.

$$E_s = \text{SECANT MODULUS AT } 150 \text{ LB/IN}^2 = 17,000$$

$$E_t = \text{TANGENT MODULUS AT } 0 \text{ LB/IN}^2 = 55,800$$

$$k = \text{SOIL CONSTANT} = 3400$$

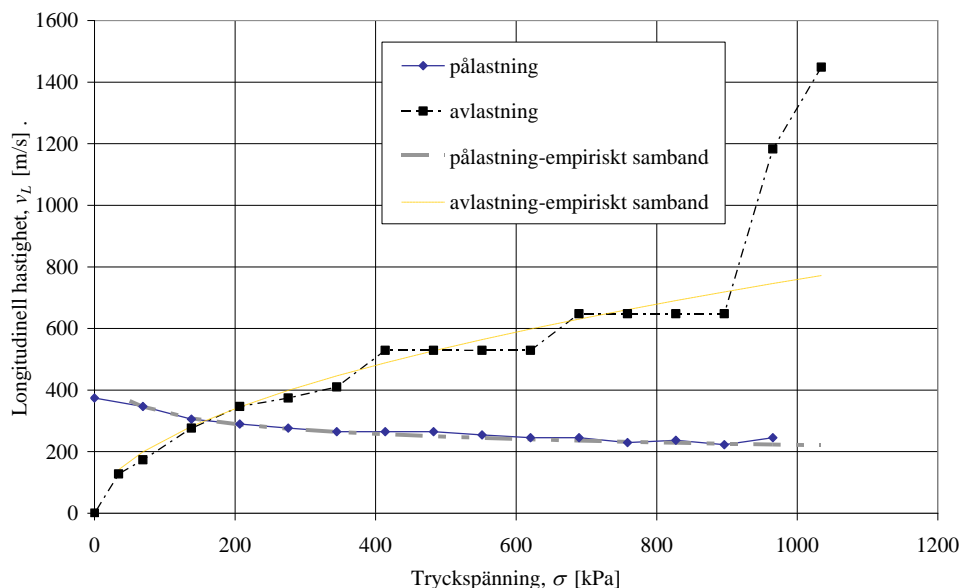
$$\frac{E_s}{k} = 5.0$$

$$\frac{E_t}{k} = 16.4$$

Figur G:a. Experimentellt framtagen dynamiskt spännings-töjnings samband. Figur 1 i Lampon (1946).

Densiteten antogs vara den medeldensitet som ges i tabell 9:22G för siltig lera, vilket i SI enheter är 1692 kg/m^3 . figur G:b redovisar både återskapade hastigheter och jämförelse med Lampon föreslagna empiriska samband.

Om det empiriska sambandet för hastighet som funktion av spänning som föreslås av Lampon jämförs med experiment så syns det att ekvation (G:b) väl beskriver våghastigheten för pålastningen för tryck över 50 kPa. För avlastningen beskrivs våghastigheten väl för tryck under 900 kPa. Det empiriska sambandet kan dock inte användas för att beskriva den branta ökningen i våghastighet för avlastning med tryck över 900 kPa.



Figur G:b. Återskapade experimentella våghastigheter hos på- och avlastningsvåg från figur 1 Lampson (1946). Jämförelse med empiriska samband, ekvation (G:b) med konstanterna $a = 700$, $n = 1/6$, och $\sigma_0 = 1$ för pålastning och $b = 24$, $n = -1/2$, och $\sigma_0 = 1$ för avlastning.

Korrigerad hastighet för om experimenten utfördes med sfärisk spridning istället för plan spridning utfördes med följande ekvation

$$V_s = V_m \left(\frac{\frac{r_2}{r_1} - 1}{\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^{1-n} - 1} \right), \quad (\text{G:b})$$

där V_s är korrigerad hastighet vid trycknivå σ , V_m är mätt hastighet vid trycknivå σ , r_2 är ett godtyckligt avstånd men är inte längre ifrån än var max tryckspänning hos vågen inte är högre än σ . Avståndet r_1 är initieellt avstånd var första mätningen är utförd. Slutligen är n exponenten hos hastighets-spänningssambandet där storleken hos n var experimentellt framtagen, se ekvation (G:b).

Om korrektionen enligt ekvation (G:b) behövs kan de korrigerade på- och avlastningshastigheterna beskrivas enligt

$$v(\sigma) = a \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^{-n} \quad (\text{G:c})$$

vid pålastning och

$$v(\sigma) = b \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^{-n} \quad (\text{G:d})$$

vid avlastning.

Konstanterna sattes till $a = 700$, $\sigma_0 = 1$ kPa, och $n = 1/6$ för att jämföra pålastning med experimentella värden. Vid avlastningen sattes de till $b = 24$, $\sigma_0 = 1$ kPa, $n = -1/2$, se figur (G:b).

Härefter följer Lampons härledning av sambanden mellan spänning och töjning för på- och avlastning. Från ekvation (G:a) ges

$$v^2 = \frac{1}{\rho} \frac{d\sigma}{d\varepsilon} \quad (\text{G:e})$$

Hastigheten i kvadrat kan också beskrivas med hjälp av ekvation (G:c) vilket ger

$$v^2 = a^2 \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^{-2n} \quad (\text{G:f})$$

vid pålastning. Om nu ekvationerna (G:e) och (G:f) sättes lika fås

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\sigma}{d\varepsilon} = a^2 \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^{-2n} \Leftrightarrow \frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \rho a^2 \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^{-2n} \quad (\text{G:g})$$

För pålastningskurva med $n = 1/6$ fås integralen

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \rho a^2 \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^{-2\frac{1}{6}} \Rightarrow \varepsilon = \frac{1}{\rho a^2 \sigma_0^{\frac{1}{3}}} \int_0^{\sigma} \sigma^{\frac{1}{3}} d\sigma \quad (\text{G:h})$$

vilket reduceras till

$$\varepsilon = \frac{3}{\rho a^2 \sigma_0^{\frac{1}{3}}} \sigma^{\frac{4}{3}} \quad (\text{G:i})$$

för pålastningskurvan. För avlastningskurvan med $n = -1/2$ och konstanten a ändras till b i ekvation (G:g) fås

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\sigma}{d\varepsilon} = b^2 \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^{-2\frac{-1}{2}} \Leftrightarrow \frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \rho b^2 \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^1 \Leftrightarrow d\varepsilon = \frac{\sigma_0}{\rho b^2} \frac{1}{\sigma} d\sigma \quad (\text{G:j})$$

Ekvation (G:j) ger integralerna

$$\int_{\varepsilon}^{\varepsilon_m} d\varepsilon = \frac{\sigma_0}{\rho b^2} \int_{\sigma}^{\sigma_m} \frac{1}{\sigma} d\sigma \quad (\text{G:k})$$

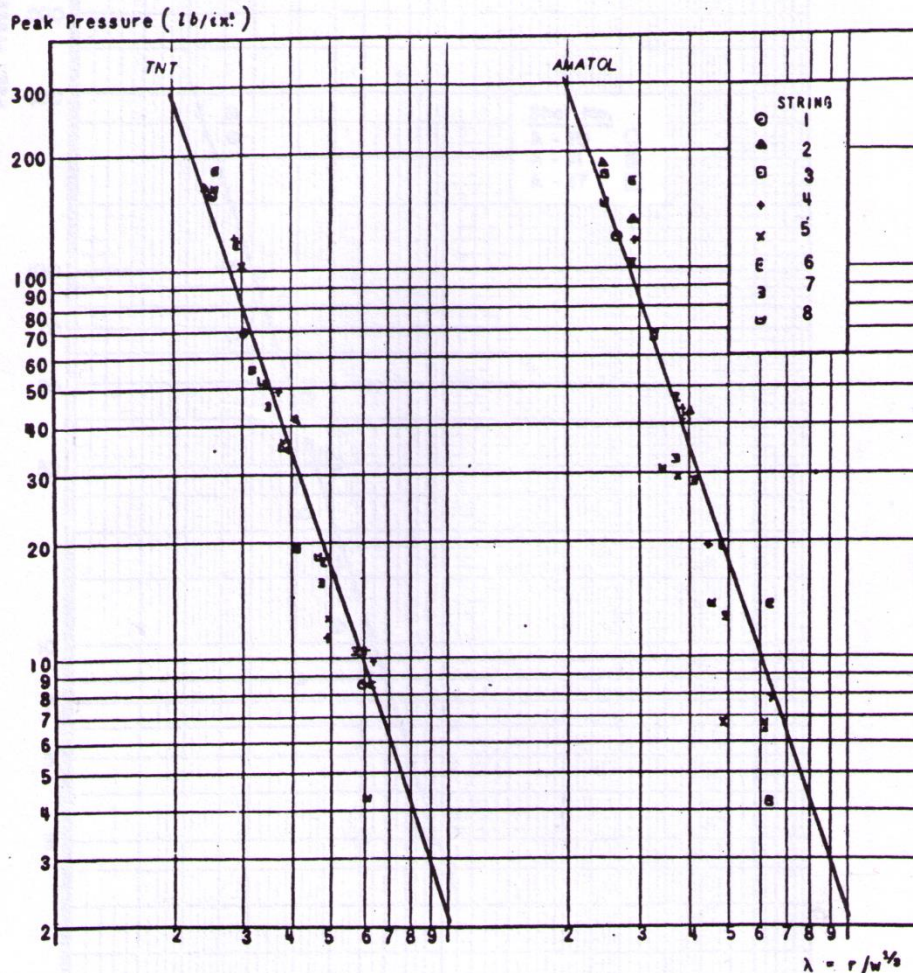
Vilket reduceras till

$$\varepsilon = \varepsilon_m - \frac{\sigma_0}{\rho b^2} \ln\left(\frac{\sigma_m}{\sigma}\right) \quad (\text{G:m})$$

Med hjälp ekvationerna (G:i) och (G:m) kunde därmed Lampson härleda spännings-töjningssambandet såsom i figur (G:a).

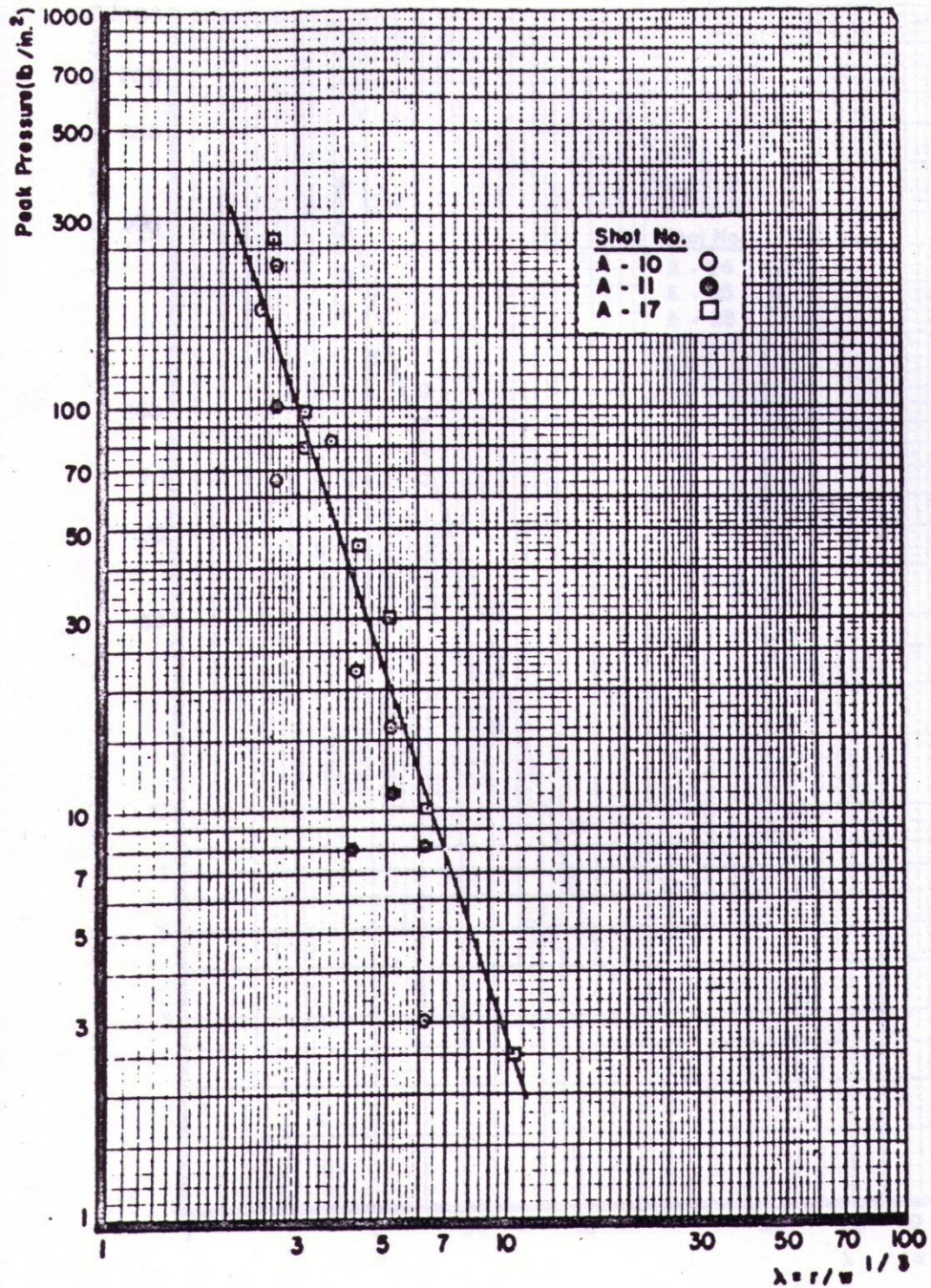
Bilaga H Lampsons (1946) resonemang kring framtagandet av empiriska samband

De empiriska ekvationerna för markstöt vågens maxtryck och impuls tas fram från experimentella resultat. figur H:a-H:c redovisar hur maxtryck varierar som funktion av skalat laddningsavstånd för utvalda experiment från Lampson (1946). På liknande sätt fås en känsla för hur impulsen per areaenhet varierar som funktion av skalat laddningsavstånd för olika laddningar och platser, se figur H:d-H:f. I figurerna H:g-H:i redovisas hur partikelhastighet varierar för skalat laddningsavstånd för ett par utvalda laddningar i siltig lera. I figur H:j-H:k redovisas maximal acceleration i horisontal- och vertikalled för ett par utvalda laddningar i siltig lera. Slutligen redovisas i figur H:l-H:m maximal deformation i horisontal- och vertikalled för ett par utvalda laddningar i siltig lera



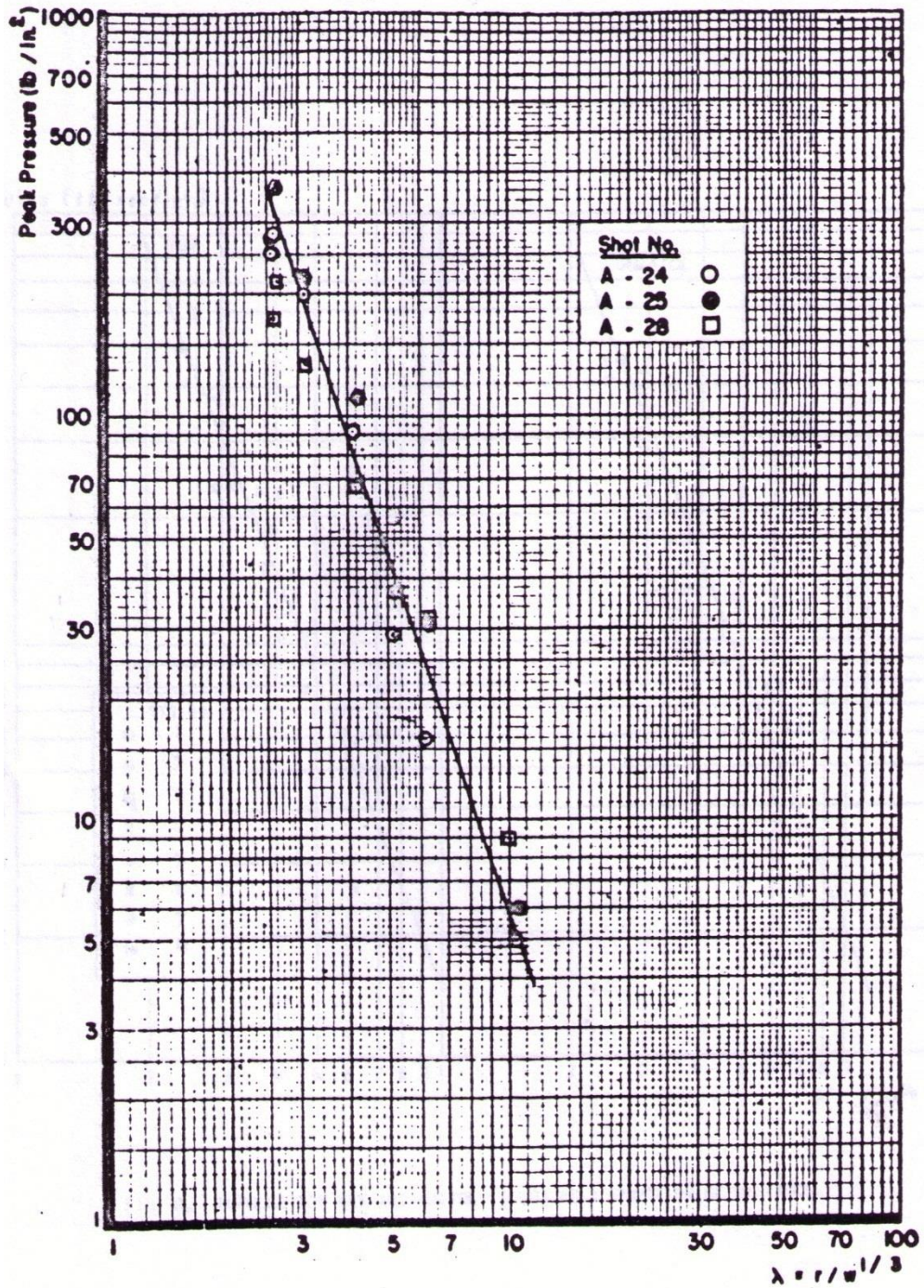
Figur H:a. Experimentella resultat för 0,5 lb TNT och AMATOL utförda i Princeton, jordtyp lerig silt, maxtryck P_0 [lb/in²] som funktion av skalat laddningsavstånd λ [ft/lb^{1/3}]. Från Lampson (1946).

Markstöt våg

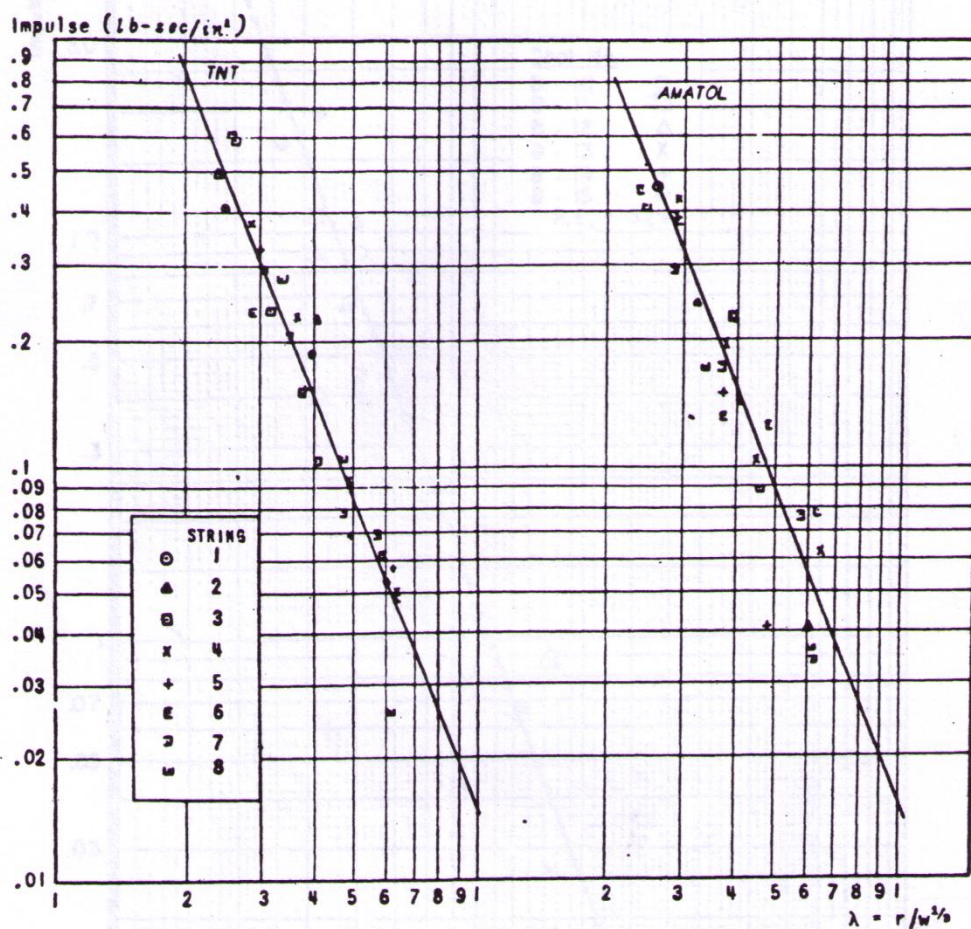


Figur H:b. Experimentella resultat för 64 lb TNT utförda i Camp Gruber, Oklahoma, jordtyp siltig lera, maxtryck P_0 [lb/in²] som funktion av skalat laddningsavstånd λ [ft/lb^{1/3}]. Från Lampson (1946).

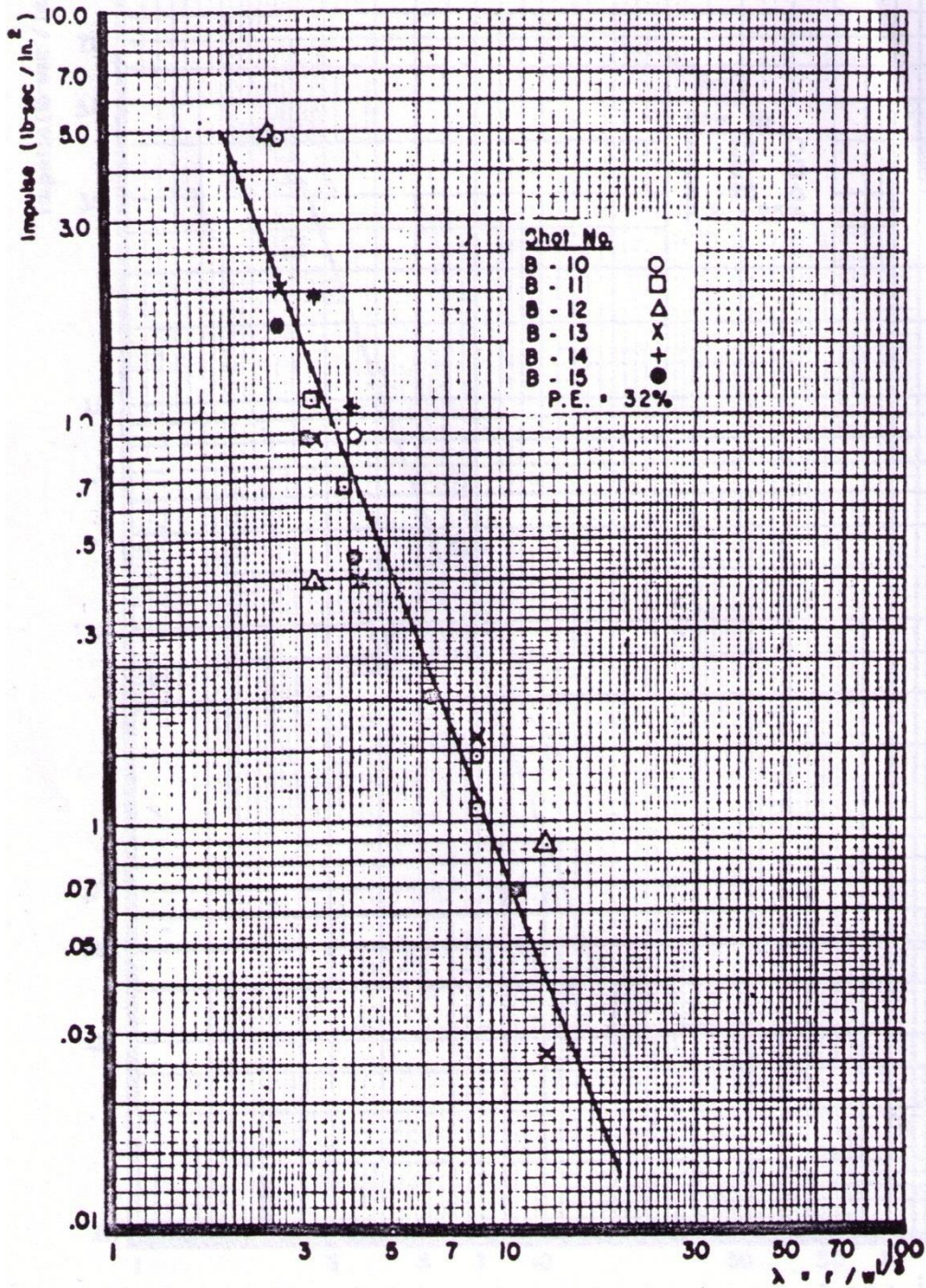
Markstövåg



Figur H:c. Experimentella resultat för 1000 lb TNT utförda i Camp Gruber, Oklahoma, jordtyp siltig lera, maxtryck P_0 [lb/in²] som funktion av skalat laddningsavstånd λ [ft/lb^{1/3}]. Från Lampson (1946).

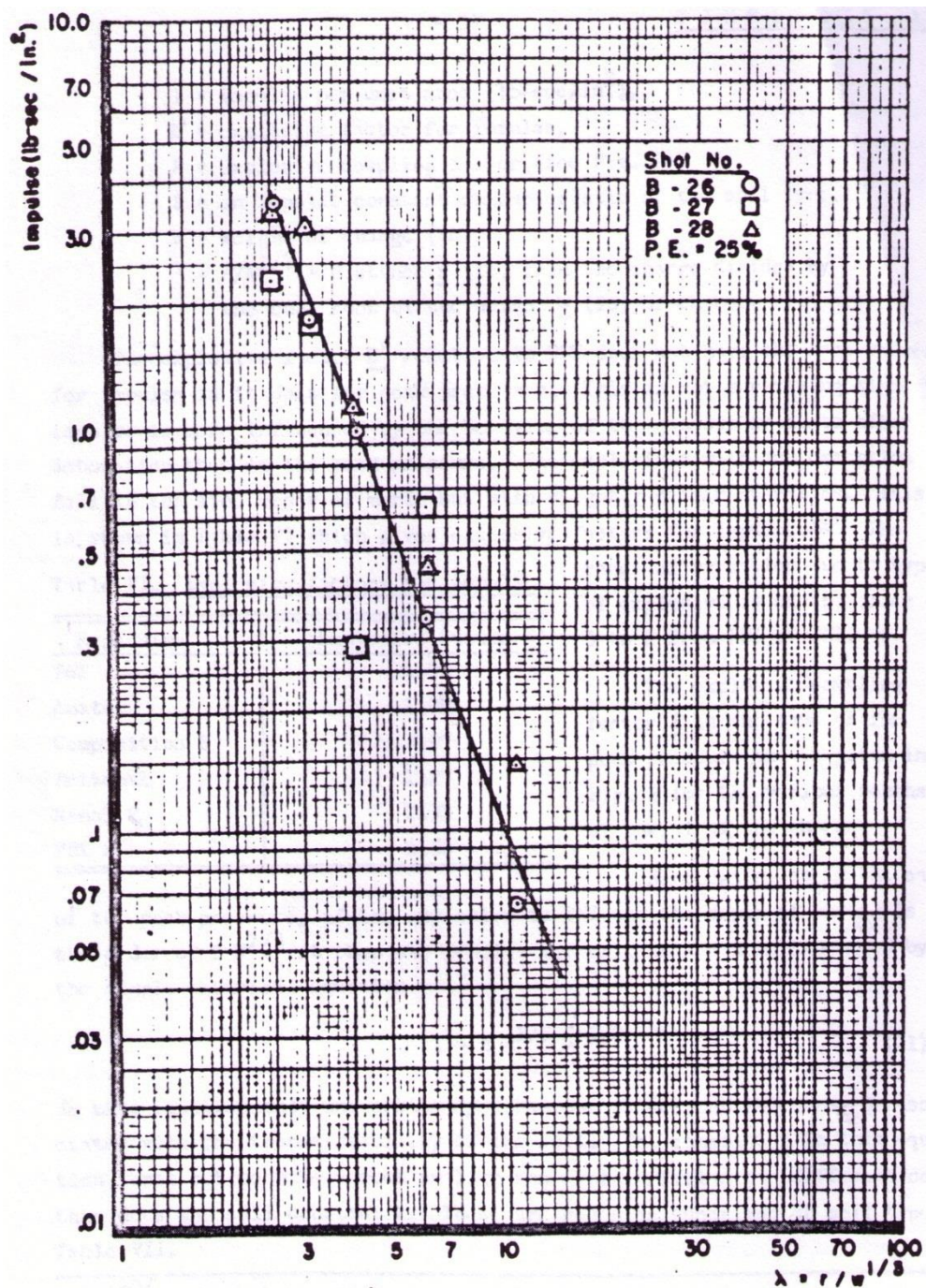


Figur H:d. Experimentella resultat för 0,5 lb TNT och AMATOL utförda i Princeton, jordtyp lerig silt, impuls per areaenhet i [lb-s/in²] som funktion av skalat laddningsavstånd λ [ft/lb^{1/3}]. Från Lampson (1946).

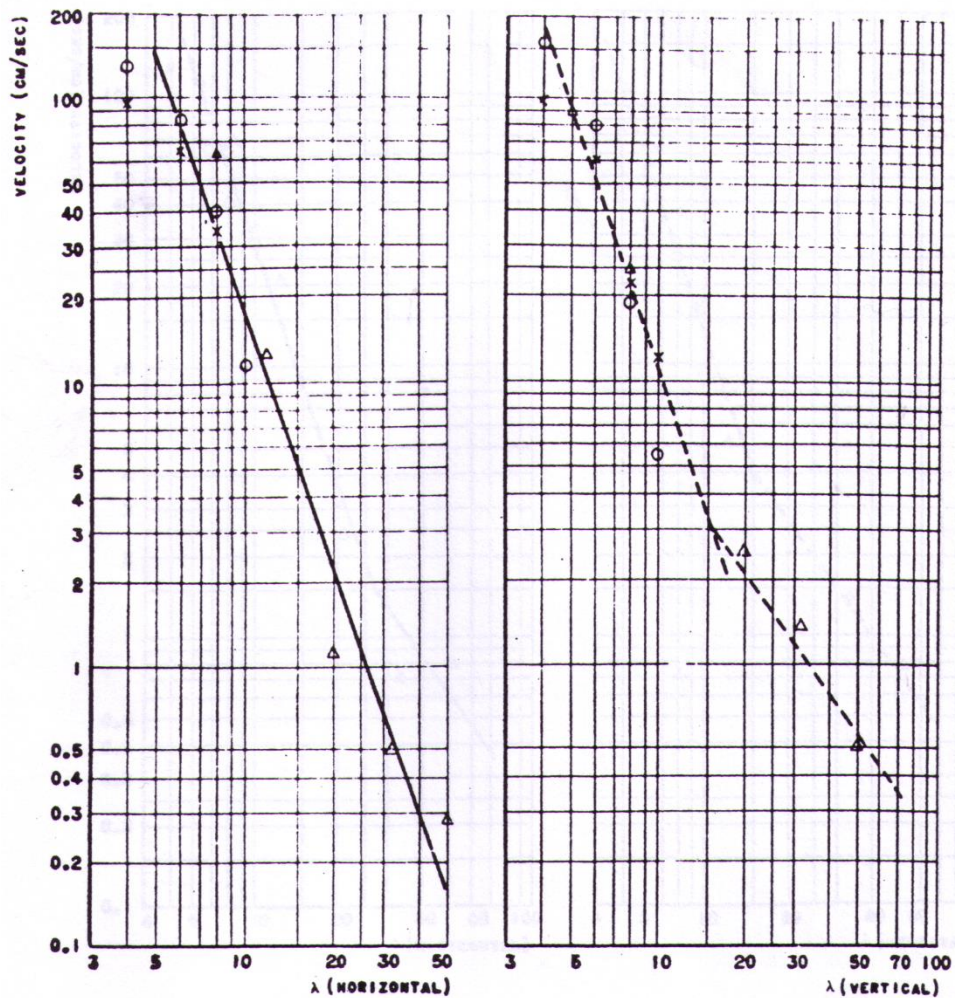


Figur H:e. Experimentella resultat för 64 lb TNT utförda i Camp Gruber, Oklahoma, jordtyp siltig lera, impuls per areaenhet i [lb-s/in²] som funktion av skalat laddningsavstånd λ [ft/lb^{1/3}]. Från Lampson (1946).

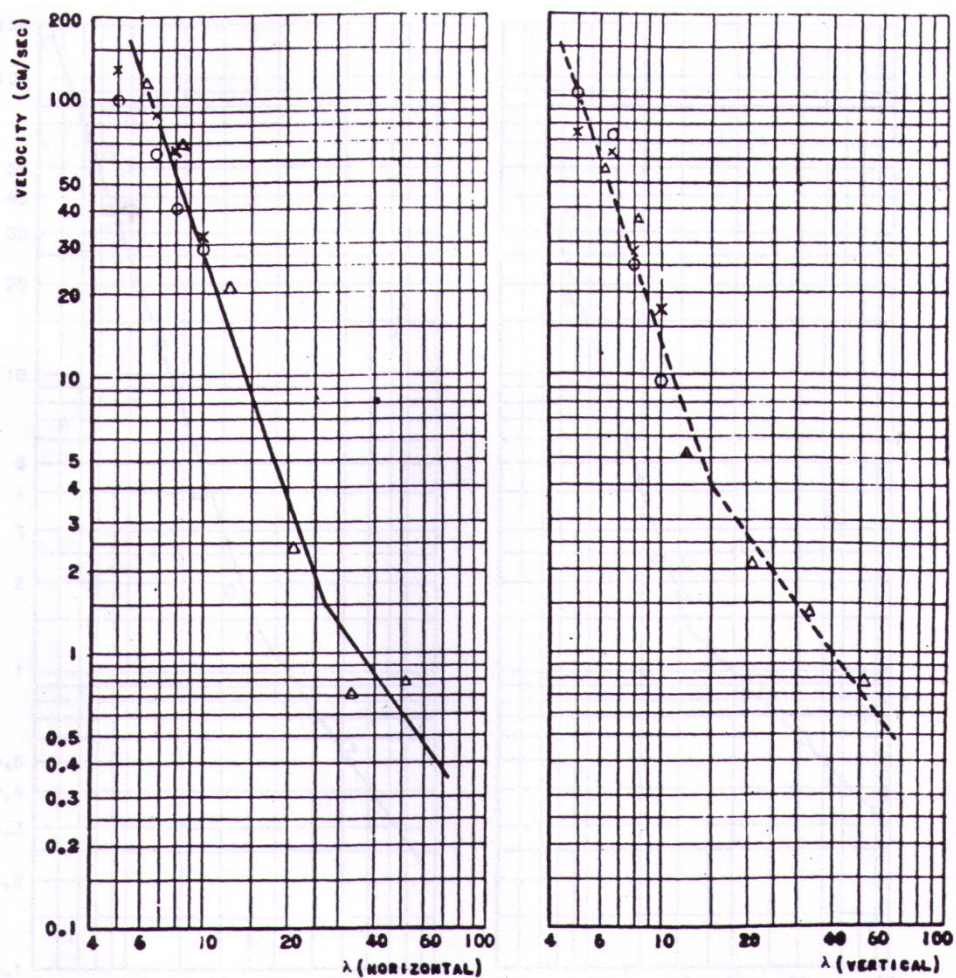
Markstövåg



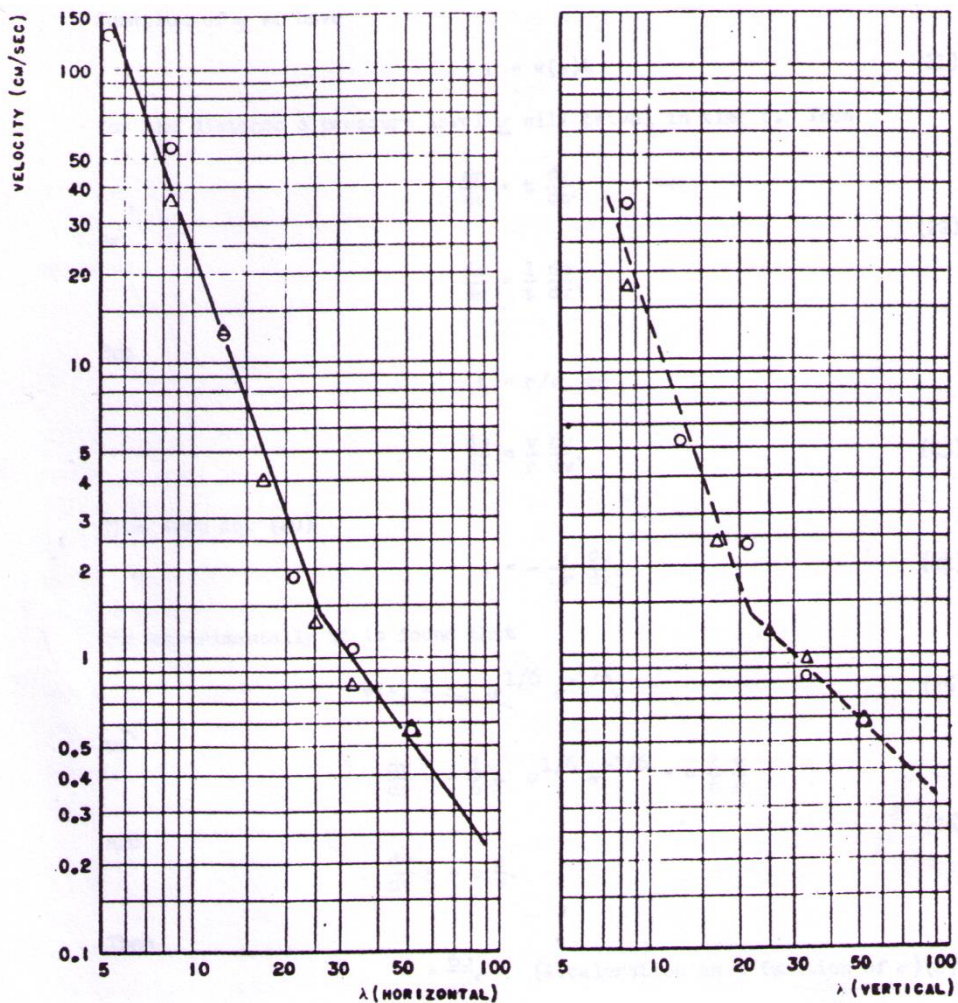
Figur H:f. Experimentella resultat för 1000 lb TNT utförda i Camp Gruber, Oklahoma, jordtyp siltig lera, impuls per areaenhet i [lb-s/in²] som funktion av skalat laddningsavstånd λ [ft/lb^{1/3}]. Från Lampson (1946).



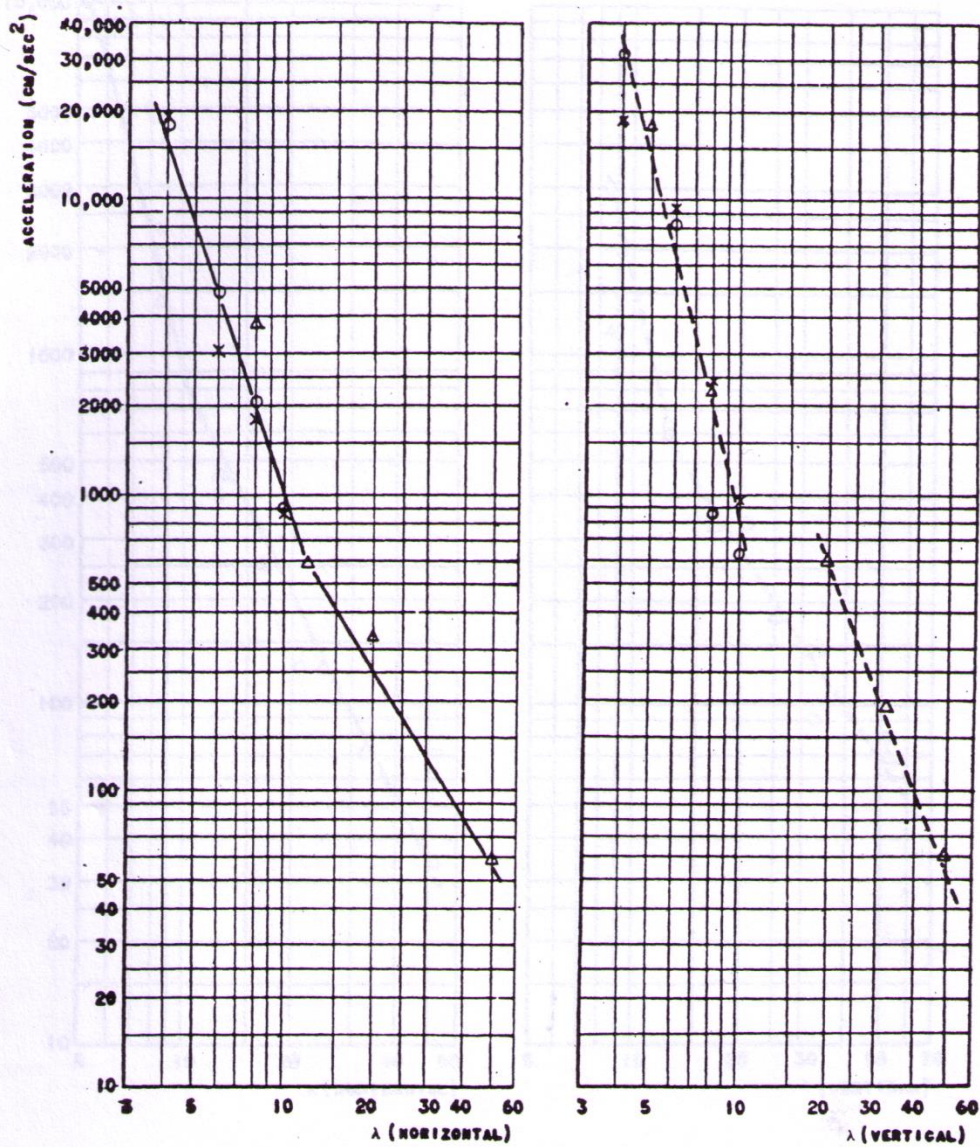
Figur H:g. Experimentella resultat för 64 lb TNT utförda i Camp Gruber, Oklahoma, jordtyp siltig lera, partikelhastighet u_p [cm/s] som funktion av skalat laddningsavstånd λ [ft/lb^{1/3}] i horisontal- och vertikalled. Från Lampson (1946).



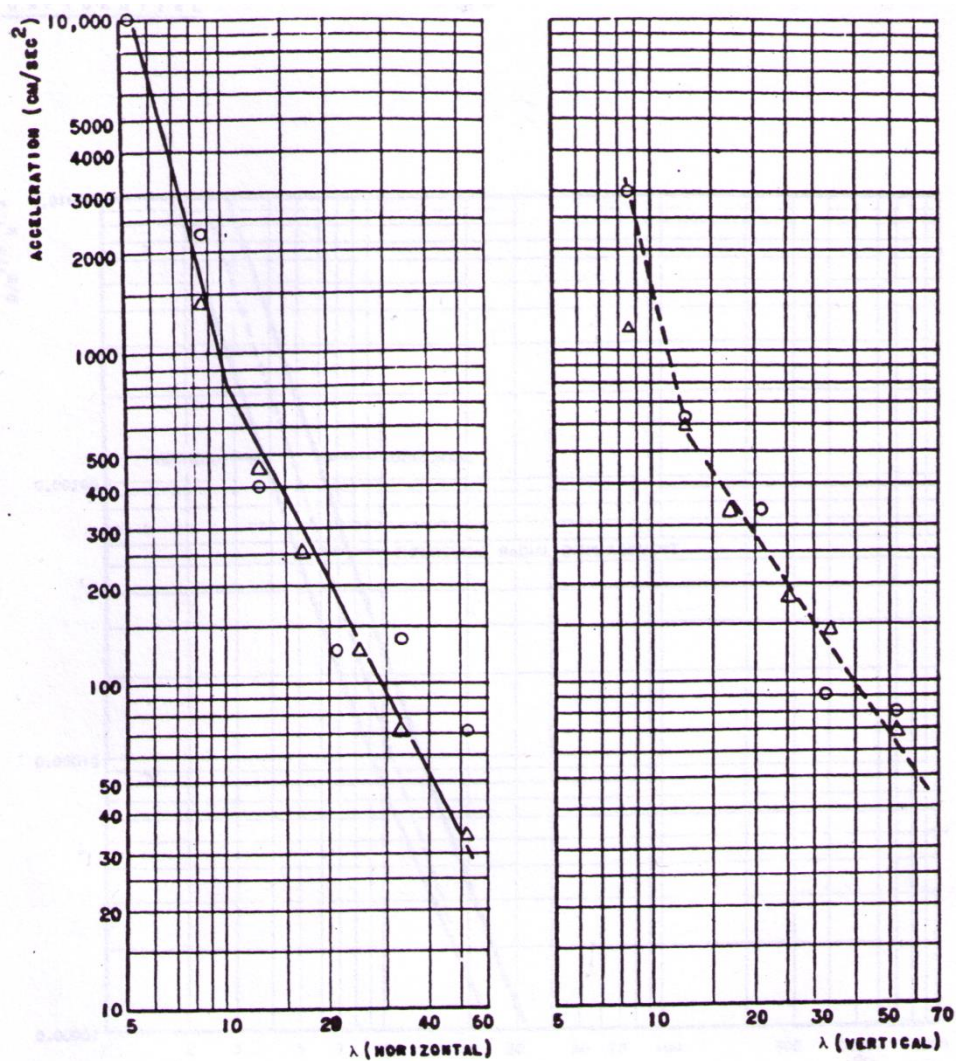
Figur H:h. Experimentella resultat för 216 lb TNT utförda i Camp Gruber, Oklahoma, jordtyp siltig lera, partikelhastighet u_p [cm/s] som funktion av skalat laddningsavstånd λ [ft/lb^{1/3}] i horisontal- och vertikalled. Från Lampson (1946).



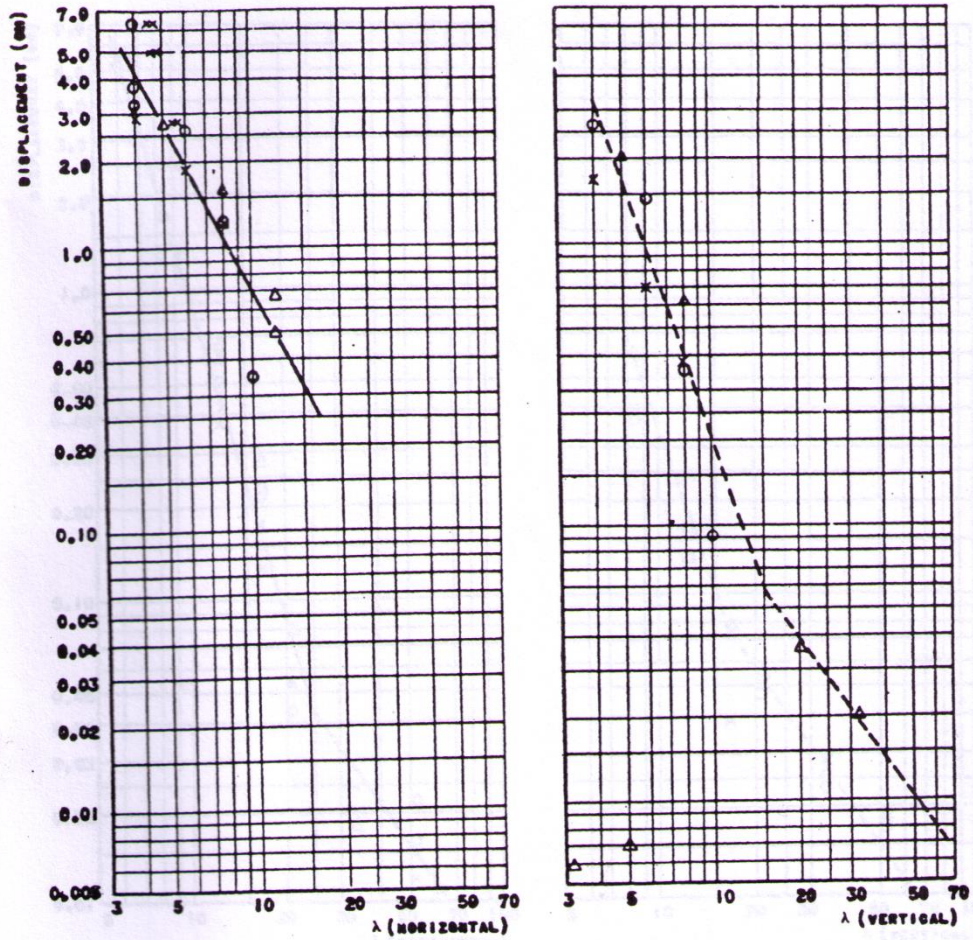
Figur H.i. Experimentella resultat för 500 lb TNT utförda i Camp Gruber, Oklahoma, jordtyp siltig lera, partikelhastighet u_p [cm/s] som funktion av skalat laddningsavstånd λ [ft/lb^{1/3}] i horisontal- och vertikalled. Från Lampson (1946).



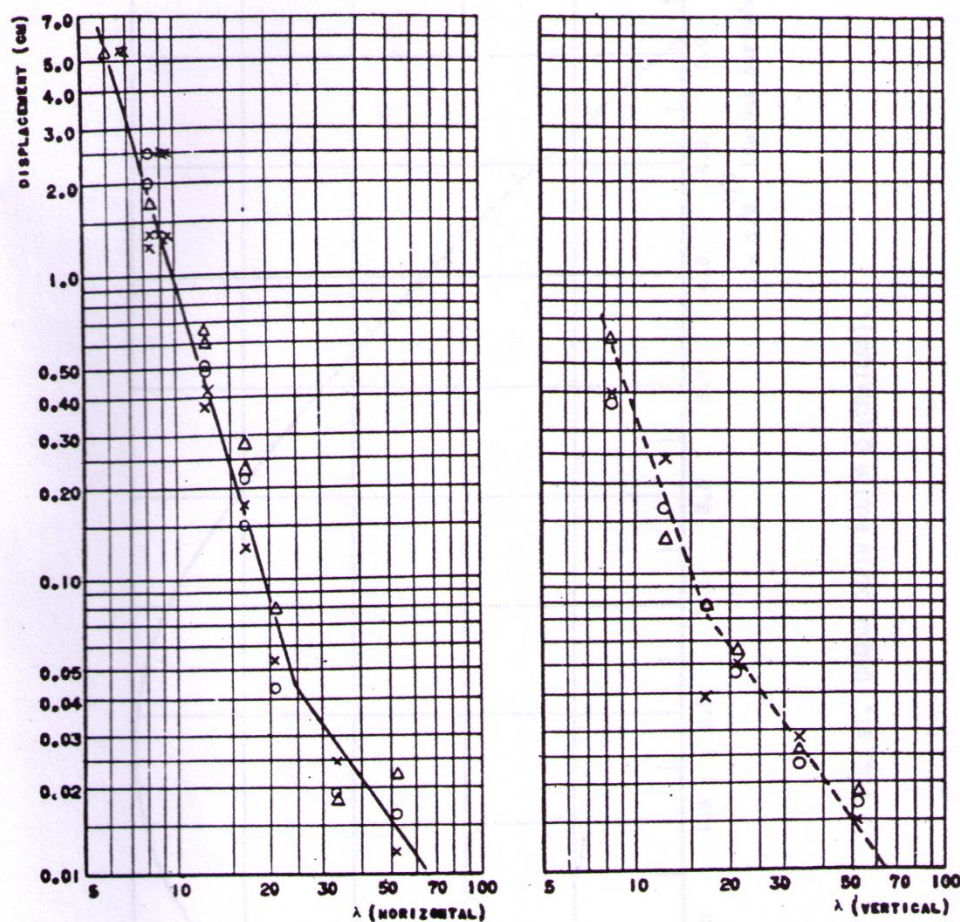
Figur H:j. Experimentella resultat för 64 lb TNT utförda i Camp Gruber, Oklahoma, jordtyp siltig lera, max horisontal och vertikal acceleration a_g [cm/s²] som funktion av skalat laddningsavstånd λ [ft/lb^{1/3}] i horisontal- och vertikalled. Från Lampson (1946).



Figur H:k. Experimentella resultat för 500 lb TNT utförda i Camp Gruber, Oklahoma, jordtyp siltig lera, max horisontal och vertikal acceleration a_g [cm/s²] som funktion av skalat laddningsavstånd λ [ft/lb^{1/3}] i horisontal- och vertikalled. Från Lampson (1946).



Figur H:1. Experimentella resultat för 64 lb TNT utförda i Camp Gruber, Oklahoma, jordtyp siltig lera, max horisontal och vertikal deformation d [cm] som funktion av skalat laddningsavstånd λ [ft/lb^{1/3}] i horisontal- och vertikalled. Från Lampson (1946).



Figur H:m. Experimentella resultat för 1000 lb TNT utförda i Camp Gruber, Oklahoma, jordtyp siltig lera, max horisontal och vertikal deformation d [cm] som funktion av skalat laddningsavstånd λ [ft/lb^{1/3}] i horisontal- och vertikalled. Från Lampson (1946).

Dimensionslös λ

Lampson använder empiriska ekvationer för att förklara hur kvantiteterna i tabell H:a varierar för markstötståg. I de empiriska ekvationerna introduceras följande parametrar k , W , ρ , ν , och λ , se tabell H:a. En iakttagelse som görs är att enheterna för massa har varierats vilket gör det svåröverskådligt för personer som är vana vid SI-enheter. En annan iakttagelse är att laddningsvikten W antas ha dimensionen L^3 vilket då i Lampsons fall ger att $W^{1/3}$ får dimensionen L vilket i sin tur leder till att det skalade laddningsavståndet $\lambda = r / W^{1/3}$ blir dimensionslös. Detta antages inte när SI-enheter används i senare versioner såsom i Drake *et al.* (1989) av empiriska ekvationer för markstötståg. I kolumn 5 i tabell H:a ges även omvandlingsfaktor för SI-enheter.

Markstövåg

Tabell H:a. Använda parametrar i de empiriska ekvationerna enligt Lampson (1946).

Symbol	Namn	Dimension	Enhet i Lampson	Omvandling till SI enheter
k	Jordkonstant	$ML^{-1}T^{-2}$	1 lb/in ²	6894,757 Pa=N/m ²
W	Laddningsvikt	L^3	1 lb	0,453592 kg
ρ	Jorddensitet	M/L^3	1 slug/in ³	890574,602 kg/m ³
v	Hastighet	LT^{-1}	1 ft/s	0,3048 m/s
λ	$r/W^{1/3}$	1	--	1 ft/lb ^{1/3} =0,396697838 m/kg ^{1/3}

I Lampsons resonemang kring hur de empiriska ekvationerna har byggts upp nämns att på grund av att λ kan ses som en dimensionslös parameter där man i praktiken dividerar en längd med en annan längd och kan då bortse λ ifrån någon dimensionsanalys. Nästa resonemang är att det är en välkänd princip att dimensionen av kvantiteterna hos båda sidor om ett likhetstecken måste vara samma. Principiellt betyder detta att införandet av variablerna i de empiriska ekvationerna är enkel; man bara skriver ner dimensions-ekvivalenten för kvantiteten för vänsterled och kombinerar de andra variablerna på ett sådant sätt att dimensionen på högerled blir lika med vänsterledets. Som ett exempel nämner Lampson relationen för maxtrycket P_0 som kan skrivas

$$P_0 = k\lambda^{-3} \quad (\text{H:a})$$

Eftersom λ är dimensionslös enligt Lampson så måste k ha dimensionen för tryck. Lampson visar att det finns en korrelation mellan k och elasticitetsmodulen hos jorden vilket är konsistent eftersom elasticitetsmodulen har samma dimension som tryck. En kommentar kring Lampsons resonemang är att laddningsvikten inte alls är dimensionslös i de empiriska ekvationerna utan dimensionen är ft/lb^{1/3}. Varför Lampson antagit att laddningsvikten har dimensionen L^3 är för författaren av denna rapport inte klarlagd. En anledning kunde vara att energin i laddningen är relaterad till volymen hos laddningsvikten.

Bilaga I Härledda jordkonstantsvärden k från seismisk våghastighetsmätning, Lampson (1946)

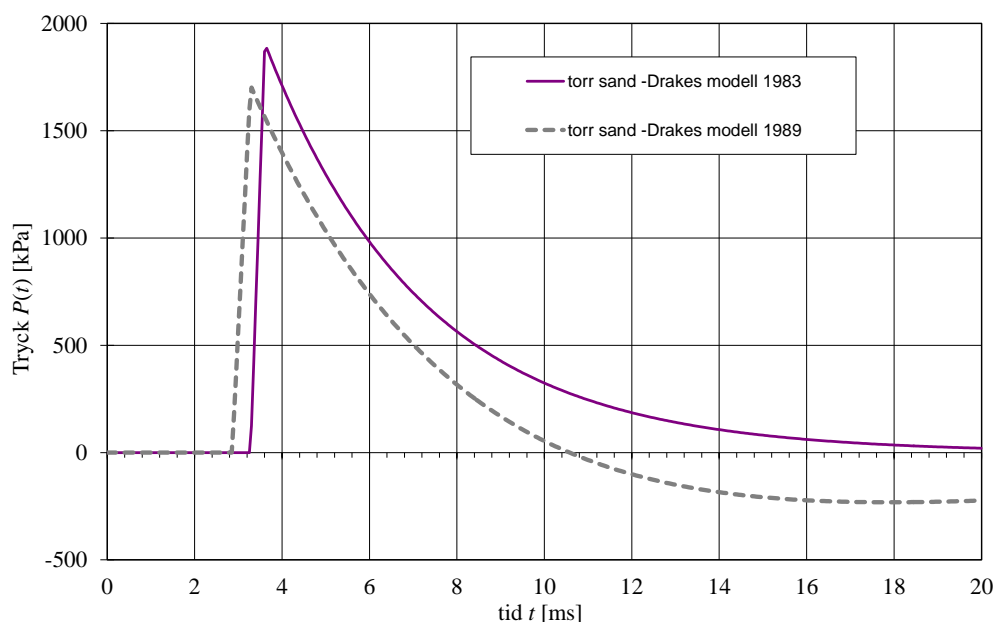
I tabell I:a återges värden från Lampson (1946) om hur jordkonstanten har beräknats med hjälp av ekvation (9:22d) där våghastigheten v har mätts upp från experiment. En intressant iakttagelse är att Lampson har mätt att sand har en seismisk hastighet på 4600 – 8400 ft/s vilket ungefär motsvarar 1400 – 2560 m/s. Detta stämmer om jorden är tillräckligt kompakterad och i Laine och Sandvik (2001) visas att den seismiska våghastigheten ökar markant när sanden utsätts för ett ökat isotropiskt tryck från 5 till 60 MPa. Då ökar den seismiska våghastigheten från cirka 1000 m/s till 3000 m/s för den torra sanden.

Tabell I:a. Härledd jordkonstant k [lb/in²] för några jordtyper, Lampson (1946).

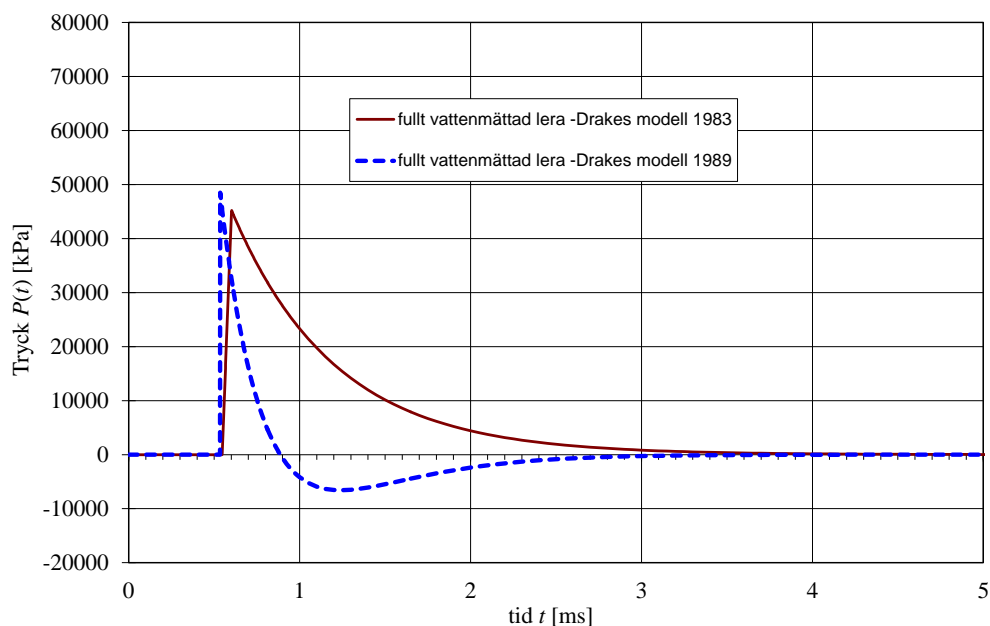
Jordtyp	v [ft/s]		k [lb/in ²]	
	min	max	min	max
Toppjord: lätt och torr	600	900	262	590
fuktig, siltig	1 000	1 300	812	1 370
lerig	1 300	2 000	1 420	3 370
semikonsoliderad sandig lera	1 250	2 150	1 510	4 150
Våt sandig siltig jord (loam eng.)		2 500		5 600
Lera, tätt packad och våt, beroende på djup	3 000	5 900	8 850	34 100
Grus eller makadam	1 970	2 600	6 400	11 100
Packad sand	2 800	3 200	9 700	12 600
Sandig lera	3 200	3 800	10 000	13 900
Packad sandig lera	3 800	4 200	17 800	21 700
Vattenmättad sand		4 600		22 500
Sand	4 600	8 400	26 200	87 000
Lera, lerig sandsten		5 900		45 000
Lös berg	1 250	2 500	1 750	7 000
Vädersprucket: berg	1 500	10 000	3 100	140 000
Cementerad lera (shale eng.)	7 000	11 000	63 000	156 000
Sandsten	4 250	9 000	23 500	116 000
Granit lätt sprucken		10 500		160 000
Massiv kalksten (limestone eng.)	16 400	20 200	390 000	590 000

Bilaga J Drakes modell från 1983 och 1989

Här redovisas tryck som funktion av tid för Drakes modell 1983 och 1989. Laddningsvikten i 1983 års modell är 1 kg C4 och laddningsvikten i 1989 års modell är 1 kg TNT.



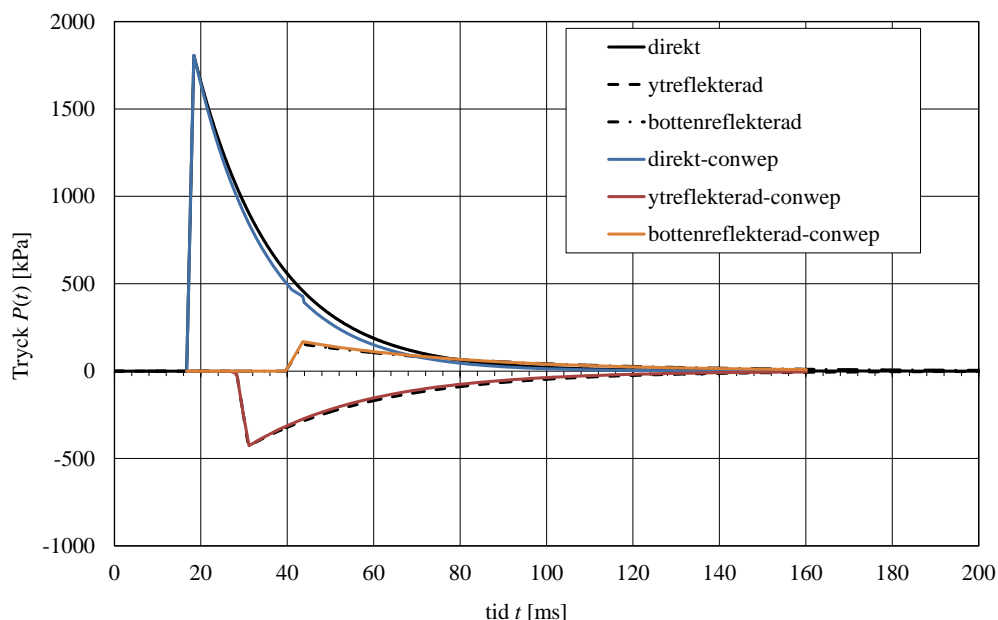
Figur J.a. Jämförelse av Drakes modell 1983 med 1989 för tryck som funktion av tid för en oreflekterad markstövåg med $f = 1,0$ för torr sand vid avståndet 1 m. Laddningsvikten antogs till 1 kg C4 för 1983 års modell och 1 kg TNT för 1989 års modell.



Figur J.b. Jämförelse av Drakes modell 1983 med 1989 för tryck som funktion av tid för en oreflekterad markstövåg med $f = 1,0$ för fullt vattenmättad lera vid avståndet 1m. Laddningsvikten antogs till 1 kg C4 för 1983 års modell och 1 kg TNT för 1989 års modell.

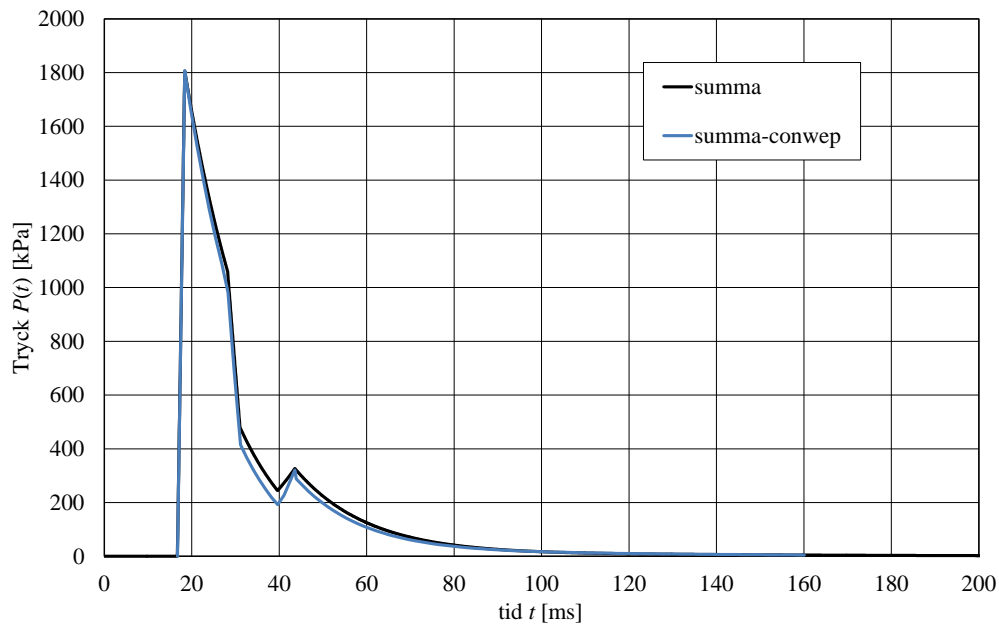
Bilaga K Beräkningsexempel reflexion enligt ConWep (1992)

Här jämförs stövågsberäkningar från ConWep (1992) DOS program med Drake's modell 1983, se kapitel 9:31 och reflexionsberäkningar enligt kapitel 9:41 som baserar sig på just ConWep (1992). Beräkningsexemplet illustreras i figur 9:41b. Figurerna K:a-(K:b) visar bra överensstämmelse med resultat från ConWep. Men den överensstämmer inte exakt. Avklingningen ser ut att vara lite snabbare i ConWep, jämför till exempel blå och svart kurva i figur K:a. Skillnaden mellan båda beräkningarna blir mindre om tidskonstanten $\alpha = 1,0$ ändras till $\alpha = 1,07$ i tryck-tidssambanden, se resultat figur (K:c)-(K:d).

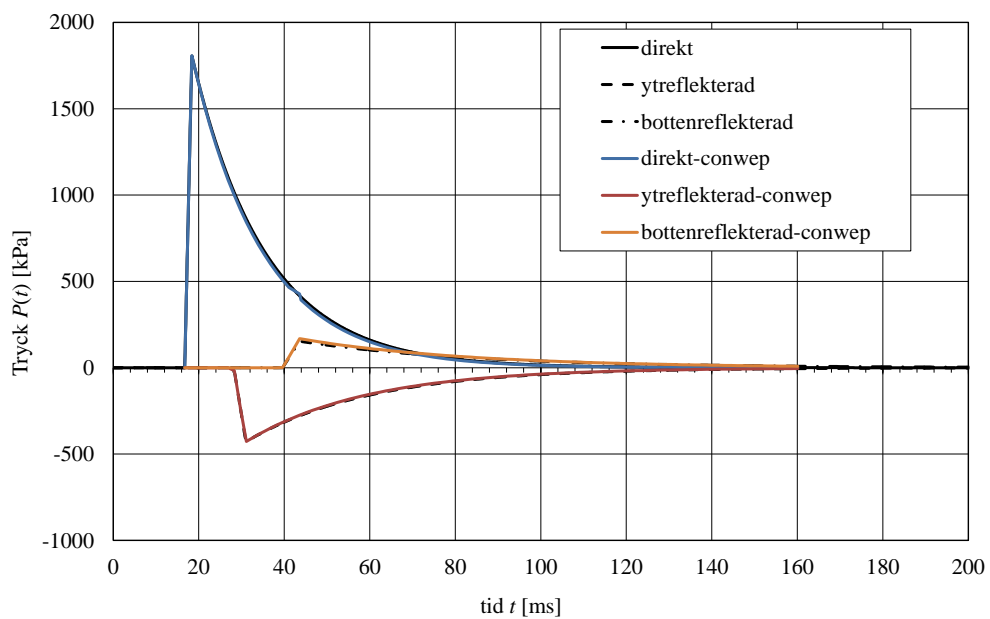


Figur K:a. Jämförelse av reflexionsberäkningar med ConWep:s dosprogram, tidskonstant $\alpha = 1,0$.

Markstövåg

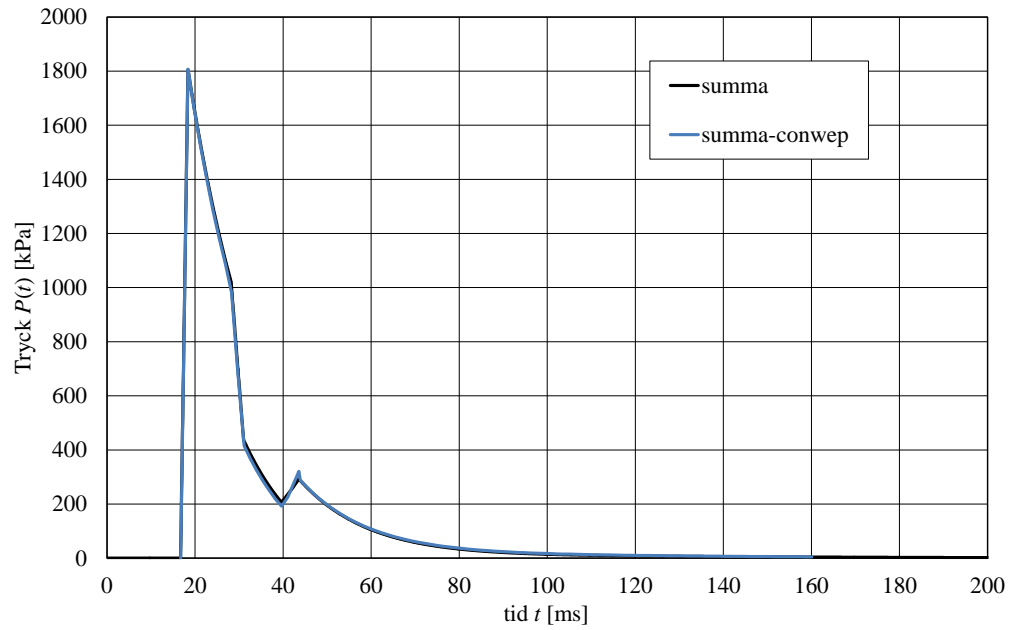


Figur K:b. Jämförelse av reflexionsberäkningar med ConWep:s dosprogram, tidskonstant $\alpha = 1,0$.



Figur K:c. Jämförelse av reflexionsberäkningar med ConWep:s dosprogram, tidskonstant $\alpha = 1,07$.

Markstövåg



Figur K:d. Jämförelse av reflexionsberäkningar med ConWep:s dosprogram, tidskonstant $\alpha = 1,07$.

Bilaga L Autodyn-simuleringar av reflexion

Endimensionella beräkningar med tårtbits geometri utfördes med elementstorlek av 5 mm. Finita elementdomänens storlek var 15 m där änden hade en ”transmit boundary”. Explosivämnet TNT modellerades med JWL EOS med fyra olika laddningsstorlekar 125, 250, 500, och 1000 kg. Jorden som 16 olika generiska jordmaterial enligt bilaga E. Tre huvudtyper av beräkningar utfördes, fri avlastning, reflexion mot betong, och reflexion mot stel vägg. Vardera huvudtyp bestod av 64 simuleringar, det vill säga totalt simulerades 192 explosioner. Denna reflexionsvägg var placerad på 5 m avstånd från laddningen. Trycket mättes i närmaste framförvarande element till väggen och jämfördes med samma element från den fria avlastnings-simuleringen.

Nedan, i tabellerna L:a-Lc ges aktuella första maxtryck i början av simuleringen för alla tre huvudfallen.

Tabell L:a. Maxtryck i [MPa] på laddningsavståndet 5 m för fallet med fri avlastning för 16 olika jordtyper, se kapitel 8:2 och bilaga E.

EOS nr – kg TNT		STR1	STR2	STR3	STR4
EOS1	125	0,66	0,86	1,21	1,93
	250	0,99	1,28	1,77	2,85
	500	1,46	1,90	1,71	4,34
	1000	2,38	3,08	4,39	7,10
EOS2	125	2,56	2,97	3,61	4,76
	250	3,40	3,90	4,72	6,47
	500	4,45	5,24	6,41	9,88
	1000	6,17	7,71	10,12	15,29
EOS3	125	6,85	7,91	9,25	12,08
	250	9,12	10,13	11,83	15,72
	500	11,59	13,48	15,51	21,08
	1000	15,63	18,58	23,86	37,77
EOS4	125	77,96	97,53	85,54	87,39
	250	114,66	108,94	105,26	114,11
	500	140,94	151,33	158,14	158,98
	1000	195,18	208,76	214,69	211,79

Markstövåg

Tabell L:b. Maxtryck i [MPa] på laddningsavståndet 5 m för fallet med reflexion mot betongvägg för 16 olika jordtyper, se kapitel 8:2 och bilaga E.

EOS nr – kg TNT	STR1	STR2	STR3	STR4	
EOS1	125	1,15	1,53	2,17	3,56
	250	1,77	2,31	3,25	5,32
	500	2,67	3,48	5,02	8,34
	1000	4,31	5,78	8,43	13,72
EOS2	125	4,58	5,27	6,43	9,14
	250	5,96	6,84	8,64	12,59
	500	7,76	9,09	12,09	19,41
	1000	11,25	13,85	18,98	31,30
EOS3	125	12,06	13,71	16,26	20,85
	250	15,54	17,89	21,33	27,41
	500	20,30	23,29	28,03	38,39
	1000	26,27	31,31	42,56	59,89
EOS4	125	114,63	118,46	126,89	125,82
	250	164,69	157,28	154,56	162,89
	500	199,39	211,57	218,82	224,33
	1000	272,63	285,62	292,79	289,38

Tabell L:c. Maxtryck i [MPa] på laddningsavståndet 5 m för fallet med reflexion mot stel vägg för 16 olika jordtyper, se kapitel 8:2 och bilaga E.

EOS nr – kg TNT	STR1	STR2	STR3	STR4	
EOS1	125	1,32	1,73	2,43	3,96
	250	1,99	2,57	3,60	5,98
	500	2,96	3,87	5,65	9,36
	1000	4,85	6,44	9,38	15,50
EOS2	125	5,15	5,86	7,15	9,89
	250	6,52	7,46	9,34	13,91
	500	8,50	9,81	13,17	21,28
	1000	12,50	14,86	21,38	34,49
EOS3	125	13,81	15,73	18,86	24,58
	250	17,77	20,40	24,16	31,70
	500	22,98	26,58	31,81	44,69
	1000	30,27	36,58	50,69	80,65
EOS4	125	158,13	169,49	174,68	171,29
	250	220,03	215,82	228,52	238,39
	500	306,43	317,88	318,36	301,72
	1000	422,92	432,18	416,29	405,91

Bilaga X Laine och Larsen (2007): Numerical Study of How the Ground Shock Coupling Factor is Influenced by Soil Properties 78th Shock & Vibration Symposium, Philadelphia, PA

Numerical Study of How the Ground Shock Coupling Factor is Influenced by Soil Properties

Leo Laine^{a,*} and Ola Pramm Larsen^b

^aANKER – ZEMER Engineering A/S
Stugvägen 4, SE-438 94 HÄRRYDA, Sweden

*Corresponding author: leo.laine@telia.com

^bANKER – ZEMER Engineering A/S
P.O. Box 253, NO-0702 OSLO, Norway

Already during the Second World War empirical expressions were derived to predict the magnitude and impulse of a ground shock generated by high explosives. One parameter that is of main importance when using the empirical equations is the coupling factor. The coupling factor describes how much of the released energy from the high explosive is transmitted into the ground as a function of depth of burial. This paper aims to clarify which soil properties influence the coupling factor as a function of the scaled depth of explosion. The ground shock was analysed with a two-dimensional axis symmetric explicit finite element solver with a multi-material euler formulation. A total of 4 different soil materials were analysed, scaling from dry sand to fully saturated clay. The scaled depth of burial was varied between -0.1 to 1.0 m/kg^{1/3}. Targets points in horizontal, vertical and 45 degree angle direction were used to derive the coupling factor by applying the analysed results of peak pressure and particle velocity. The simulation results were compared with the generalised coupling factor found in the ground shock literature. According to the literature the generalised coupling factor increases smoothly with reduced derivative as function of depth of burial. The same generic function is mainly proposed to be used for all loose soils. The simulation results indicate that the coupling factor must be seen as a more complicated relationship than only dependent on depth of burial. The simulation results showed that it will vary with; the soil properties, studied angle from the centre of explosive, and the scaled distance from the explosive. Additionally, for dry sand the coupling factor curve showed an unexpected minimum at 0.05 m/kg^{1/3} depth of burial for the studied results in 45 degree angle.

INTRODUCTION

The Swedish Rescue Services Agency (SRSA) is responsible for the building regulations of the Swedish civil defence shelters. The shelters have specific regulations for how they are planned, built, equipped and maintained [1]. One of many regulations state what loading level the shelters should withstand: “The effect of a pressure wave corresponding to that produced by a 250 kg GP-bomb with 50 weight per cent TNT which burst freely outside at a distance of 5.0 meters from the outside of the shelter during free pressure release”. However, many of the shelters are designed as basements below ground surface. This is the reason why more knowledge about how the shock wave affects buried shelters is needed.

During the Second World War extensive experiment series and research were conducted on ground shock generated by high explosives [2]. This early work functions as a foundation for the empirical equations that are widely used to estimate the loading from ground shock [3]-[6]. There is especially one parameter in these empirical equations that is very important for the accuracy of the empirical equations, and that is the coupling factor. The coupling factor f is described in [4] by the following relationship

$$f = \frac{(p, u_p, d_p, i, a)_{\text{near surface}}}{(p, u_p, d_p, i, a)_{\text{contained}}} \quad (\text{eq.1})$$

where the numerator represents the ground shock magnitudes of a partially to shallow buried explosive and the denominator represents the magnitude of a fully buried explosive in the same medium. The ground shock magnitudes in eq.1 are pressure p , particle velocity u_p , particle displacement d_p , impulse i , and acceleration a . The validity range of eq.1 is given from $0.8 \text{ m/kg}^{1/3}$ to $5.0 \text{ m/kg}^{1/3}$. In the literature, [3]-[5], it is often shown that the coupling factor $f(d)$ is a function of scaled depth of burial d and can be generalised as one smooth slowly increasing $f(d)$ curve that represent loose soils, see Fig 1. The aim of this paper was to find out if this generalised $f(d)$ curve can be verified by numerical simulations and if the shape of the curve varies with other parameters than only the depth of burial.

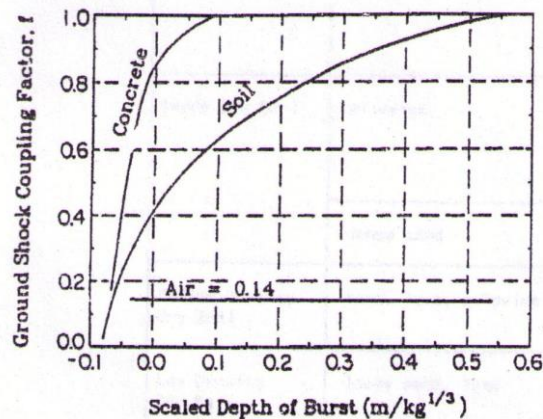


Fig. 1. Ground shock Coupling Factor f as a function of scaled depth of burst d . Figure originally from [4].

The outline of the paper is as follows: The section FINITE ELEMENT MODEL is discussing how the model was setup. Section SOIL MATERIALS shows how the different soil properties were generated. In SIMULATIONS section the analyses and results are shown. Finally, CONCLUSIONS section concludes the findings.

FINITE ELEMENT MODEL

The finite element model has been designed to capture how the scaled depth of burial d , scaled distances to the charge at various angles, and the soil properties, affect the magnitudes of the shock wave in the ground. The shock propagation was analysed with a two dimensional axis symmetric explicit finite element solver with multi-material Euler formulation found in AUTODYN™ [7]. The charge was modelled with the Jones-Wilkins-Lee Equation Of State (EOS) and the used explosive charge weight was 1 kg TNT. The air was modelled as ideal gas. The scaled d was varied between -0.1 to $1 \text{ kg/m}^{1/3}$. The shock wave magnitudes were studied at different

scaled distances from the charge in three different angular directions in the soil. The studied angle directions were horizontal, -45 degrees downward, and -90 degrees vertically downward, see Fig. 2.

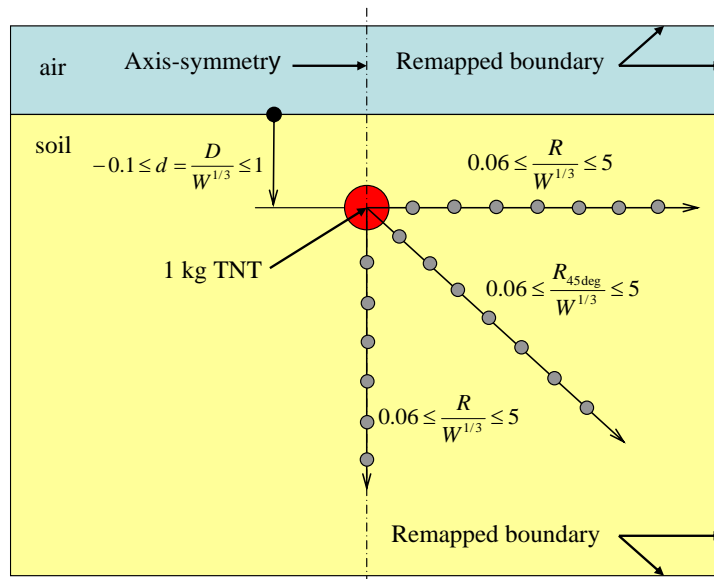


Fig. 2. Principal layout of the finite element model. The red area illustrates the explosive with scaled depth of burial $d = D/W^{1/3}$, where D is the depth of burial. The gray dots illustrate target points used to measure ground shock magnitude parameters.

Usually, when euler models are built, boundaries of type outflow or transmit are used to limit the lengths and number of used cells. However, these boundaries are only approximations and introduce numerical errors and therefore are required to be sufficiently far from the studied area to ensure accuracy in the simulations. Such error sources, though, were avoided in the analyses by using an automated remapping functionality that expanded the lengths of the euler domain with the ratio 2:1 during each remap. The used number of cells of the domains was kept constant, 400x200, see Fig 3. The remapping was done just before the shock wave reached the end of the domain. The automation was implemented in AUTODYN by using a combination of scripting macros and user-subroutines.

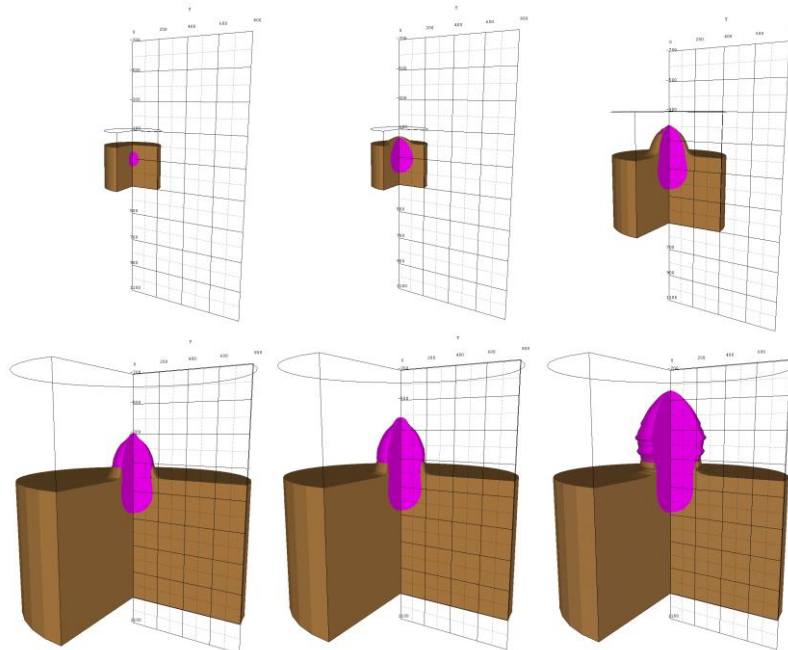


Fig. 3. Illustration of when the euler domain is expanded by using remapping. Upper left material location plot shows when the domain is the smallest and then some of the expanded domains. The purple and brown colours illustrate the expanding high explosive gases and the soil, respectively.

SOIL MATERIALS

The soil material properties were gradually changed from dry sand to fully saturated clay. A total of 4 different soil materials were generated to study the effect of the coupling factor. In this study, the material model used was derived to study granular materials [8]. When deriving the generic soil materials in-between the two extremes, dry sand and fully saturated clay, their Equation Of States (EOS) and strength parameters were selected as starting and ending curves. The starting EOS was the dry sand found in [9]-[10], here named E1 the second EOS was for a fully saturated clay, here named E4. Linear scaling was used to derive two more EOS between these two extremes named E2 and E3. The gradual scaling of EOS is shown in Fig. 4. Similarly the shear strength was linearly scaled between the dry sand [9]-[10] and the fully saturated clay to generate S1, S2, S3, and S4 respectively as illustrated in Fig. 5.

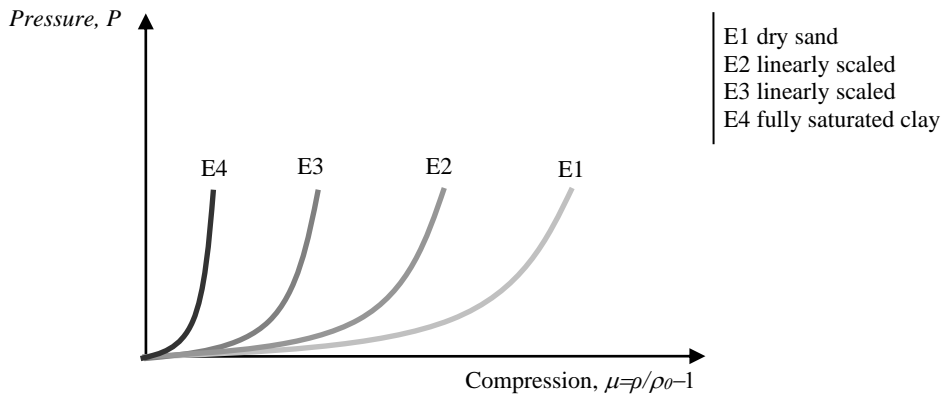


Fig. 4. Illustration of how the Equation of State, E_i , is varying for the different soils and the linear scaling between the dry sand and the fully saturated clay.

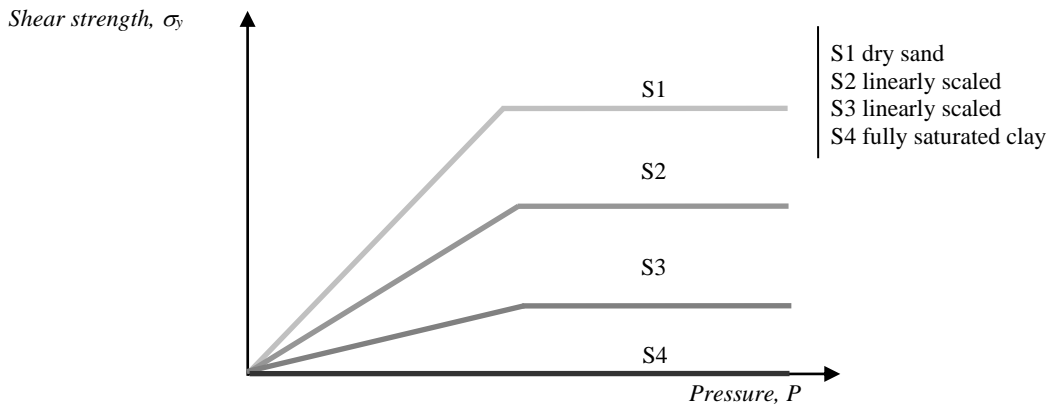


Fig. 5. Illustration of how the shear strength, S_i , is varying for the various soils and the linear scaling between the dry sand and the fully saturated clay.

The material model allows the user to define the EOS as pressure as a function of density $P(\rho)$, shear strength as a function of pressure $\sigma_y(P)$, bulk sound speed as a function of density $c(\rho)$, and finally shear modulus as a function of density $G(\rho)$. Each one of the soil properties required their specific $c(\rho)$ and $G(\rho)$. Additionally a hydro tensile limit of $P_{min} = -1$ kPa was defined for all soil properties due to the soils lack of handling any negative pressure on a macro level.

The studied soil materials E1-S1 (dry sand), E2-S2, E3-S3, and E4-S4 (fully saturated clay) and their material properties are found in [11]. Only the properties of dry sand, E1-S1, are based on experimental data [9]-[10]. These experiments were performed on sand found in Sjöbo, Sweden. In these experiments, tri-axial pressure cells up to about 100 MPa were used. The tests were performed first by isotropical loading and unloading to receive a fairly good picture of the porous EOS. The experiments were followed by tri-axial shear tests. Additionally the pressure and shear waves were measured during the tests by P- and S- transducers to get an idea

how the bulk modulus and shear modulus varies with density and pressure. The fully saturated clay is only a generic soil property, similar to what is found in shock literature, of what could be expected by fully saturated clay.

SIMULATIONS

The simulations were performed in such a way that every analysis had a different scaled depth of burial d for the explosive charge. The parameter d was varied with following steps $d = [-0.1, -0.05, 0, 0.05, 0.1, 0.15, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.8, 1]$ $\text{m/kg}^{1/3}$. This was done for all four soil materials, which gives a total of $4 \times 13 = 52$ simulations. To derive the coupling factor the simple relationship presented in eq.1 is used. Fig. 6 shows the calculated coupling factor based upon maximum pressure for scaled charge distance $Z = R/W^{1/3} = 3.69 \text{ m/kg}^{1/3}$ and angle of -45 degrees for the studied soil properties. However, from this it is hard to distinguish any clear trends for the coupling factor based on the maximum pressure for the different soil properties. Some general trends can be seen for the soil properties as group, the coupling factor becomes close to $f \rightarrow 1$ for all soil properties when scaled depth of burial comes closer to $d \rightarrow 0.6$. This trend is also what is used in the literature, see Fig. 1. Another major trend is that all soil properties except for sand have generally increasing coupling factor with increasing scaled depth of burial.

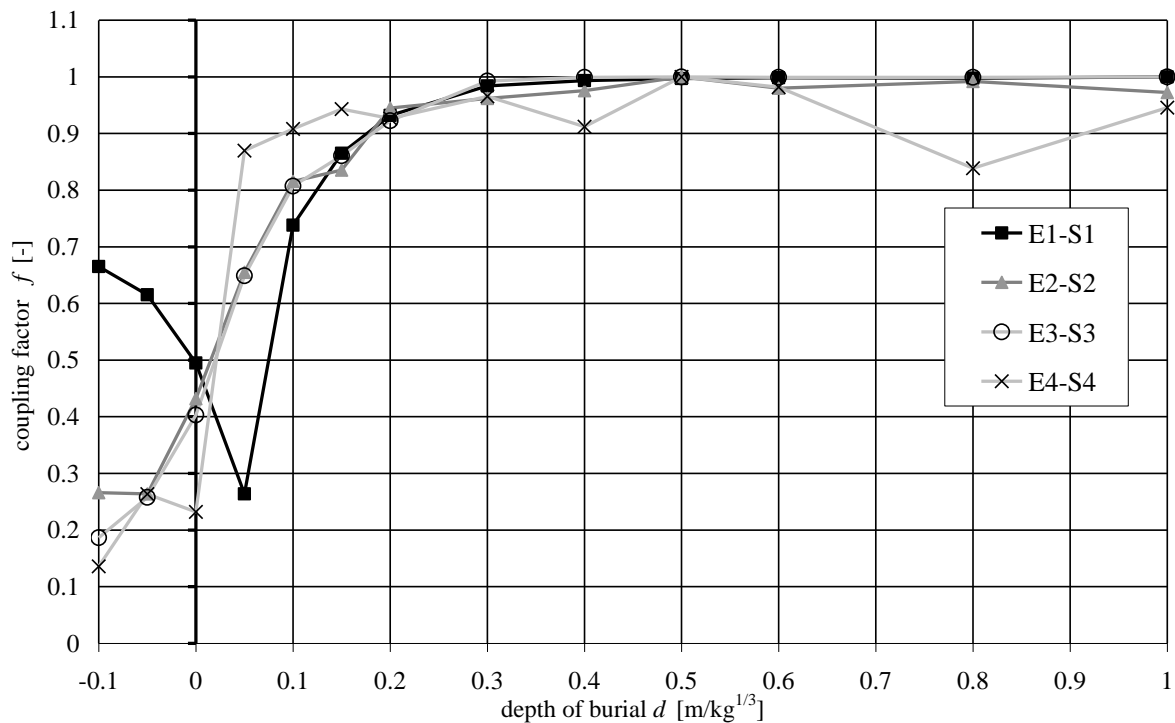


Fig. 6. Coupling factor f as a function of depth of burial d for the scaled distance $Z = 3.69 \text{ m/kg}^{1/3}$ and angle -45 degrees for the four soil properties.

By continuing to study the maximum pressure based coupling factor f and studying how the target angle affects the results for one of the soil properties, a clear trend is apparent, the coupling factor function starts at a higher level and its derivative becomes higher when the target angle moves from 0 to -45 to -90 degrees. In Fig. 7 this is illustrated for one of the generic soil properties E3-S3 which can represent the general trend for all soils.

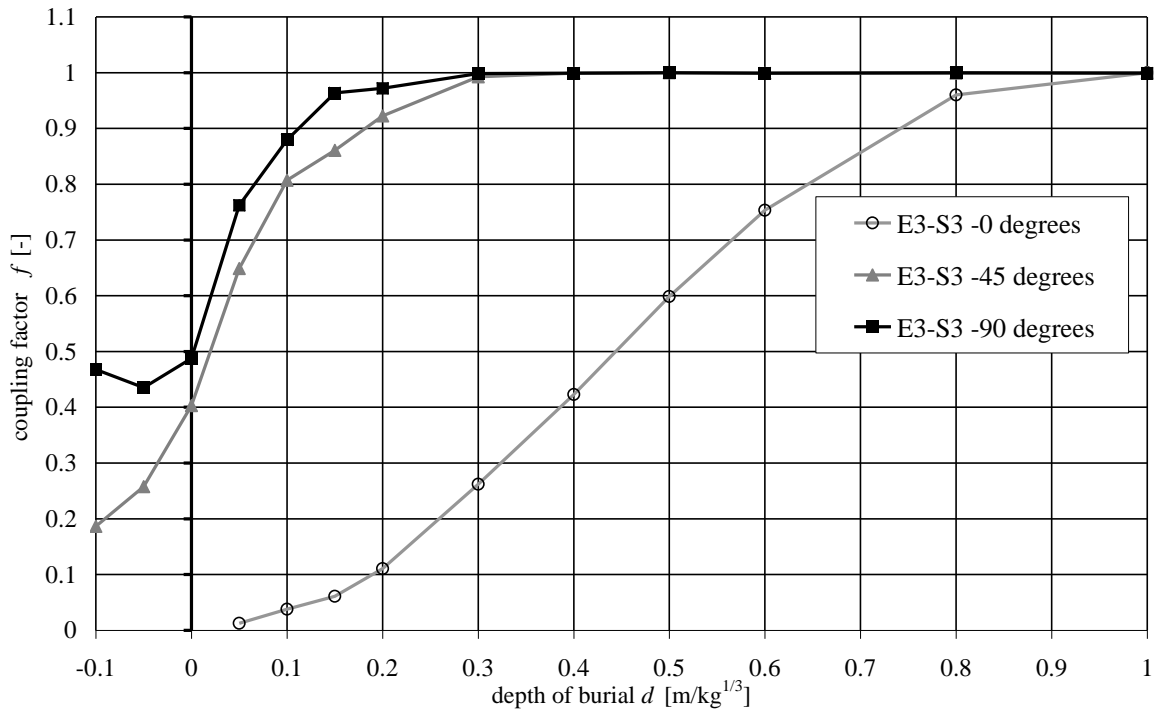


Fig. 7. Coupling factor f as a function of depth of burial d for the scaled distance $Z = 3.69 \text{ m/kg}^{1/3}$ and angle 0, -45, and -90 degrees for the soil property E3-S3.

A similar trend is also observed when different target distances are studied as shown in Fig 8. The coupling factor function receives a steeper derivative when the scaled distance to target Z is reduced.

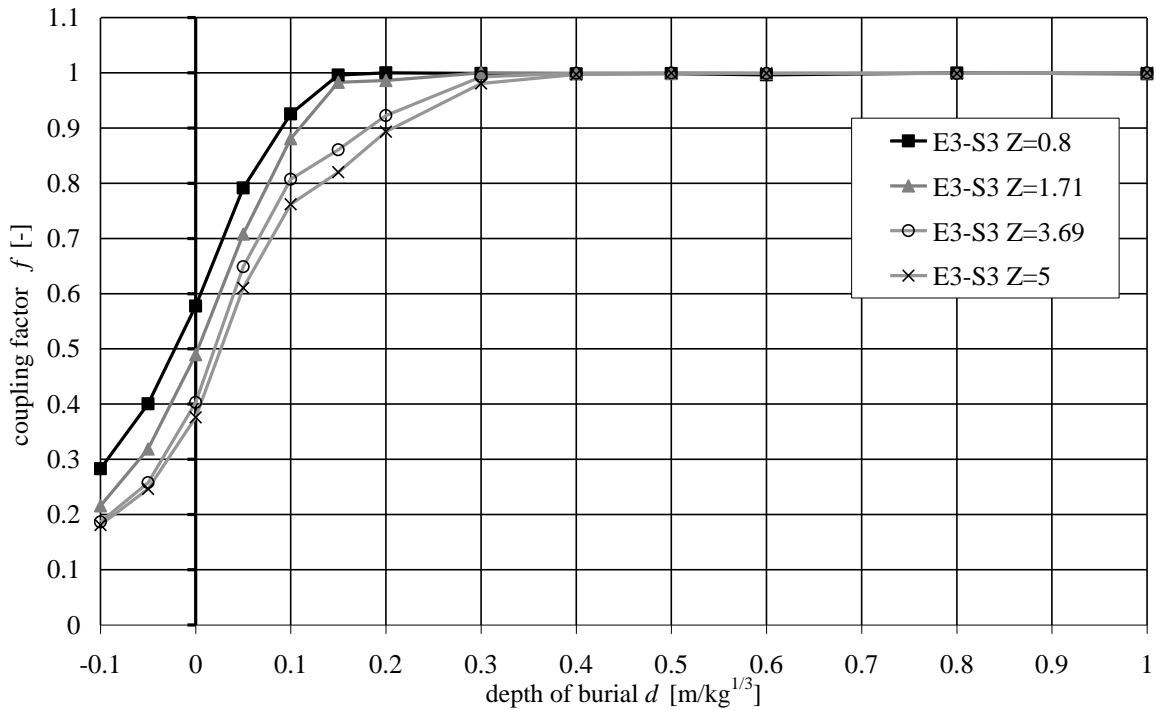


Fig. 8. Coupling factor f as a function of depth of burial d for the scaled distances $Z = 0.8, 1.71, 3.69,$ and $5 \text{ m/kg}^{1/3}$ and angle -45 degrees for the soil property E3-S3.

An interesting phenomenon was observed for the dry sand, E1-S1, for the target angle -45 degrees. It actually showed that a minimum occurred for the coupling function f not at depth of burial $-0.1 \text{ m/kg}^{1/3}$ as expected instead it occurred at $+0.05 \text{ m/kg}^{1/3}$, see Fig. 9.

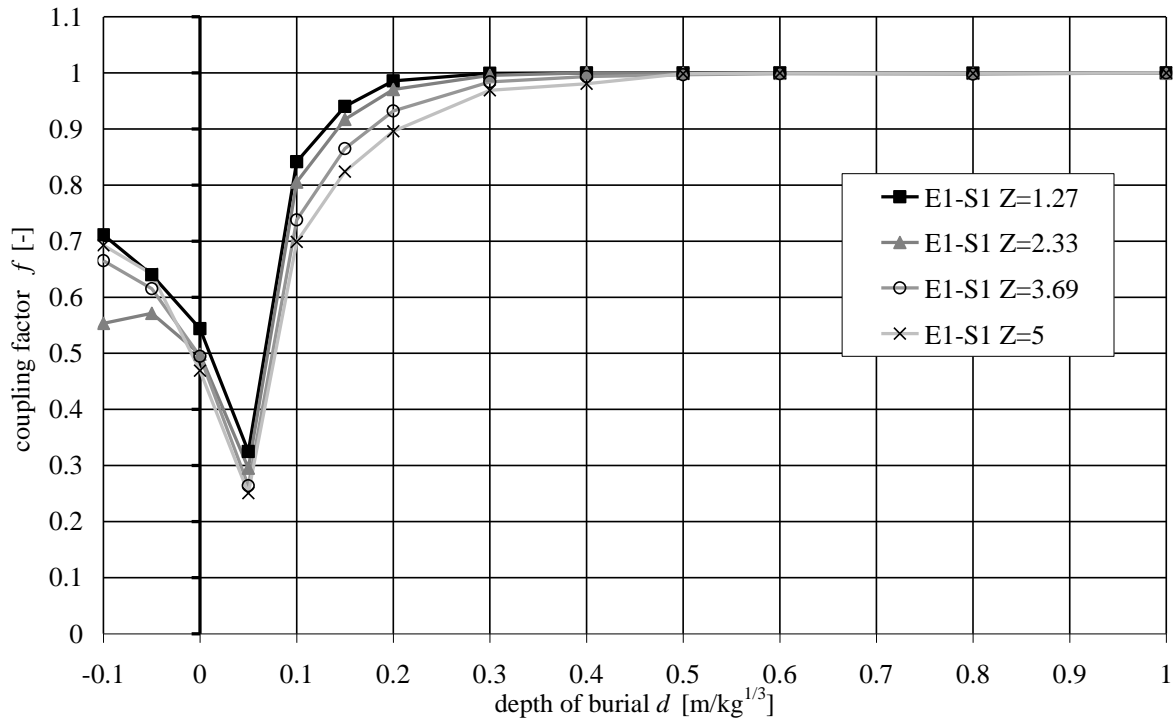


Fig. 9. Coupling factor f as a function of depth of burial d for the scaled distances $Z = 1.27, 2.33, 3.69,$ and $5 \text{ m/kg}^{1/3}$ and angle -45 degrees for the soil property dry sand E1-S1.

The phenomenon with a transferred minimum point can be explained by studying the pressure propagation for depth of burial $d = -0.1 \text{ m/kg}^{1/3}$ and $d = 0.05 \text{ m/kg}^{1/3}$ for a target point in the -45 degree angle, see Fig. 10 and Fig. 11, respectively. It can be seen, that when the charge is above ground, $d = -0.1 \text{ m/kg}^{1/3}$, the shock wave propagates faster in air than in the ground. The E1-S1 has the slowest sound speed of all the studied soil materials. This gives the effect of that the airblast actually initiate a shock wave in the soil before the pure ground shock has reached the studied surface point. This gives an un-symmetric propagation of the ground shock and explains why an increase in the coupling factor occurs when the charge is in the air. In Fig. 11 it is seen that when the charge is slightly buried, $d = 0.05 \text{ m/kg}^{1/3}$, the un-symmetric behaviour is almost totally disappeared. This is due to the fact that the airblast is weakened along the horizontal direction.

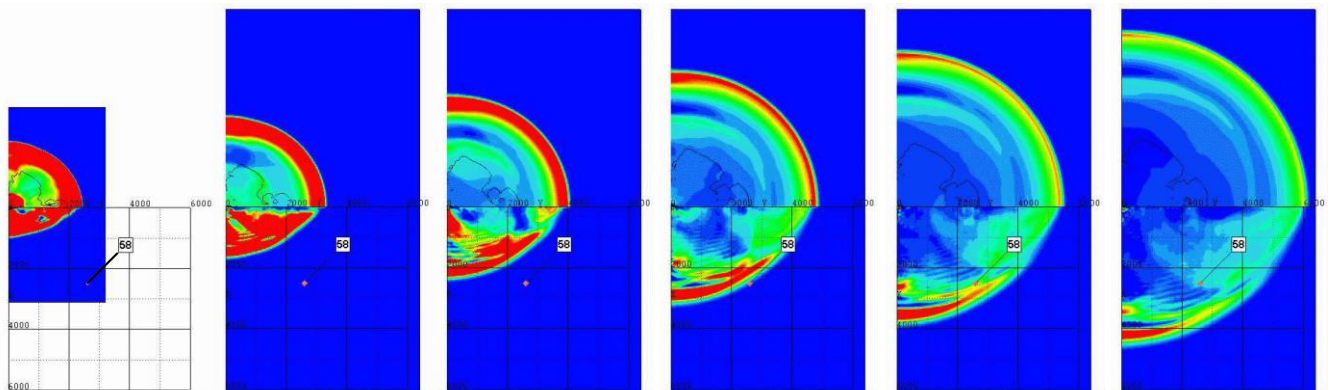


Fig. 10. Pressure plots at times 2, 4, 6, 8, 10, and 12 ms for the soil property dry sand E1-S1 with depth of burial $d = -0.1 \text{ m/kg}^{1/3}$. Red colour corresponds to 40 kPa or higher and blue to 0 kPa. 58 is a 45 degree angle target point.

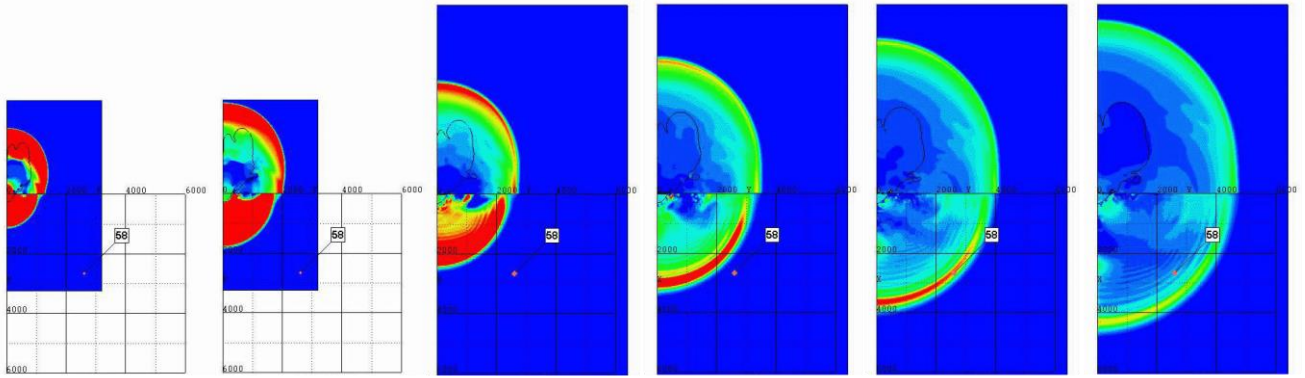


Fig. 11. Pressure plots at times 2, 4, 6, 8, 10, and 12 ms for the soil property dry sand E1-S1 with depth of burial $d = +0.05 \text{ m/kg}^{1/3}$. Red colour corresponds to 40 kPa or higher and blue to 0 kPa. 58 is a 45 degree angle target point.

The calculated coupling factor based upon maximum particle velocity did not differentiate much from the case when maximum pressure was used. The results from these plots are therefore omitted from this paper. Eq.1 also suggests impulse to be used to derive the coupling factor. The simulation results showed that when the impulse was used a general trend was that the coupling factor f became in significantly lower and not so steep slope compared with pressure and particle based coupling factor. Another issue with using impulse are the reflections which occur from the surface. These surface reflections will influence and reduce the impulse results for scaled distances that are of interest, ranging from $0.8 \text{ m/kg}^{1/3}$ to $5.0 \text{ m/kg}^{1/3}$. Maximum accelerations are hard to receive correct measurements of in field tests and are therefore excluded here. However, when the coupling factor was calculated by using the ratio of kinetic energy transferred to the soil and to the air, a clear distinction could be seen in the coupling factor function when the different soil properties were studied, see Fig. 12. The Fig. 12 was derived by studying the ratio of air kinetic energy and soil kinetic energy at analysis time 3 ms. Adjustments on the kinetic energy curves were needed due to jumps when remapping was performed. The jumps occur because some of the soil ejecta are not remapped correctly and these high kinetic energy parts of the soil are excluded from the calculation, this gives a clear instant loss when remapping is performed. But with the adjustments, by adding the kinetic energy jump after each remap, the curve became smooth over the whole analysis time. The results of Fig. 12 show that the clay is clearly faster than the other soils in reaching the full coupling factor of $f=1$ when depth of burial d is increased. For example at $d=0 \text{ m/kg}^{1/3}$ the sand has only $f=0.19$ and the clay has $f=0.47$ which is an increase in 147 percent. At $d=0.05 \text{ m/kg}^{1/3}$ the sand has a coupling factor of $f=0.64$ and the clay has $f=0.73$ which is an increase in 14 percent. This indicates the need of including the soil type and its properties in the definition of the coupling factor.

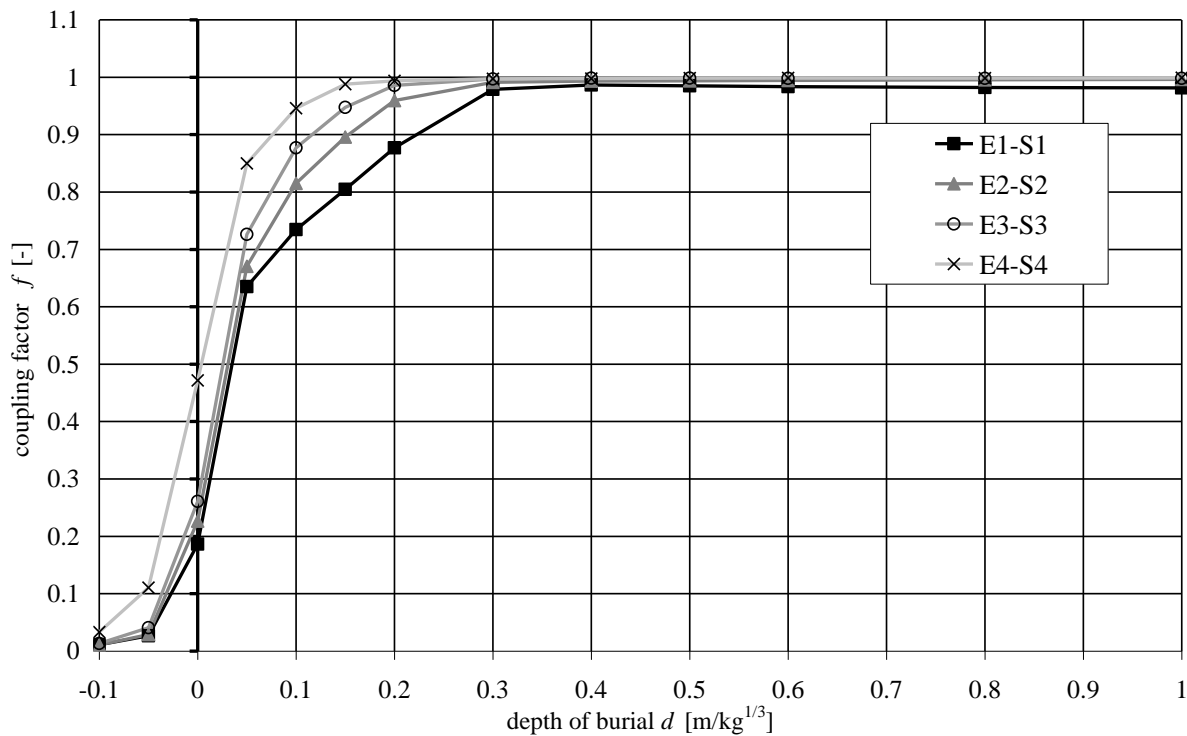


Fig. 12. Coupling factor f based upon transferred ratio of kinetic energy $f = E_{k,soil}/E_{k,total}$ for the four soil properties as a function of scaled depth of burial at analysis time 3ms.

CONCLUSIONS

The paper’s objectives of finding clear relationships of what soil properties influence the coupling factor was not fulfilled. The results presented here indicate that the coupling factor is not only influenced by the scaled depth of burial but it is also influenced by the soil properties, as expected. The influence of the soil properties on the coupling factor was though already acknowledged by [2] but somehow it became accepted to utilize a simplified coupling factor in the following years, 1946-1989. However, this paper indicates that the coupling factor is also influenced by the geometrical layout of the studied problem. This combined effect makes it harder to draw any clear conclusions therefore only some observations and argumentations can be stated at this point:

1. The soil properties have an influence of how steep the coupling factor is as a function of depth of burial. This is clearly seen when studying the ratio of kinetic energy transmitted to soil and air. The soil material which has the most porous equation of state resulted in the weakest coupling factor function. The derivative of the coupling factor function seemed to increase when the equation of state became less porous, see also Fig 11. This indicate that different coupling factor functions should be used for different loose soils or at least incorporate a scaling parameter based upon soil properties on the general coupling factor function.
2. When studying the coupling factor function by calculating it by using maximum pressure or particle velocity it can be seen that the scaled distance and the angle of the studied target locations are of influence. The results showed that when the scaled distance decreases the derivative of the coupling factor function increases and the coupling factor also receives a higher starting point. A corresponding effect seems to be present for the angle of the studied target locations.
3. An unexpected minimum on the coupling factor function was shown to occur for dry sand when the charge was shallow buried at 0.05 m/kg^{1/3} and not when the charge was in the air, as expected and seen for the other studied soil properties. This minimum was clearly seen when -45 degree angle target locations with different scaled distances were studied. The reason for this is that the charge detonating in air actually generated a ground shock wave with the airblast before the “pure ground shock” had reached a certain studied point on the surface. This is due to that the dry sand has much lower shock

wave velocity than air. This result in a un-spherical shock wave propagation which is most likely is assumed to be spherical by the simple definition of the coupling factor found in [3], see eq.1. The validity range of scaled distance of $0.8 \text{ m/kg}^{1/3}$ to $5.0 \text{ m/kg}^{1/3}$ is specified which the FE analysis clearly show that nonspherical propagation will occur within this range.

4. Based on the large variations of the coupling factor relationship seen in the FE analysis when studying soils, different scaled distances, and target location angles, it is tempting to suggest an alternate coupling factor definition which is not dependent on local shock propagation properties to the same extent as the simple relationship suggests, see eq.1. Averaged quantities over the entire soil domain could probably be employed for yielding better consistency over the whole range of charge depths. Another suggested approach would be to use a global property like the kinetic energy distribution between soil and air, see Fig. 12. This approach would however be very hard to realize experimentally and is probably only feasible in a FE-analysis setting.

Finally, more studies of both experimental and simulative nature are encouraged to enlighten if a new definition of the coupling factor is needed and what main factors influence the shape of the coupling factor function in addition to the scaled depth of burial.

ACKNOWLEDGEMENTS

The authors acknowledge the support given by Swedish Rescue Services Agency and especially Björn Ekengren. Additionally members of the West Sweden Shock Wave Group and especially Dr. Morgan Johansson and Dr. Joosef Leppänen are highly acknowledged for their input. Finally, Jan-Christian Anker's feedback on the writing is highly appreciated.

REFERENCES

- [1] Ekengren B. (2006): *Skyddsrum, SR 06 (Civil Shelters 06 in Swedish)*, Swedish Rescue Services Agency, B54-141/06, Karlstad, Sweden.
- [2] Lampson C.W. (1946): Final Report on Effects of Underground Explosions, Div. 2, National Defence Research Committee of the US Office Scientific R&D, NDRC Report No. A-479, OSRD Report No. 6645.
- [3] Drake J.L. och Little Jr C.D. (1983): *Ground Shock from Penetrating Conventional Weapons, Interaction of Non-nuclear Munitions with Structures*, U.S. Air Force Academy, USA.
- [4] Drake J.L., Smith E. B., och Blouin S.E. (1989): Enhancements of the Prediction of Ground Shock from Penetrating Weapons, 4th Int. Symp. on the Interaction of Non-nuclear Munitions with Structures.
- [5] Bulson P. (1997): *Explosive Loading of Engineering Structures*, ENFN SPON, London, England.
- [6] ConWep (1992): *Collection of conventional weapons effects calculations based on TM 5-855-1, Fundamentals of Protective Design for Conventional Weapons*, U.S. Army Engineer Waterways Experiment Station, Vicksburg, USA.
- [7] Century Dynamics Inc., (2004): *AUTODYN Theory Manual Revision 5.0*, San Ramon, CA, USA.
- [8] Moxnes J. F., Ødegårdstuen G., Atwood A., and Curran P. (1999): "Mechanical properties of a porous material studied in a high speed piston driven compaction experiment", *30th International Annual Conference of ICT Energetic Materials, Fraunhofer Institut Chemische Technologie*.
- [9] Laine L. and Sandvik A. (2001): "Derivation of mechanical properties for sand", *4th Asian-Pacific conference on Shock and Impact Loads on Structures*, CI-Premier PTE LTD, vol. 4, pp 353-360, Singapore.
- [10] Heyerdahl H. and Madshus C. (2000): "EOS-data for sand, Tri-axial tests on sand from Sjöbo", Norges Geotekniske institutt, NGI rept. 20001157-1, Oslo, Norway.
- [11] Laine L. (2006): "Study of Planar Ground Shock in Different Soils and Its Propagation Around a Rigid Block", *77th Shock and Vibration Symposium* October, Monterey, CA.

Bilaga Y Laine och Larsen (2009): Proposal on How to Model the Unloading in a Compaction Equation of State based upon Tri-axial tests on Dry Sand, 80th Shock & Vibration Symposium, San Diego, CA

Proposal on How to Model the Unloading in a Compaction Equation of State based upon Tri-axial tests on Dry Sand

Leo Laine^{a,*} and Ola Pramm Larsen^b

^aANKER – ZEMER Engineering AS
Stugvägen 4, SE-438 94 HÄRRYDA, Sweden

*Corresponding author: leo.laine@telia.com

^bANKER – ZEMER Engineering AS
P.O. Box 253, NO-0702 OSLO, Norway

This paper proposes how a compaction Equation of State (EOS) can be used to describe the unloading wave as a function of both density and pressure. The modification will result in a more accurate way to calculate the shock wave propagation and attenuation in dry sand. Previously, only an elastic unloading was available in the compaction EOS in AUTODYN by specifying the elastic bulk sound speed as a function of density. Currently, a nonlinear modification is available which relates the slope to a user defined bulk module as a function of density. However, neither of these options captures properly the nonlinear behaviour seen in tri-axial test data during unloading and how the unloading curve shape varies with both density and pressure.

The proposed modifications to the unloading phase for the compaction EOS are based upon tri-axial isotropic and shear tests performed on dry sand. The elastic pressure and shear wave velocities were also measured during isotropic loading. Isotropic unloading was performed from different pressure levels. The results show how the proposed modification which considers both density and pressure for calculating the slope of the unloading can represent the tri-axial test data within the measured pressure range and up to the theoretical maximum density.

INTRODUCTION

The Swedish Civil Contingencies Agency (MSB) is responsible for the building regulations of the Swedish civil defence shelters. There are specific rules for how the defence shelters are planned, built, equipped and

maintained [1]. One of many regulations state what loading level the shelters should withstand: “The effect of a pressure wave corresponding to that produced by a 250 kg GP-bomb with 50 weight per cent TNT which burst freely outside at a distance of 5.0 meters from the outside of the shelter during free pressure release”. However, many of the shelters are designed as basements below ground surface. This is the reason why more knowledge on how the ground shock propagates and attenuates during the scaled distances of 0.1 to 10 kg/m³ and affects buried shelters, is needed.

During the Second World War extensive experiment series and research were conducted on ground shock generated by high explosives [2]. This early work functions as a foundation for understanding the behaviour of how the shock waves propagates and attenuates in earth media. In [2], Lampson states that the pressure in the soil from the detonation of an explosive charge is propagated by a plastic wave which is characterized by a continuous change of shape and of duration with distance from the charge, see Fig. 1 for illustration. Close to the source the shape will be sharp and after a distance it will start to attenuate and change shape of the wave.

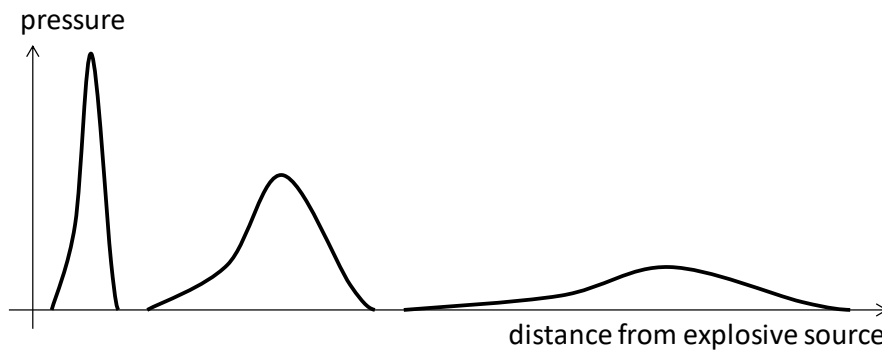


Fig. 1. Illustration of how the ground shock wave change shape during propagation in a compactable soil.

As already stated in [2] by Lampson, the reason for the continuous change of shape is the pressure density relationship which is common for compactable soils, see Fig. 2. The left illustration in Fig.2 shows the loading and unloading path for a generic compactable soil. This curve also defines the loading and unloading wave speed at a certain pressure and density, see right illustration in Fig. 2. The relationship between pressure, density and wave speed c is simply seen as

$$c = \sqrt{\frac{\partial P}{\partial \rho}} \tag{1}$$

The right illustration Fig.2 shows that the unloading wave speed is higher than the loading wave speed when above a certain pressure level. This means that the high pressure shape will attenuate fast by the unloading. For lower pressures the unloading speed can be slower which would result in that the wave shape starts to have a long unloading tail.

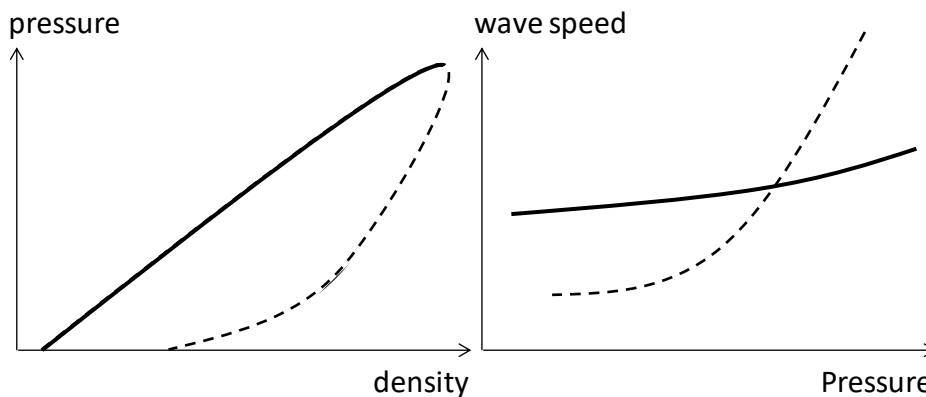


Fig. 2. Illustration of a compactable soil and how the pressure density curve relates to wave speeds as a function of pressure. Solid and dashed lines represent loading and unloading, respectively.

EXPERIMENTAL RESULTS AND EARLIER PROPOSED SAND MODELLING

The Norwegian Geotechnical Institute (“NGI”) has characterised the soil and performed tri-axial tests on the sand from Sjöbo Sweden [4], see also [3]. The characterization of the soil showed that the grain size distribution in the sand was medium to coarse, with grain size number C60/C10 approximately equal to two. The content of organic compounds was less than one percent. The in situ dry density was approximately 1574 kg/m^3 ; the average water content was approximately 6.57 percent. Finally, the average specific weight of the grains was 2641 kg/m^3 .

For the experimental setup, two types of tri-axial cell devices were used for the seven tests performed. Firstly, the “NGI standard Cell device” [3] was used for tests up to 2 000 kPa in confinement stress, and secondly for tests above this confinement stress a rock tri-axial cell device was used, see Fig. 4. A cylindrical soil specimen with $h=90 \text{ mm}$ and $d=38 \text{ mm}$ in the rock tri-axial cell was enclosed in a rubber membrane inside the cell. By using a fluid in the chamber, the confining stress (pressure) equal to $\sigma_r = \sigma_2 = \sigma_3$ was applied. The vertical stress $\sigma_v = \sigma_1$ was applied by a steel piston, which was employed by hydraulic pumps and a step motor. Additionally the rock tri-axial cell was equipped with pressure transducers to allow measurements of the elastic shear and longitudinal wave speeds of the soil specimen during different pressure and density states.

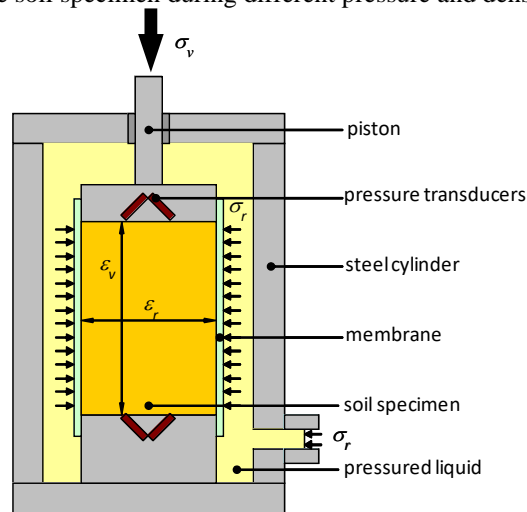


Fig. 4. The rock tri-axial cell device was used for the dry sand with maximum isotropic consolidation pressure of 60 000 kPa [4].

The loading onto the specimen was first an isotropic consolidation ($P = \sigma_v = \sigma_r$) with loading and unloading to different pressure levels, see Fig. 5 - Fig. 7. Radial meter gauges were used to measure radial strain. From this part of the test, the compaction EOS with plastic loading and the mechanical unloading at different pressures levels can be derived. After the isotropic consolidation, a shear test at different pressure levels, i.e. 2 000, 20 000, and 60 000 [kPa] were performed. The radial stresses were kept constant (i.e. $\sigma_r = \text{constant}$) while the vertical stress σ_v was increased. Consequently, the maximum yield surface was established from the tests, see further in [3] and [4].

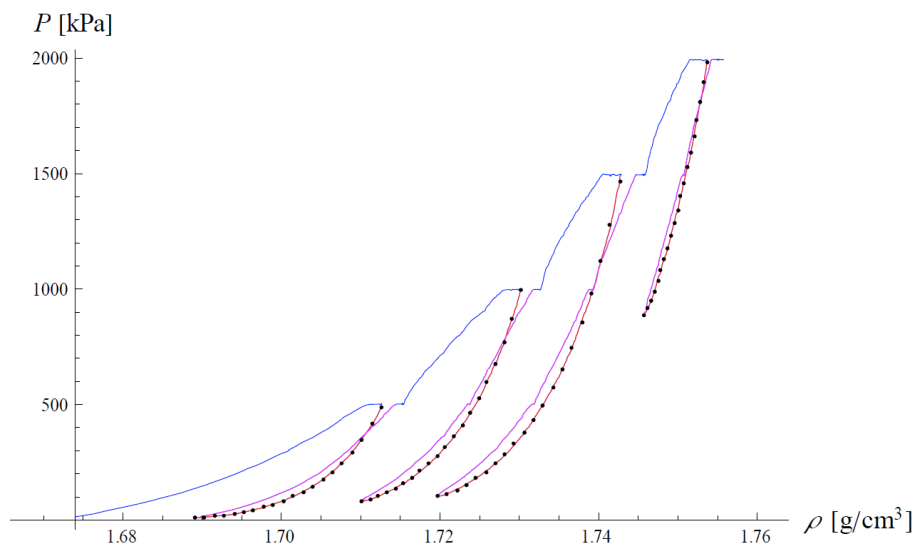


Fig. 5. Experimental data, Test 6, pressure as a function of density, with isotropic consolidation pressure up to 2 000 kPa. The black dots are used as a simplified representation of the unloading curves.

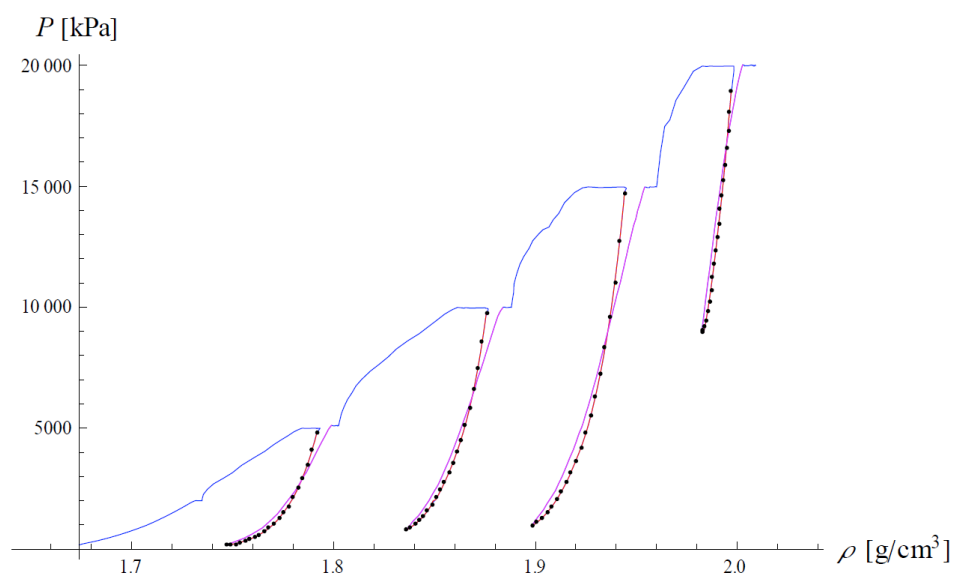


Fig. 6. Experimental data, Tri845, pressure as a function of density, with isotropic consolidation pressure up to 20 000 kPa. The black dots are used as a simplified representation of the unloading curves.

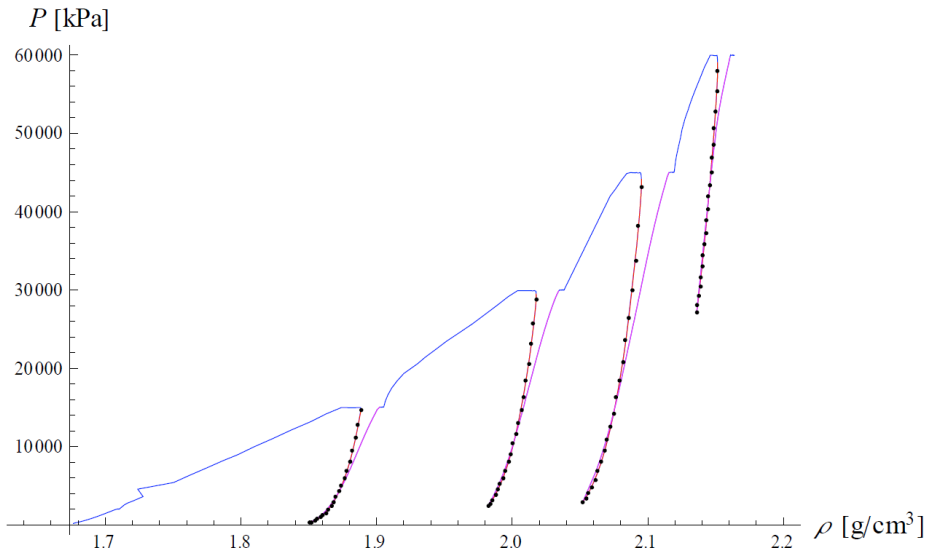


Fig. 7. Experimental data, Tri847, pressure as a function of density, with isotropic consolidation pressure up to 60 000 kPa. The black dots are used as a simplified representation of the unloading curves.

Measurements of elastic longitudinal v_l and shear v_s wave speeds were performed by using the pressure transducers, shown in Fig. 3, for certain density and pressure levels. However, the measurements of the elastic waves were mainly performed when the pressure was not close to zero. In Fig. 8 the derived bulk sound speed c from the original material data for the dry sand is shown. The bulk sound speed c is based upon following relationship

$$c = \sqrt{v_l^2 - \frac{4}{3}v_s^2}. \quad (2)$$

In addition, a linear extrapolation was used for c for densities above 2150 kg/m³. The theoretical maximum density was set equal to the grain density of $\rho_{TMD}=2641 \text{ kg/m}^3$. The maximum bulk sound speed was set equal to $c_{TMD}=4636 \text{ m/s}$ based upon shock Hugoniot data found for westerly granite [3].

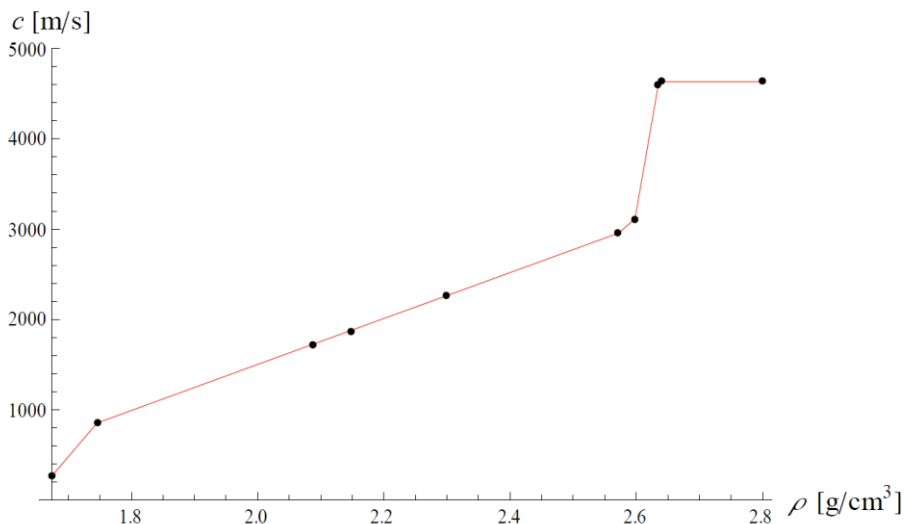


Fig. 8. Experimentally derived bulk sound speed as a function of density $c_b(\rho)$.

Fig. 8 illustrates the deficiency in the current material model when defining different unloading wave speeds based on density alone, and not including pressure which is an essential part when properly describing the change in shape of the propagating pressure wave.

DERIVATION OF HOW THE UNLOADING WAVE SPEED IS A FUNCTION OF BOTH DENSITY AND PRESSURE

Used symbols and parameters when deriving the shape of the unloading wave speed as a function of density and pressure are given in Table 1.

Table 1. Used symbols and explanations.

Symbol	Explanation
λ	Intersection of arbitrary unloading curve with the $P=0$ line.
$P_c(\rho)$	Plastic compaction curve. One of the primary inputs to the old EOS, a piecewise linear curve using 10 user defined data points in AUTODYN.
$P_U(\rho)$	Functional expression for an arbitrary unloading curve
$\rho_L(\lambda)$	Density span of unloading curve from $\rho=\lambda$ at the $P=0$ line to the intersection point with $P_c(\rho)$ at $\rho=\rho_{int}$. $\rho_L(\lambda) = \rho_{int} - \lambda$
ρ_0	Initial or in situ density of the soil including water content.
ρ_{TMD}	Theoretical maximum density.
ρ_{int}	Density value at intersection point between the plastic compaction curve and an arbitrary unloading curve.
ρ_{crit}	User input controlling the exponential growth of the $c(\rho, P=0)$ curve. $\rho < \rho_{crit}$ results in unloading wave speeds less than c_0 at $P=0$.
$c(\rho, P)$	Unloading wave speed, not the same as speed of sound, see eq. (1).
$c_b(\rho)$	Bulk speed of sound as a function of density. One of the primary inputs to the old EOS, a piecewise linear curve using 10 user defined data points in AUTODYN.
c_0	Initial sound speed at initial density $\rho=\rho_0$.
c_{TMD}	Sound speed when theoretical maximum density is reached. At this level of maximum compression the EOS is perfectly linear elastic, meaning that the unloading wave speed is identical to the bulk speed of sound.
c_{min}	User input for the minimal unloading wave speed at $\rho=\rho_0, P=0$.

The cornerstone of the new compaction EOS is a complete description of the unloading wave speed $c(\rho, P)$ for the complete state space (ρ, P) of the granular material. The state space can easily be visualized by the area confined by the plastic compaction curve, $P=0$ line, and the fully elastic unloading/loading path as shown in Fig. 3. When the unloading wave speed surface $c(\rho, P)$ is obtained every unloading/loading path is unambiguously defined through the relation:

$$\frac{\partial P_U(\rho)}{\partial \rho} = c(\rho, P)^2 \quad (3)$$

With the initial condition $P_i = P_U(\rho_i)$. The (ρ_i, P_i) is an arbitrary material state in the state space domain. Also note that the loading path will be identical to the unloading path for this new compaction EOS.

Assuming that only a handful of experimental unloading data sets are available, which was the case for the unloading/loading data employed in this derivation, it is necessary to make rigorous use of the boundary values, i.e. $P_c(\rho)$ and $c_b(\rho)$, and various extrapolation techniques. The objective is to derive the general trend of the unloading patterns exhibited by the experimental data while at the same time satisfying the theoretical boundary values.

Here follows an overview of the basic **steps** involved in the derivation of the $c(\rho, P)$ surface.

Step 1: A lot of effort was put into the search of a general functional expression $P_U(\rho)$ that could fit the various experimental unloading patterns, satisfy the underlying physics, and at the same time involve a relative simple mathematical construct. Based on numerous curve fitting attempts of many different functional expressions on the experimental data, polynomials of different orders, logarithms, splines, exponentials and combinations of these were systematically tested for applicability. Finally, a best candidate was finally chosen

$$P_U(\rho) = \left(d + e^a (e^{b(\rho-\lambda)} - 1) \right) (\rho - \lambda) \quad (4)$$

$$\frac{\partial P_U(\rho)}{\partial \rho} = d + e^a(e^{b(\rho-\lambda)} - 1) + be^{a+b(\rho-\lambda)}(\rho - \lambda) \quad (5)$$

$$\frac{\partial P_U^n(\rho)}{\partial \rho^n} = nb^{(n-1)}e^{a+b(\rho-\lambda)} + b^ne^{a+b(\rho-\lambda)}(\rho - \lambda), n \geq 2 \quad (6)$$

where a , b , d , and λ are constant parameters that will be determined based on various curve fitting techniques. Eq. (4) is the primary function, Eq. (5) is the unloading slope, and Eq. (6) is the n th derivative.

$P_U(\rho)$ has following convenient properties:

1. $P_U(\lambda) = 0$.
2. $\delta P_U(\lambda)/\delta \rho = d$, which makes it easy to determine slope at $P=0$.
3. $P_U(\rho)$ and all its derivatives are continuously growing functions for $\rho > \lambda$ assuming $d > 0$ and $b > 0$.
4. $P_U(\rho)$ has a relative simple functional description, and is numerically robust.

Step 2: In order to extract the global unloading behaviour, certain dominating trends were extracted based on observations from the local curve fitting level. I.e. the experimental data from each unloading sequence was curve fitted based on the $P_U(\rho)$ functional description, and properties like the intersection with the $P_c(\rho)$ curve and the $P=0$ line were determined with $\rho = \rho_{int}$ and $\rho = \lambda$ respectively, see Fig. 9. Another important extrapolated property of the unloading curve was the slope $\frac{\partial P_U(\lambda)}{\partial \rho}$ at $P=0$, see Fig. 9.

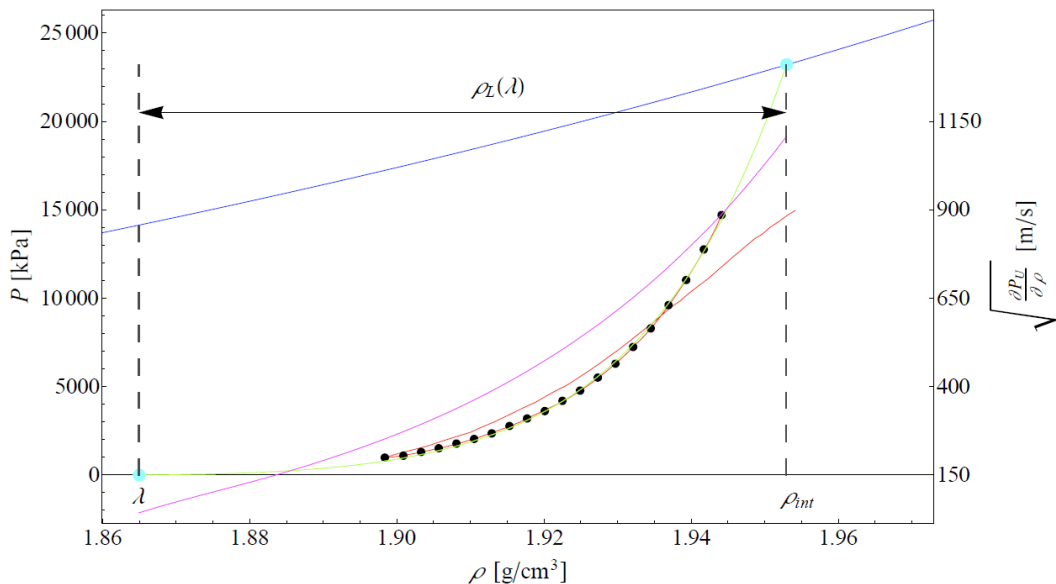


Fig. 9. Optimization results of fitting the $P_U(\rho)$ function through the unloading experimental data represented by black dots. Blue curve shows plastic compaction as a function of density, green curve a numerical fit of the $P_U(\rho)$ function through the experimental unloading data. Magenta curve is the square root of the slope to the $P_U(\rho)$ function. The scale on the right side of the plot applies to the magenta curve only.

The global unloading properties were described by using two mathematical constructs shown in Fig. 10 and Fig. 11. Fig. 10 describes the unloading wave speed $c(\rho, P=0)$ at zero pressure. Fig. 11 describes the density span $\rho_L(\lambda)$ for the unloading curves. $c(\rho, P=0)$ was rigidly applied, while $\rho_L(\lambda)$ was only used as a guidance for the optimization process, which lead to the creation of extrapolated unloading curves outside the experimental data domain.

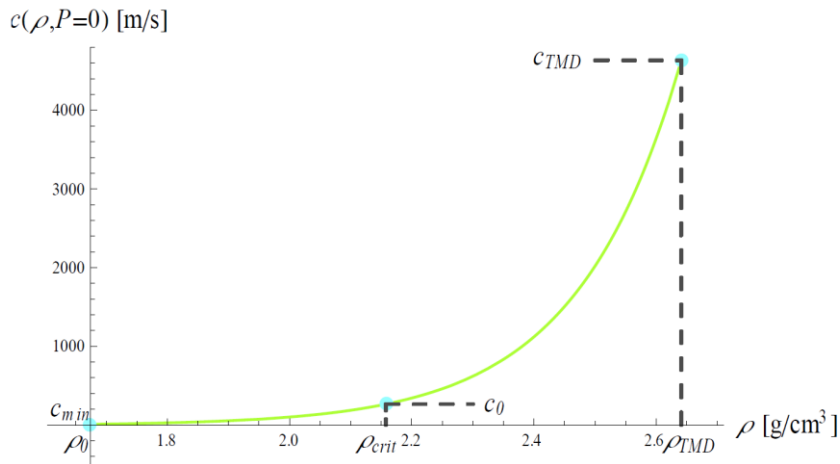


Fig. 10. Green curve illustrates how the transition from minimum unloading wave speed transforms to theoretical maximum density unloading wave speed at $P=0$.

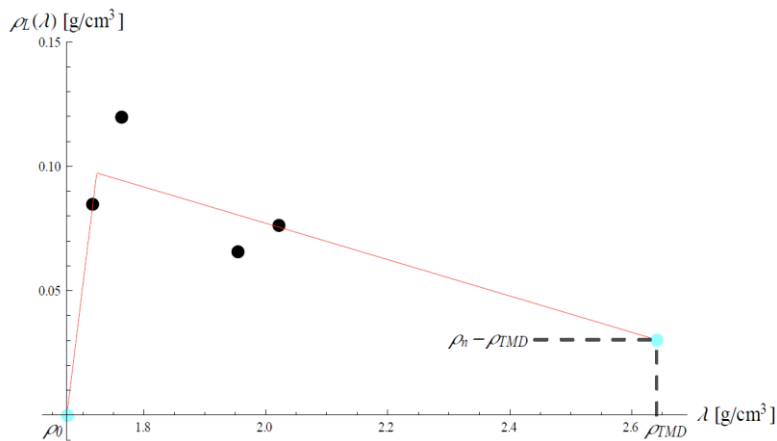


Fig. 11. General descriptions of the density span which provides a guideline to the extrapolation of unloading curves outside the experimental data domain. The black dots represent the density span $\rho_{L,i}$ for a selection of the experimental unloading data. The red line is the fitted bilinear $\rho_L(\lambda)$ curve satisfying the boundary values at ρ_0 and ρ_{TMD} .

Step 3: The extrapolated $c(\lambda_i, P=0)$ values for each unloading curve (i) produces the basis for constructing the exponential $c(\rho, P=0)$ curve in Fig. 10. A lower bound c_{min} , a theoretical upper bound c_{TMD} , and a critical c_{crit} value could alternatively be specified to uniquely determine the exponential $c(\rho, P=0)$ curve if there are limited experimental data points near the $P=0$ line.

Step 4: By using the $c(\rho, P=0)$ curve and the $\rho_L(\lambda)$ guideline together with the plastic compaction curve and the bulk sound speed curve, one can numerically approximate each unloading curve by using Non-Linear-Programming (NLP). For an arbitrary unloading curve starting at the $P=0$ line at $\rho=\lambda_k$ the NLP problem reads as follows

$$\min_{a,b,d,\rho_{int}} (\lambda_k + \rho_L(\lambda_k) - \rho_{int})^2 \quad (7)$$

subject to

$$\frac{\partial P_U(\lambda_k)}{\partial \rho} = d = c(\lambda_k, P = 0)^2 \quad (8)$$

$$P_U(\rho_{int}) = P_c(\rho_{int}) \quad (9)$$

$$\frac{\partial P_U(\rho_{int})}{\partial \rho} = c_b(\rho_{int})^2 \quad (10)$$

$$\rho_0 < \lambda_k < \rho_{TMD} \tag{11}$$

$$\rho_0 < \lambda_k < \rho_{int} < \rho_n \tag{12}$$

$$b > 0 \tag{13}$$

where Eq. 7 is minimizing the deviation to the to the ρ_L density span guidance. The minimization is subject to constraints such as Eq. 8 which constrains the slope at $P=0$ to the global trend, see Fig. 10. The Eq. 9 constrains the ρ_{int} to be the intersection of P_U and P_c . The Eq. 10 constrains the slope to the bulk sound speed at ρ_{int} . Eq. 11 and Eq. 12 constrains the valid density domain for the starting point and ending point of the unloading curve, respectively. Finally, Eq. 13 maintain the convenient properties of the $P_U(\rho)$ function. In Table 2 a selection of results are summarized from the optimization.

Table 2. A selection of experimentally fitted, red in Fig. 12, and extrapolated, magenta in Fig. 12, unloading curves with their corresponding parameter values providing the exponential unloading curves $P_U(\rho)$. The pressure value P provides the pressure level on the plastic compaction curve where the unloading is initialized. The extrapolated unloading curves are generated through the NLP optimization procedure outlined in Eq.7 - Eq.13.

Pressure P [kPa]	Experimental or NLP Extrapolated Unloading curve	P=0 intersection λ [g/cm ³]	$P_c(\rho)$ intersection ρ_{int} [g/cm ³]	$P_U(\rho)$ const. a Log[m ² /s ²]	$P_U(\rho)$ const. b [cm ³ /g]	$P_U(\rho)$ const. d [m ² /s ²]
3200	NLP	1.689	1.719	12.20	26.45	131.3
9000	Experimental	1.717	1.801	7.002	54.24	210.1
15800	Experimental	1.791	1.884	7.785	45.91	660.5
23100	Experimental	1.865	1.953	8.928	40.62	1829
32500	Experimental	1.938	2.020	8.978	47.89	4715
47400	Experimental	2.021	2.097	10.67	35.79	13410
62000	Experimental	2.082	2.153	11.82	27.61	28230
78600	NLP	2.136	2.203	12.40	25.65	54320
99500	NLP	2.190	2.253	13.08	22.22	104000
136000	NLP	2.262	2.320	14.40	13.34	245700
188000	NLP	2.334	2.390	19.02	0.2759	578100
269000	NLP	2.407	2.469	21.15	3.082e-2	1.356e6
376600	NLP	2.479	2.544	21.79	1.347e-2	3.177e6
508000	NLP	2.569	2.613	25.44	4.691e-4	9.189e6

Step 5: A finite set of unloading curves then provide the basis for generating a Non-Uniform-Rational-B-Spline (NURBS) surface ultimately resulting in the definition of $c(\rho,P)$, see Fig. 12, Fig. 13, and Fig. 14 for different views. Red curves in Fig. 12 represent locally curve fitted experimental unloading data, while the magenta curves are extrapolated through the NLP problem described over. The solid green curve is the $c(\rho,P=0)$ curve while the green wall behind the blue/pink NURBS surface represent the plastic compaction and bulk sound speed, i.e. $P_c(\rho)$, and $c_b(\rho)$. The significance of the green wall can be better understood if the surface is projected in the (ρ,P) plane Fig. 13, and the (ρ,c) plane Fig. 14. In Fig. 14 the projected curve that travels along the top of the green wall and then merges with the NURBS surface (blue/pink) is actually the bulk sound speed $c_b(\rho)$. Notice that the unloading wave speed realized by the experimentally fitted red curves end up at a level approximately 10-20% under the bulk sound speed curve.

It is important to note that the NURBS surface will only function as an intermediary when considering the planned implementation into AUTODYN. The NURBS surface will later on be broken down into a set of piecewise polynomial surfaces to provide faster numerical evaluation of the $c(\rho,P)$ function.

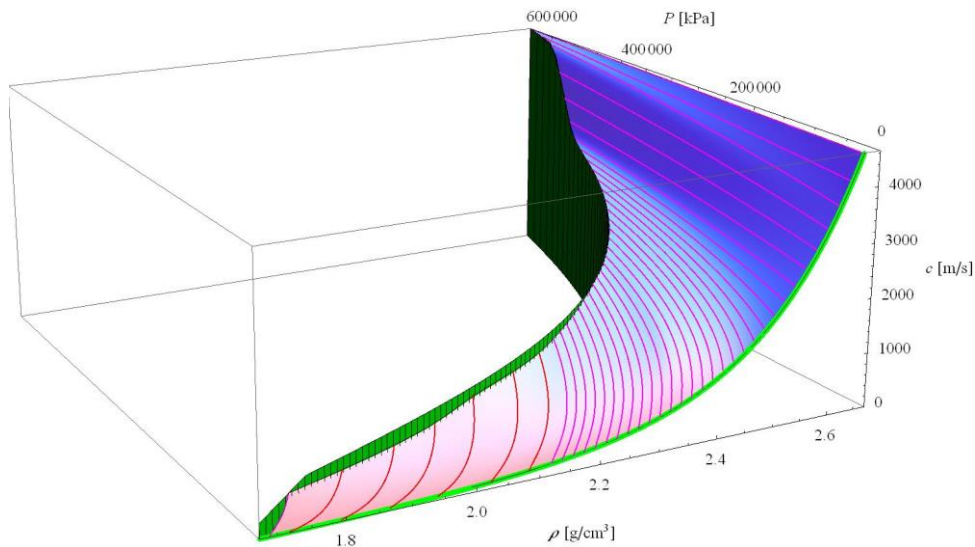


Fig. 12. 3D surface in blue to pink colors of unloading wave speed as a function of both pressure and density, $c(\rho, P)$.

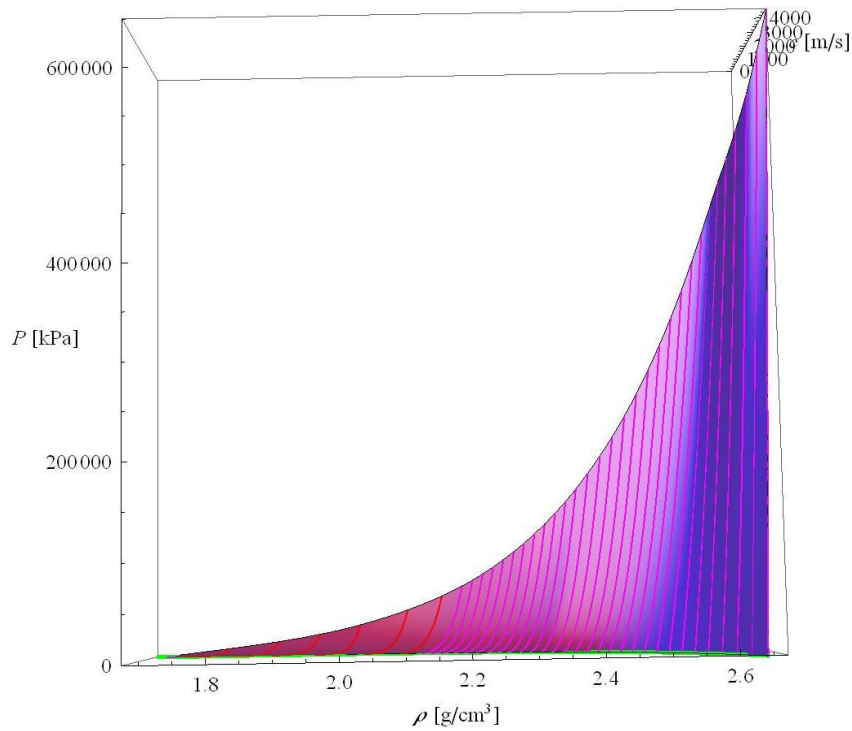


Fig. 13. 3D surface of unloading wave speed as a function of both pressure and density from a density versus pressure view. The projected curve is the plastic compaction curve $P_c(\rho)$

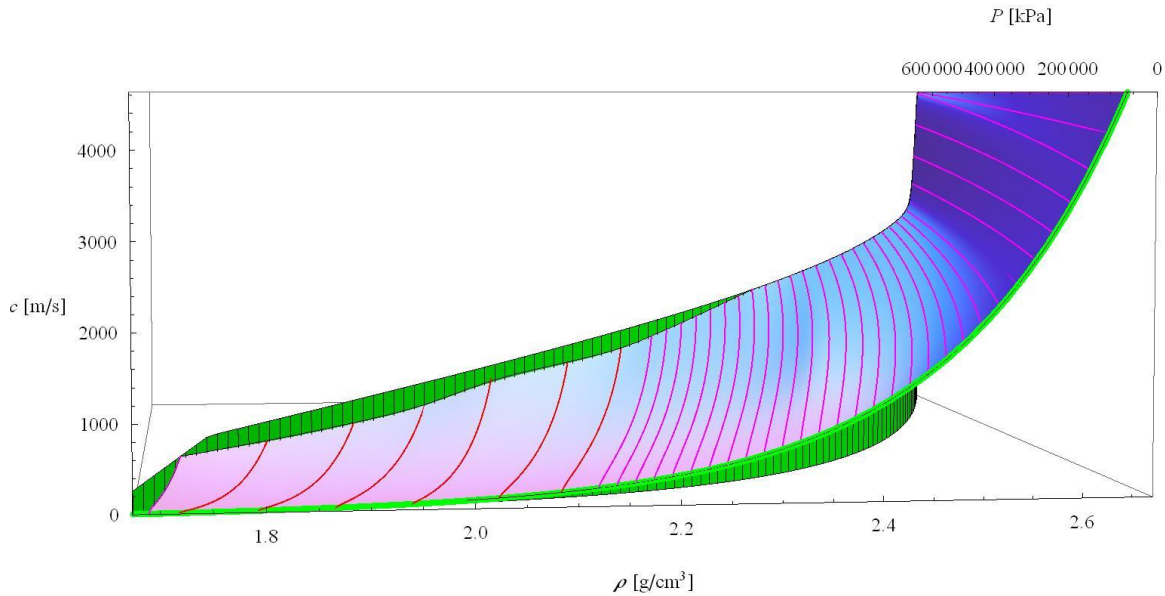


Fig. 14. 3D surface of unloading wave speed as a function of both pressure and density from a density versus wave speed view.

COMPARISON OF UNLOADING PROPERTIES BETWEEN OLD AND NEW EOS

Two interesting properties of the unloading phase in the new and old EOS are here compared: the initial unloading wave speed when starting the unloading phase and the specific energy. Firstly, the measured bulk sound speed c_b , see Fig. 8, is compared with the derived initial unloading wave speed from using the measured isotropic tri-axial tests, see Fig.5-Fig.7. The summary in Table 3 shows that the difference is in the 10-20% range for initial wave speed by using the two different approaches. The difference in initial unloading wave speed is considered as a minor issue because the unloading will be better represented in its entirety with the new proposal.

Table 3. Comparison of initial unloading wave speeds with old and new EOS.

Pressure P [kPa]	old EOS c [m/s]	new EOS c [m/s]	Decrease from old to new EOS [%]
9000	994	775	22
15800	1200	980	18.9
23100	1380	1160	15.9
32500	1550	1440	7.2
47400	1750	1630	6.5
62000	1890	1730	8.5

The second point in comparing the absorbed specific energy between unloading with old and new EOS is shown in Fig. 15. The unloading is calculated accordingly

$$e = \int_{\rho_1}^{\rho_2} \frac{P(\rho)}{\rho^2} d\rho \quad (14)$$

Table 4 compares the specific unloading and total specific energy absorbed. Interesting to note is the specific unloading energy is almost 199 percent higher at 9 000 kPa in starting unloading pressure for the new EOS. The total specific energy absorbed at 3 200 and 9 000 kPa in starting unloading pressure results in 8 and 16 percent decrease in total specific energy absorbed for the new EOS. For higher unloading pressures as e.g. 225 000 kPa the reduction is only 2 percent which indicates that the old model works quite well for high pressure simulations such as buried tank mine simulations where the focus is only on how much energy the covering dry sand absorbed from the burst and confinement. The actual unloading curve shapes are shown in Fig. 15.

Markstötståg

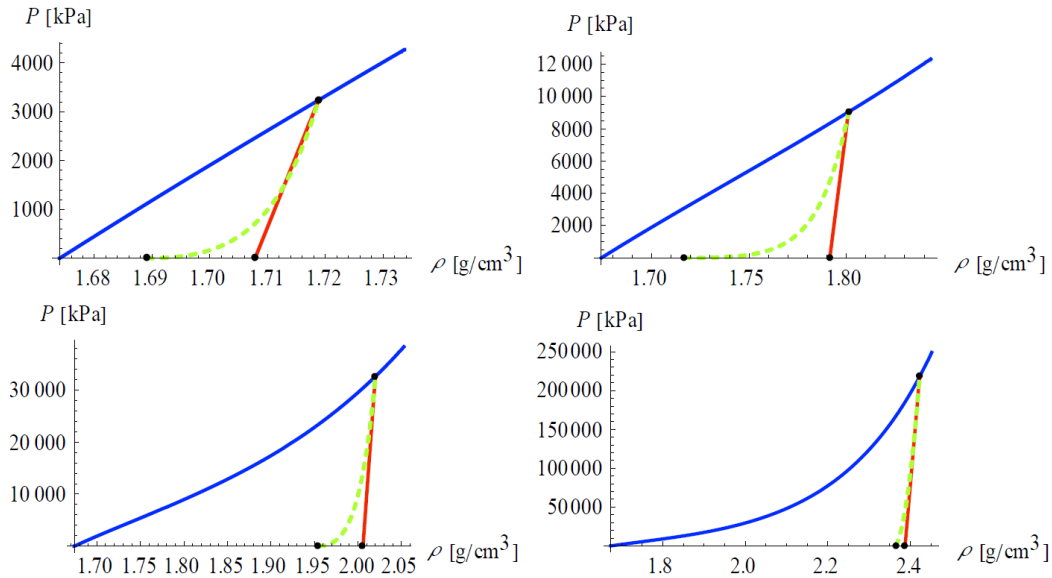


Fig. 15 illustrates unloading curves starting at different unloading pressures. The solid red line and dashed green line represent the unloading by the old EOS and the new EOS, respectively. From upper left, upper right, lower left, and lower right, 3 200, 9 000, 32 500, and 225 000 kPa, as starting unloading pressure, respectively.

Table 4. Comparison of difference in specific unloading and total specific energy absorbed between old EOS and new EOS.

Load case	Specific unloading energy old EOS	Specific unloading energy new EOS	Increase from old to new EOS	Total specific energy absorbed by old EOS	Total specific energy absorbed by new EOS	Decrease from old to new EOS
[kPa]	[J/kg]	[J/kg]	[%]	[J/kg]	[J/kg]	[%]
3200	6.0	7.7	27	19	18	8
9000	13	40	199	173	146	16
32500	57	125	120	1260	1190	5
225000	693	852	23	8570	8410	2

CONCLUSIONS AND FUTURE WORK

A 3D representation of how the unloading wave speed $c(\rho, P)$ is both density and pressure dependent was here derived for the dry sand from Sjöbo Sweden, see Fig. 16. It shows how the unloading wave speed changes with different regions. The ridge is the part that is similar to what was used as input in the old model. I.e. the unloading wave speed is only a function of density $c(\rho)$. Now when the pressure part is added, i.e. $c(\rho, P)$, the unloading wave speed nicely curves down when the pressure approaches zero. A minimum unloading wave speed at pressure equal to zero is illustrated by the green curve.

For future work it is an open question how the implementation into AUTODYN is made most robust for user input variations. If good quality is assured from isotropic tri-axial loading experiments it is proposed that the input for the modified EOS could be unloading curves like shown in Fig.5-Fig.7 in addition to the plastic compaction curve, initial density ρ_0 , theoretical maximum density ρ_{TMD} , and theoretical maximum density elastic unloading wave speed c_{TMD} . When it comes to fit the Granular Strength model it is important to properly represent the elastic shear waves which means that the shear modulus G has to be mapped for the whole $c(\rho, P)$ domain. This will be a part of future work.

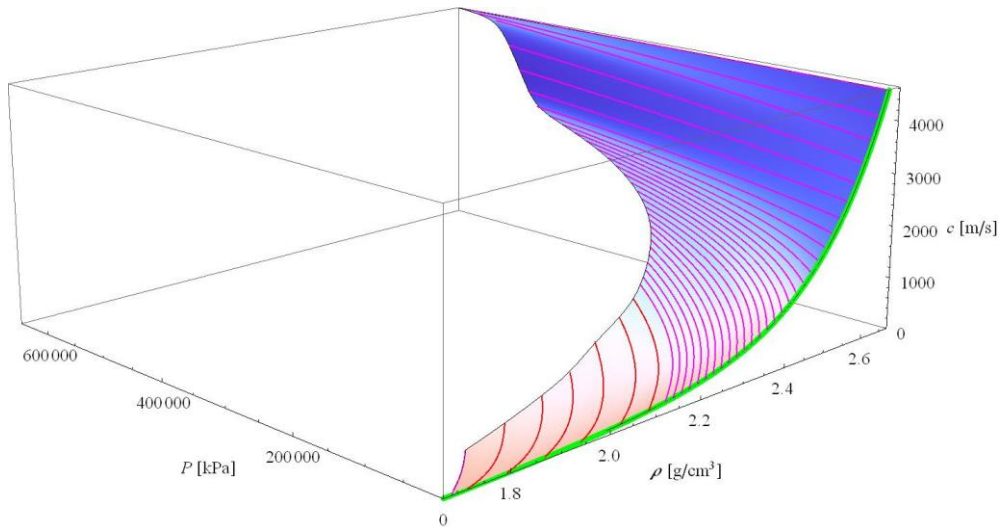


Fig. 16. NURBS surface of the derived unloading wave speed $c(\rho, P)$ from dry Sjöbo sand Sweden. Red curves represent experimentally fitted unloading data, while the magenta curves are extrapolated curves from the NLP solution.

ACKNOWLEDGEMENTS

The authors acknowledge the support given by MSB and especially Björn Ekengren. Additionally members of the West Coast Sweden Shock Wave Group (WCSSWG) and especially Dr. Morgan Johansson and Dr. Joosef Leppänen are highly acknowledged for their input.

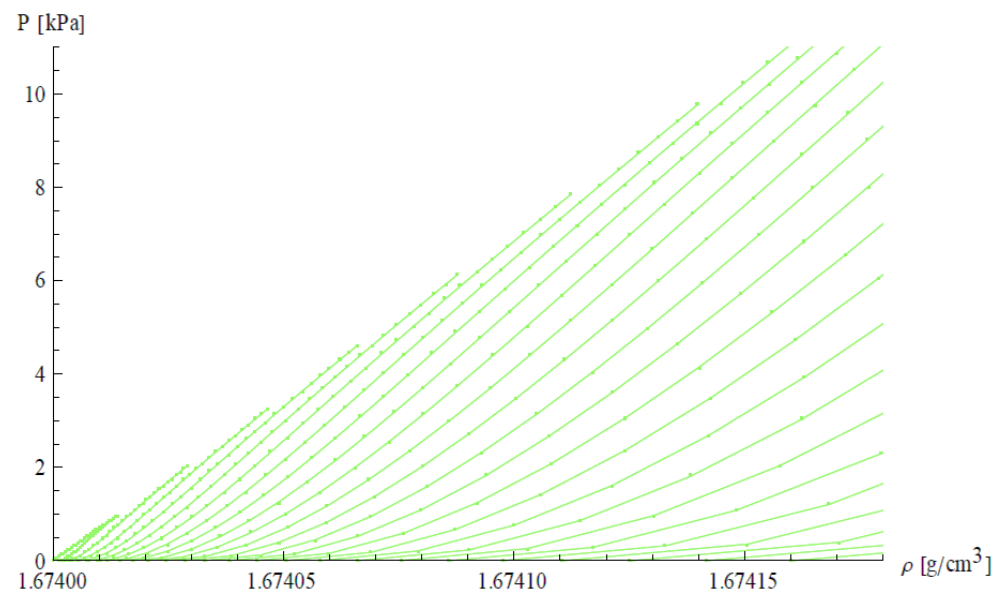
REFERENCES

- [1] Ekengren B. (2009): *Skyddsrum, SR 09 (Civil Defence Shelters SR 09, in Swedish.)*, the Swedish Civil Contingencies Agency (MSB), B54-141/09, Karlstad, Sweden.
- [2] Lampson C.W. (1946): Final Report on Effects of Underground Explosions, Div. 2, National Defence Research Committee of the US Office Scientific R&D, NDRC Report No. A-479, OSRD Report No. 6645.
- [3] Laine L. and Sandvik A. (2001): "Derivation of mechanical properties for sand", *4th Asian-Pacific conference on Shock and Impact Loads on Structures*, CI-Premier PTE LTD, vol. 4, pp 353-360, Singapore.
- [4] Heyerdahl H. and Madshus C. (2000): "EOS-data for sand, Tri-axial tests on sand from Sjöbo", Norges Geotekniske institutt, NGI rept. 20001157-1, Oslo, Norway.
- [5] Century Dynamics Inc., (2004): *AUTODYN Theory Manual Revision 5.0*, San Ramon, CA, USA.
- [6] Fairlie G. and Bergeron D. (2002): "Numerical simulations of Mine Blast Loading on Structures", *17th Numerical aspects of Blast Symposium*, Las Vegas, Nevada.
- [7] Tjernberg A. (2006): *Simulation of Mine-Blast deflection*, FOI-Swedish Defence Research Agency, Technical Report, FOI-R--1913--SE, TUMBA, Sweden.
- [8] Grujicic M., Pandurangan B., Qiao R., Cheeseman B.A., Roy W.N., Skaggs R.R., and Gupta R. (2008): Parameterization of the porous-material model for sand with different levels of water saturation", *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 28, pp 20–35
- [10] Moxnes J. F., Ødegårdstuen G., Atwood A., and Curran P. (1999): "Mechanical properties of a porous material studied in a high speed piston driven compaction experiment", *30th International Annual Conference of ICT Energetic Materials*, Fraunhofer Institut Chemische Technologie.
- [11] Laine L. (2006): "Study of Planar Ground Shock in Different Soils and Its Propagation Around a Rigid Block", *77th Shock and Vibration Symposium*, Monterey, CA.
- [12] Wang Z., Hao H., and Lu Y. (2004): "A three-phase soil model for simulating stress wave propagation due to blast loading", *Int. Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 28:33–56 (DOI: 10.1002/nag.325).

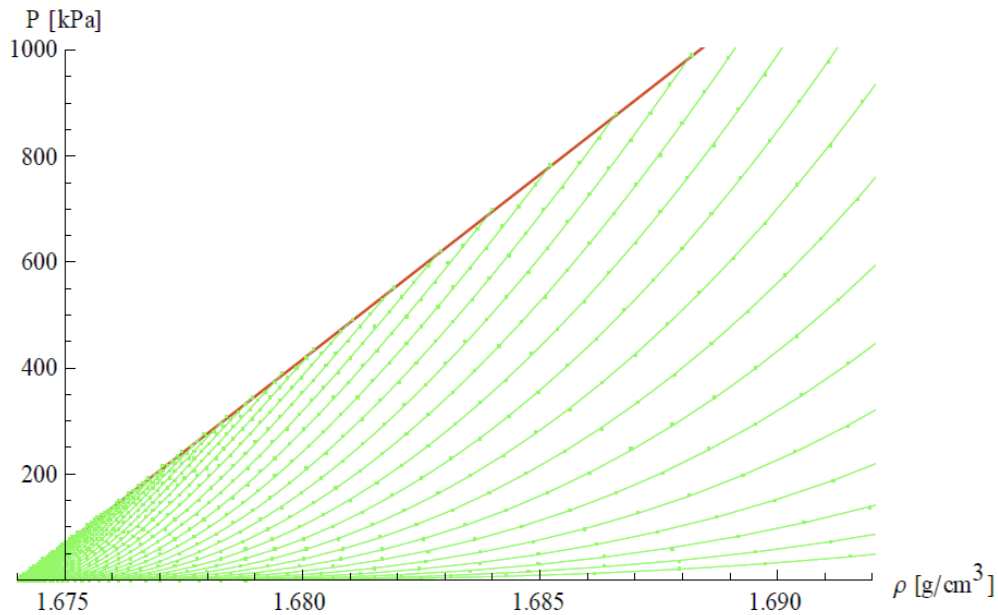
Bilaga Z Arbete med modifierad EOS för Sjöbosand

Z:1 Kurvfaktor för låga tryck nära initieell densitet

För att beskriva kompressionen nära initieell densitet har en kurvfaktor utvecklats. Detta var för versionen, MODEOS 3, innan den slutgiltiga MODEOS 4. Denna faktor beskriver i princip hur formen på kurvan nära initieell densitet och låga tryck ska se ut. Denna faktor kan varieras mellan 0 till 1. I figurerna Z:1a och Z:1b redovisas avlastningskurvor med kurvfaktorn $\omega = 0,05$. Detta ger en väldigt linjär avlastning för låga tryck runt 10 kPa som man kan se i figur Z:1a. Däremot så redan vid 1 000 kPa så börjar avlastningen bli mer olinjär.

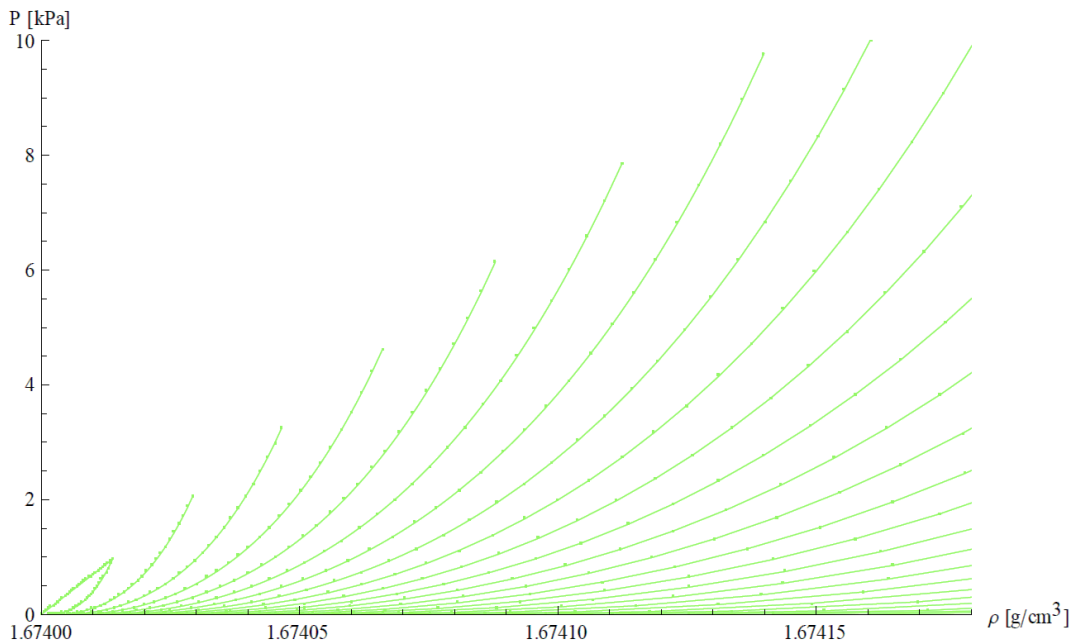


Figur Z:1a. Avlastningskurvor för tryck från 0 till 10 kPa när kurvfaktorn är $\omega = 0,05$.



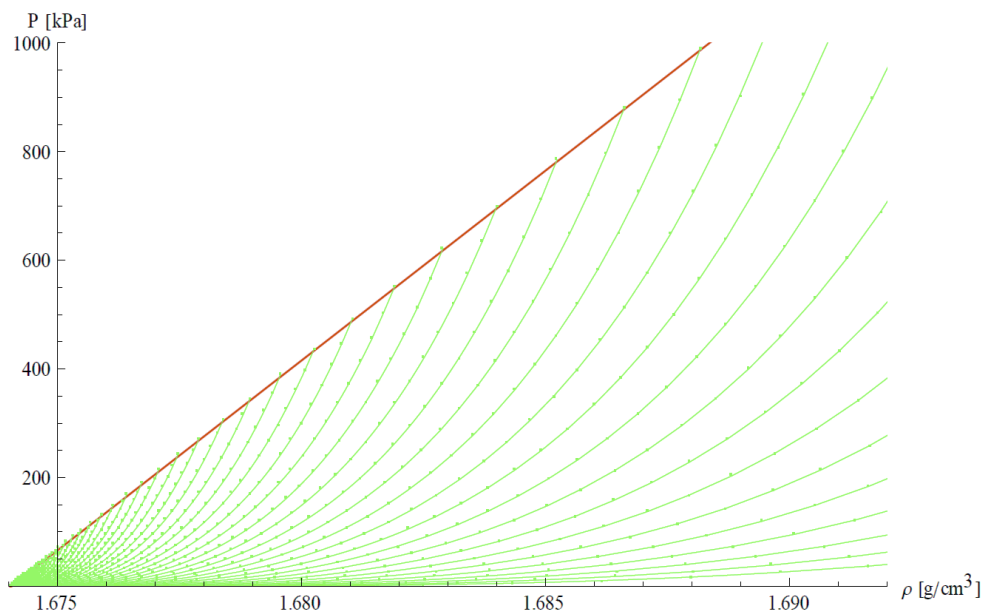
Figur Z:1b. Avlastningskurvor för tryck från 0 till 1000 kPa när kurvfaktorn är $\omega = 0,05$.

När kurvfaktorn sättes till $\omega = 0.5$ så ses en markant skillnad i hur avlastningskurvorna för låga tryck börjar bli mer olinjär, se figur Z:1c. Det är värt att notera att när materialet lastas på till så låga tryck som 1 kPa så skiljer sig avlastningen avsevärt från den initiala pålastningskurvan, se figur Z:1c. För tryck från 0 till 1000 kPa kan man se ännu tydligare avlastningstrenden när det gäller jämförelse med högt tryck och lågt tryck, se figur Z:1e.



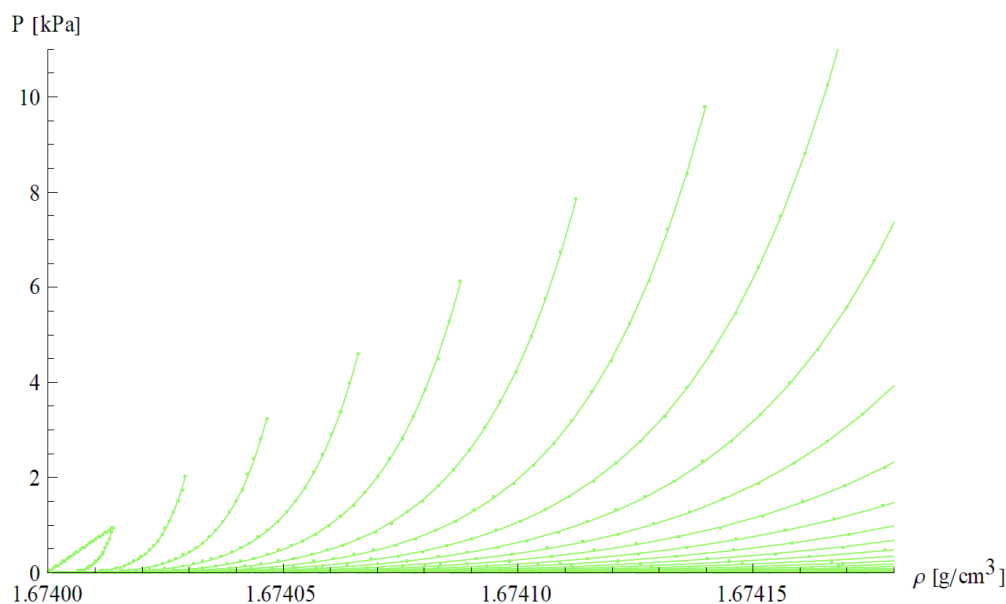
Figur Z:1c. Avlastningskurvor för tryck från 0 till 1000 kPa när kurvfaktorn är $\omega = 0,5$.

Markstövåg



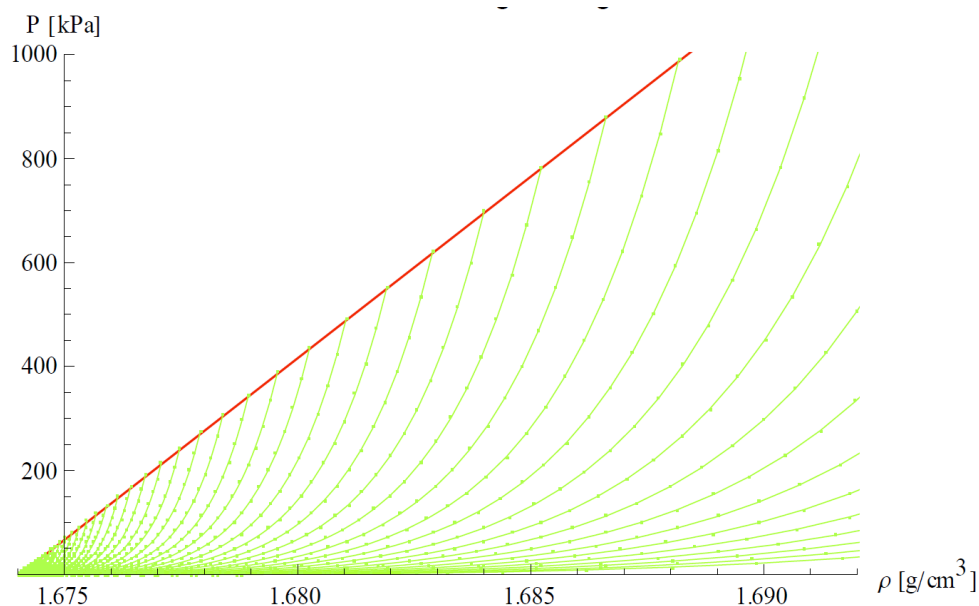
Figur Z:1e. Avlastningskurvor för tryck från 0 till 1000 kPa när kurvfactorn är $\omega = 0,5$.

När kurvfactorn sätts till $\omega = 0,95$ så skiljer sig avlastningen betydligt från pålastningen. I figur Z:1f syns detta för pålastning upp till 1 kPa och hur kraftigt avlastningen skiljer. Detta gör att mer energi har absorberats när kurvfactorn sätts till $\omega = 0,95$ jämfört med $\omega = 0,05$, se även figur Z:1g.



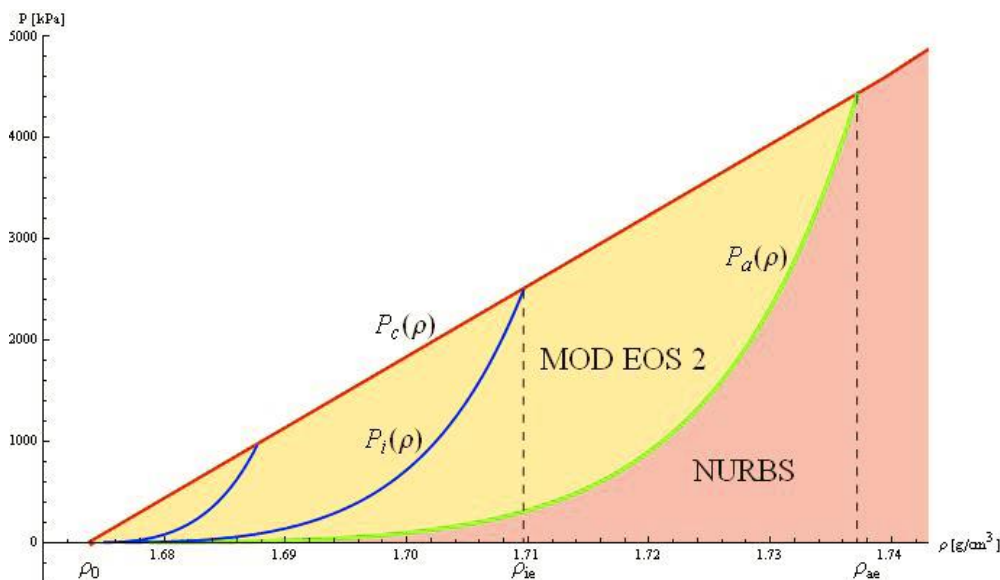
Figur Z:1f. Avlastningskurvor för tryck från 0 till 10 kPa när kurvfactorn är $\omega = 0,95$.

Markstövåg

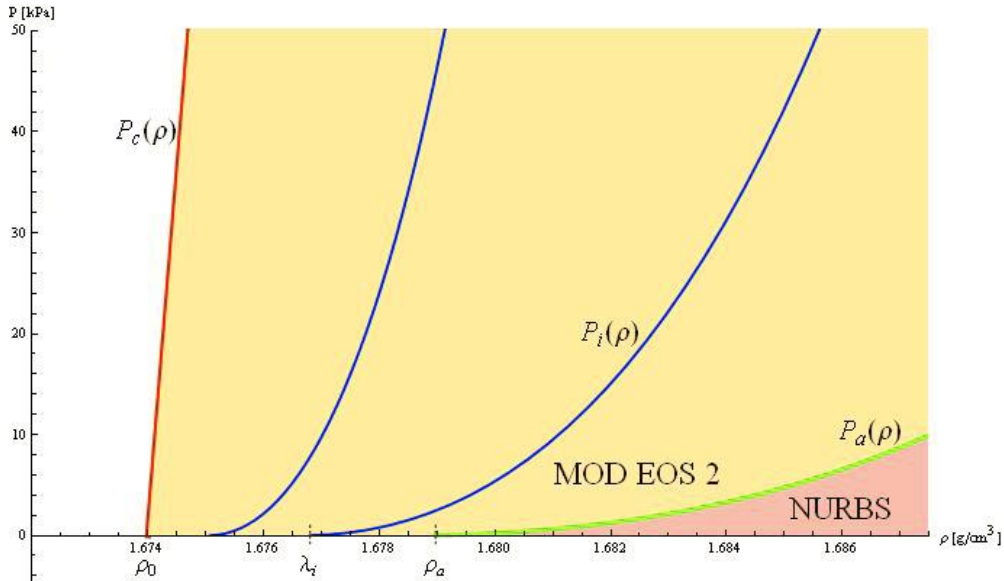


Figur Z:1g. Avlastningskurvor för tryck från 0 till 1000 kPa när kurvaktorn är $\omega = 0,95$.

Mer i detalj så är detta ett numeriskt angreppssätt att anpassa data som tidigare tagits fram för hela domänen $c(P, \rho)$. Denna $c(P, \rho)$ beskrevs som en NURBS (Non-Uniform Rational B-Spline) yta, se bilaga Y. Denna yta saknar dock detaljer kring hur det ser ut alldeles vid initialtillståndet, det vill säga när materialet pålastas för första gången. I figur Z:1h-Z:1i redovisas övergången med en grön linje. På kompakteringskurvan är densiteten ρ_{ae} , se figur Z:1h, och där den gröna linjen korsar noll tryck heter densiteten ρ_a , se figur Z:1i.



Figur Z:1h. NURBS ytan $c(P, \rho)$ och hur området med kurvanpassning med hjälp av kurvaktorn har anpassats nära initialt tillstånd.



Figur Z:1i. NURBS ytan $c(P, \rho)$ och hur området med kurvanpassning med hjälp av kurvfaktor har anpassats nära initialt tillstånd.

Följande ekvationer gäller för våghastigheten för avlastning vid start och slutpunkt hos NURBS gränslinje:

$$c_a^2 = \frac{dP(\rho_a)}{d\rho} \quad (\text{Z:1a})$$

$$c_{ae}^2 = \frac{dP(\rho_{ae})}{d\rho} \quad (\text{Z:1b})$$

Längs en godtycklig startpunkt λ_i mellan ρ_0 och ρ_a blir avlastningens våghastighet vid trycket $P = 0$

$$c_i^2 = \frac{dP(\lambda_i)}{d\rho} \quad (\text{Z:1c})$$

Dessutom har alla avlastningsvåghastigheter vid trycket $P = 0$ tvingats ha samma lutning som vid densiteten ρ_a vid trycket noll

$$c_i = c_a \quad (\text{Z:1d})$$

Följande generella dimensionslösa form har visat sig kunna beskriva hur trycket varierar längs en godtycklig avlastningskurva som börjar i λ_i

$$P_i(\rho) = (\rho - \lambda_i)(c_i^2 - ac_0^2) \left(1 - e^{\frac{b(\rho - \lambda_i)}{\rho_{TMD} - \lambda_i}} \right) \quad (\text{Z:1e})$$

Där a och b är godtyckliga konstanter som behöver lösas ut. Antag att förhållandena för densiteten och våghastigheten för den godtyckliga avlastningen där den korsar den plastiska kompakteringskurvan kan linjär interpoleras på följande sätt

$$\rho_{ie} = \rho_0 + \frac{(\lambda_i - \rho_0)}{(\rho_a - \rho_0)} (\rho_{ae} - \rho_0) \quad (\text{Z:1f})$$

$$c_{ie} = c_\omega + \frac{(\lambda_i - \rho_0)}{(\rho_a - \rho_0)} (c_{ae} - c_\omega) \quad (\text{Z:1g})$$

där

$$c_\omega = c_0 + \omega(c_{ae} - c_0) \quad (\text{Z:1h})$$

Där $\omega \in [0,1]$ är kurvfactorn. Så när ω sätts lika med noll är $c_\omega = c_0$ och när ω sätts lika med ett så fås $c_\omega = c_{ae}$. Detta är de två ytterligheter. Den första ytterligheten betyder att avlastningen och pålastningen är lika för låga tryck, det vill säga ett linjärt beteende och den andra, när $\omega = 1$, så fås att den gröna avlastningskurvans form, som visas i figur Z:1h, behålls hela vägen till tryck nära noll.

Därefter löses a och b genom att påtvinga följande villkor på ekvation Z:1e

$$c_{ie}^2 = \frac{dP_i(\rho_{ie})}{d\rho} \quad (\text{Z:1i})$$

$$P_i(\rho_{ie}) = P_c(\rho_{ie}) \quad (\text{Z:1j})$$

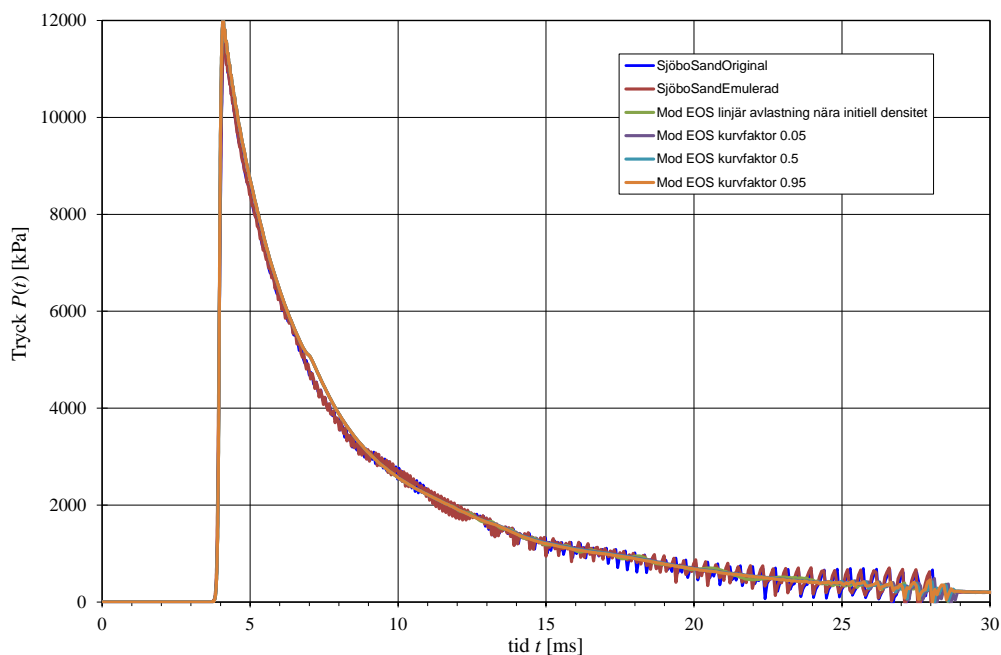
Detta avslutar beskrivningen av kurvfactorn som är av vikt för att kunna beskriva avlastningen vid extremt låga tryck.

Nedan redovisas resultat från simulering med 125 kg TNT som detonerar i sand modellerad endast med EOS, MODEOS 3 (ej slutlig version som återfinns som källkod), där tryck och impulsintensitet studeras för olika nivåer av kurvfactorn som tidigare nämnts. För att minimera antalet Euler-celler/element för att simulera fri sfärisk utbredning, så används tvåstegs endimensionella tårtbitssimuleringar med Autodyn, på engelska kallas dessa wedge. Den initiella tårtbitssimuleringen hade $R_{min} = 20$ mm och $R_{max} = 45\,000$ mm och innehåller 2000 Eulerceller med konstant cellstorlek från $R = 20$ mm till $R = 420$ mm med längden 4 mm i längd. Återstående 1900 celler hade gradvis ökande storlek genom användning av geometrisk utsmetning. Vid lämplig tidpunkt överfördes, även kallat "remap", simuleringen till andra tårtbiten, som också hade 2000 Eulerceller, med $R_{min} = 100$ mm och $R_{max} = 200\,000$ mm. Första cellen var 20 mm i längd och återstående 1999 celler ökade gradvis i storlek genom användning av geometrisk utsmetning. Den första resultatöverföringen från ett elementnät till ett annat utfördes vid 155 ms, då stötvågen ännu inte nått fram till R_{max} .

Figurerna nedan visar olika versioner av EOS för Sjöbosand. Med 'SjöboSandOriginal' menas den version som finns implementerad i kommersiell version av Autodyn där också materialdata för sanden återfinns i Autodyns materialbibliotek. Med 'SjöboSandEmulerad' menas en omprogrammerad version som körs som användarsubrutin. Med 'Mod EOS linjär avlastning nära initiell densitet' menas en modifierad EOS som har elastisk

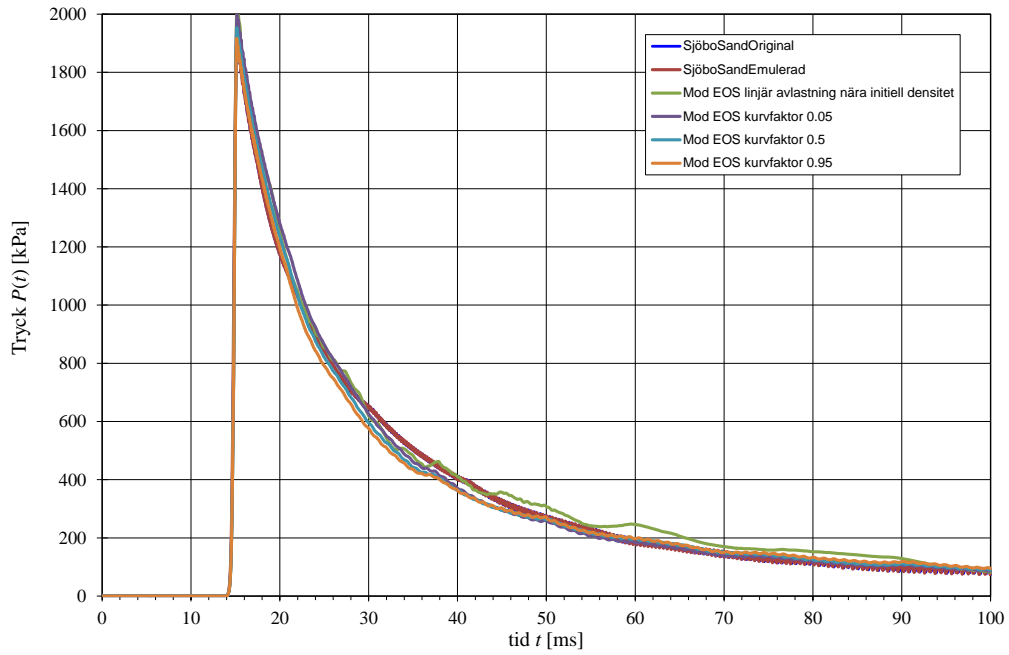
avlastning, vilken har avlastningsvågshastigheten $c(P,\rho)$ som är både tryck och densitetsberoende men nära initiell densitet har den linjär avlastning som är lika med c_0 . Med 'Mod EOS kurvfaktor 0,05, 0,5, eller 0,95' så är det som innan med avlastningsvågshastighet $c(P,\rho)$ som är både tryck och densitetsberoende men nära initiell densitet så har den en kurva med faktor 0,05, 0,5, eller 0,95 som sänker våghastigheten vid avlastning.

Figureerna Z:1j-Z:1s redovisar tryck som funktion av tid för 125 kg TNT på radierna 2, 5, 10, 25, och 40 m. Vid 2 meter är maximala trycken väldigt lika, intressant är dock att originalmodellen oscillerar väldigt mycket. Vid 5 meter är den modifierade EOS med kurvfaktor 0,95 marginellt lägre, vid 10 meter är sänkningen strax över 30 procent. Vid 25 meter är sänkningen över 60 procent och vid 40 meter är sänkningen i maxtryck cirka 75 procent.

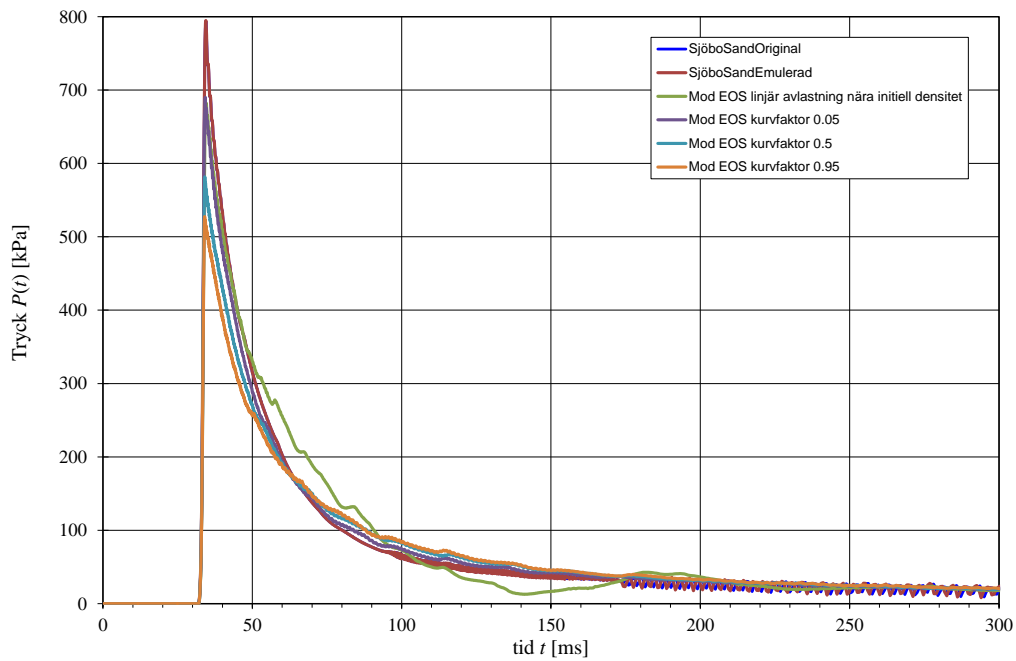


Figur Z:1j Tryck som funktion av tid för 125 kg TNT på radien 2 m för olika varianter av EOS för Sjöbosand.

Markstövåg

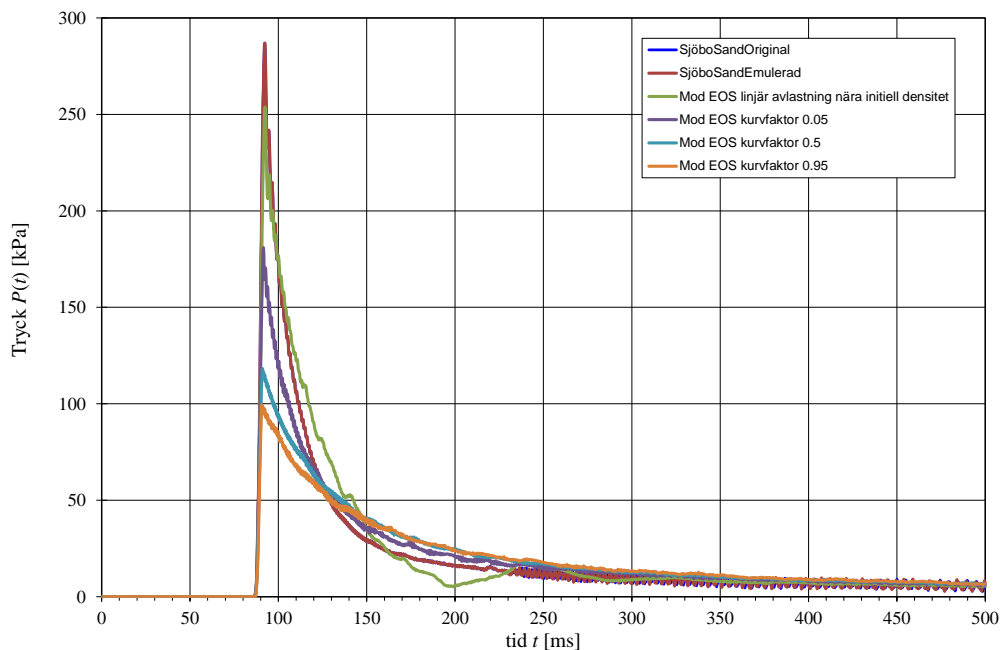


Figur Z:1k. Tryck som funktion av tid för 125 kg TNT på radien 5 m för olika varianter av EOS för Sjöbosand.

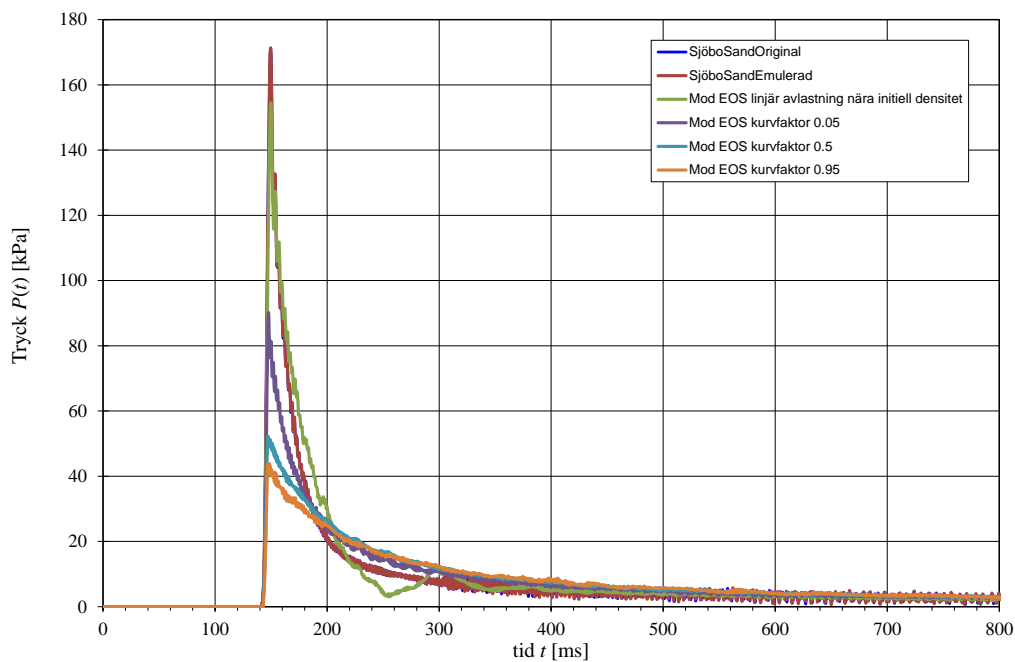


Figur Z:1l. Tryck som funktion av tid för 125 kg TNT på radien 10 m för olika varianter av EOS för Sjöbosand.

Markstövåg

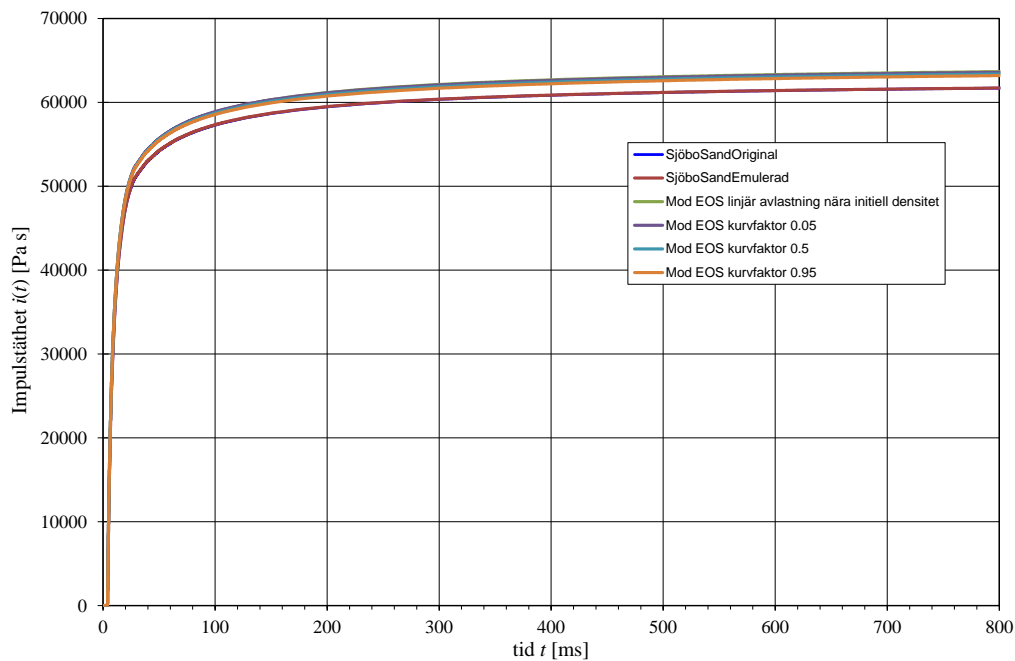


Figur Z:1m. Tryck som funktion av tid för 125 kg TNT på radien 25 m för olika varianter av EOS för Sjöbosand.

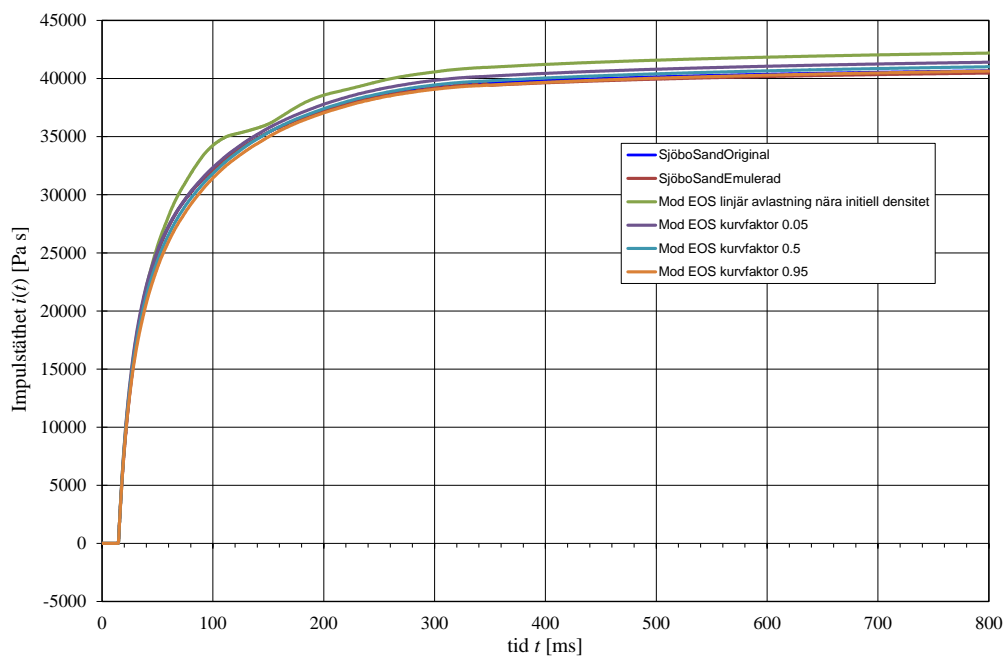


Figur Z:1n. Tryck som funktion av tid för 125 kg TNT på radien 40 m för olika varianter av EOS för Sjöbosand.

Markstövåg

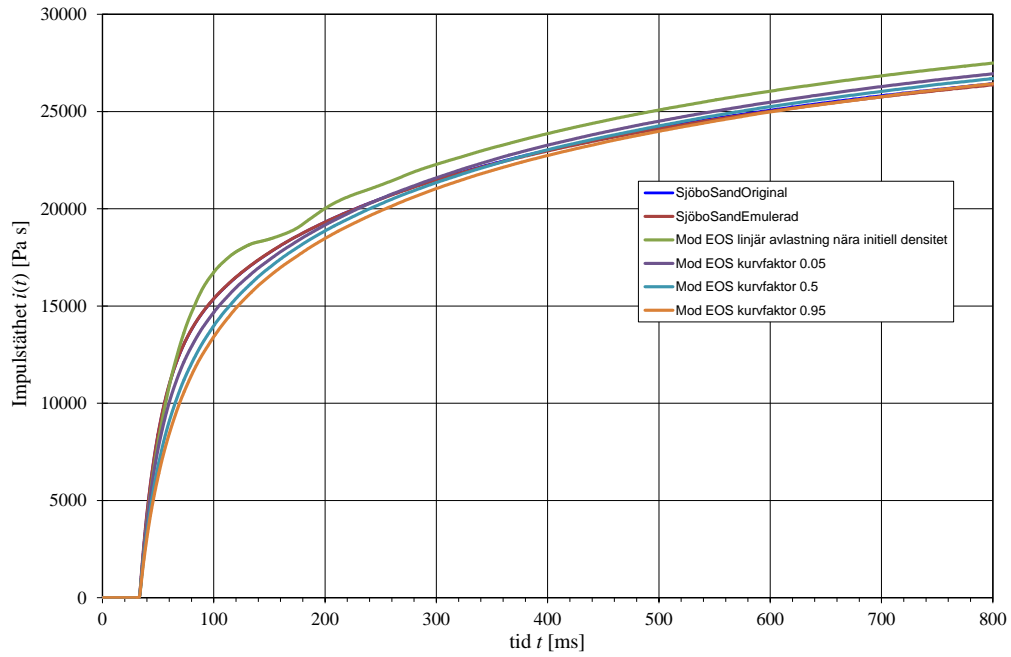


Figur Z:1o. Impulstäthet som funktion av tid för 125 kg TNT på radien 2 m för olika varianter av EOS för Sjöbosand.

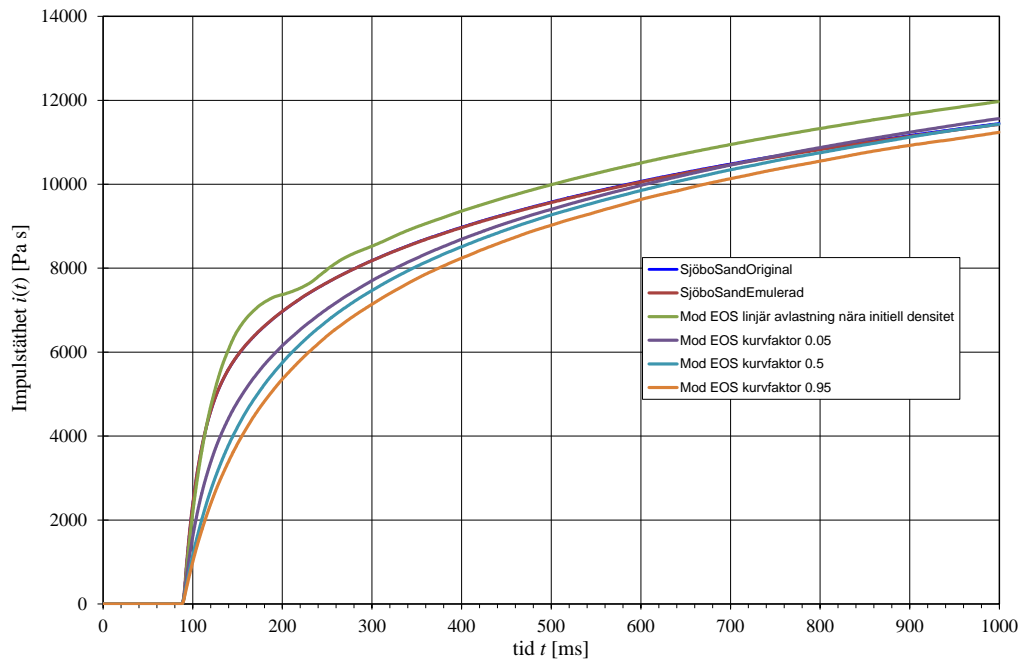


Figur Z:1p. Impulstäthet som funktion av tid för 125 kg TNT på radien 5 m för olika varianter av EOS för Sjöbosand.

Markstövåg

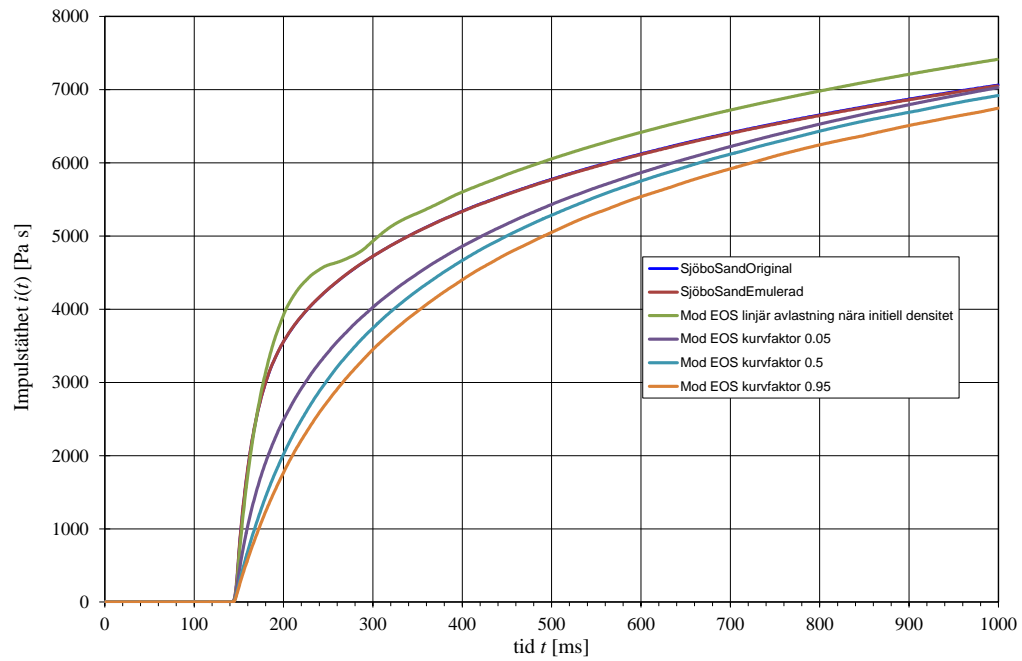


Figur Z:1q. Impulstäthet som funktion av tid för 125 kg TNT på radien 10 m för olika varianter av EOS för Sjöbosand.



Figur Z:1r. Impulstäthet som funktion av tid för 125 kg TNT på radien 25 m för olika varianter av EOS för Sjöbosand.

Markstövåg



Figur Z:1s. Impulstäthet som funktion av tid för 125 kg TNT på radien 40 m för olika varianter av EOS för Sjöbosand.

Bilaga ZA Användarsubrutiner till Autodyn för Modifierad Sjöbosand

Nedan ges användarsubrutinerna till Autodyn. Dessa finns även tillgängliga på websidan www.L2e.se.

```
! FILE = w1_Initialization Subroutines.f90
!-----MODEOS 4 by Ola Pramm Larsen for MSB (Nov. 20, 2011)-----

SUBROUTINE INITIALIZE

    USE globalm
    USE matdef

    IMPLICIT NONE

    INTEGER (INT4) :: I

    ! FIND THE NUMBER OF MOD EOS (EOS=USER) MATERIALS DEFINED INSIDE AUTODYN
    UNMAT = 0

DO I = 1, NUMMAT
    IF ( MEOS(I) == 16 ) UNMAT = UNMAT+1
END DO

IF ( UNMAT > 0 ) THEN ! INITIALIZE ONLY WHEN EOS=USER MATERIALS ARE PRESENT INSIDE AUTODYN

    ! GLOBAL PARAMETERS
    CALL GLOBALPARAMETERS

    ! READING IN FROM INPUT_C FILE.
    CALL READINPUT

    ! FIND THE POINT RHO_MAX WHICH IS THE INTERSECTION BETWEEN THE PLASTIC COMPACTION CURVE AND THE C_TMD LINE. P_MAX
    ! IS ALSO FOUND
    CALL FINDRHOMAX

    ! CREATE THE SP0-LINES WHICH GOES LINEARLY FROM P=0 LINE TO PC-CURVE USING THE DATA
    ! POINTS FROM THE USER
    CALL SP0MFGEN

    ! CREATE LINEAR INTERPOLATION FRAMEWORK WITH "NIP" RESOLUTION ON TOP OF THE USER DATA
    ! POINTS
    CALL ESEGCREAT

    ! CREATE THE SP-LINES WHICH GOES LINEARLY FROM P=0 LINE TO PC-CURVE USING THE HIGHER
    ! RESOLUTION AND MORE IMPORTANTLY
    ! EQUALLY SPACED DATA POINTS FROM THE INTERPOLATION FRAMEWORK CREATED IN ESEGCREAT
    CALL SPMFGEN

    ! TEST THE CONSISTENCY OF THE UNLOADING/LOADING LINES AT THE PIECEWISE LINEAR CONNECTION
    ! POINTS... CROSSINGS WITHIN STATE DOMAIN NOT ALLOWED
    ! DERIVATIVES WITHIN IJ-DOMAIN CHECKED
    CALL CHECKCROSSINGS1

    ! TEST THE CONSISTENCY OF THE UNLOADING/LOADING LINES AT THE PIECEWISE LINEAR CONNECTION
    ! POINTS... CROSSINGS WITHIN STATE DOMAIN NOT ALLOWED
    ! POSSIBLE CROSSINGS BASED ON THE GAMMA-CURVING CHECKED
    CALL CHECKCROSSINGS2

    ! CREATE LINEAR INTERPOLATION FRAMEWORK WITH "NIP" RESOLUTION FOR FASTLAMBDAP
    ! (LAMBDAFINDER). ENABLES GOING FROM PC TO LAMBDA
    CALL LAMBDAPGEN

    ! CREATE LINEAR INTERPOLATION FRAMEWORK WITH "NIP" RESOLUTION FOR GAMMA(L) AND FASTPULF.
    ! ENABLES EVALUATING ANY UL-CURVE VERY FAST
    CALL GAMMAPULGEN

    ! CREATE LINEAR INTERPOLATION FRAMEWORK WITH "NIP" RESOLUTION FOR SOUNDH(R). ENABLES
    ! EVALUATING SLOPE AT UL-CURVE TOP VERY FAST
    CALL SOUNDHGEN

    ! INITIALIZE STORAGE ARRAY PARMV FOR EOS PARAMETERS (X,X) WHICH COULD NOT BE STORED AS
    ! USERVERS..
    CALL PARMNGEN

    END IF

!INITIALIZATION SWITCH WILL NOW BE TURNED ON... (INITIALIZATION IS DONE)
SWINIT = 1

    RETURN
END SUBROUTINE INITIALIZE

!-----MODEOS 4 by Ola Pramm Larsen for MSB (Nov. 20, 2011)-----

SUBROUTINE READINPUT

    USE globalm

    USE fildef
    USE linevalm
    USE matdef

    IMPLICIT NONE

    INTEGER (INT4) :: IOU,IERR,I,J,K,X,UX,ITEMP
    REAL (REAL8) :: RTEMP1,RTEMP2
```

Markstövåg

```
CHARACTER (LEN=200) :: WORKDIR, FN, STRTEMP, DATFILE1, DATFILE2, MATL
INTEGER (INT4), DIMENSION(:), POINTER ::
ADUMATTOADMATV, ADUMATTOE4MATV, ME4MATTOADMATV, ME4MATTOADUMATV
INTEGER (INT4), DIMENSION(:,:), POINTER :: MAXM
CHARACTER (LEN=10), DIMENSION(:), POINTER :: ME4MATNAMV

! READ C(RHO,E) TABLE DATA FROM "MOD_COMP_EOS_XXXXXX.DAT" OR "MOD_COMP_EOS.DAT" DEFAULT INPUT FILE
IOU = 100
WORKDIR = FDHIST
DATFILE1 = 'MOD_COMP_EOS_' // FNID(1:LEN_TRIM(FNID)) // '.DAT'
DATFILE2 = 'MOD_COMP_EOS.DAT'
FN = WORKDIR(1:LEN_TRIM(WORKDIR)) // '\' // DATFILE1(1:LEN_TRIM(DATFILE1))

OPEN ( UNIT = IOU, FILE = FN, STATUS = 'OLD', IOSTAT = IERR )
IF ( IERR > 0 ) THEN
  STRTEMP = 'CANT FIND ' // DATFILE1(1:LEN_TRIM(DATFILE1))
  CALL PRNVALT( STRTEMP(1:LEN_TRIM(STRTEMP)) )
  STRTEMP = 'TRYING DEFAULT ' // DATFILE2(1:LEN_TRIM(DATFILE2))
  CALL PRNVALT( STRTEMP(1:LEN_TRIM(STRTEMP)) )
  FN = WORKDIR(1:LEN_TRIM(WORKDIR)) // '\' // DATFILE2(1:LEN_TRIM(DATFILE2))
  OPEN ( UNIT = IOU, FILE = FN, STATUS = 'OLD', IOSTAT = IERR )
  IF ( IERR > 0 ) CALL ADQUIT ('$ERROR, MOD_COMP_EOS.DAT... FILE DOES NOT EXISTS')
END IF

READ ( IOU, * ) STRTEMP
READ ( IOU, * )
READ ( IOU, * ) STRTEMP
READ ( IOU, * ) STRTEMP
READ ( IOU, * )
READ ( IOU, * ) STRTEMP

! READ PARAMETER DETERMINING IF INTERNAL ENERGY FILL DATA WILL BE USED AS PRESSURE INSTEAD
(1) OR DEFAULT NO (0)

READ ( IOU, * ) PORE
IF ( PORE /= 0 .AND. PORE /= 1 ) CALL ADQUIT ('$ERROR, PORE MUST BE ZERO OR ONE$')

READ ( IOU, * ) STRTEMP
READ ( IOU, * ) NMAT

! STORE ME4 MATERIAL NAMES AND ME4 MATERIAL MAPPING TO AUTODYN MATERIAL
ALLOCATE (ME4MATNAMV(NMAT), STAT=IERR)
ALLOCATE (ME4MATTOADMATV(NMAT), STAT=IERR)
ALLOCATE (ME4MATTOADUMATV(NMAT), STAT=IERR)
DO I = 1, NMAT
  ME4MATTOADMATV(I) = 0
  ME4MATTOADUMATV(I) = 0
END DO

! CHECK IF THERE ARE ANY MATERIALS LISTED IN THE INPUT FILE
IF ( NMAT <= 0 ) CALL ADQUIT ('$ERROR, NO MOD EOS MATERIALS LISTED IN INPUT FILE$')

! CREATE DATASTRUCTURE THAT KEEPS TRACK OF THE EOS=USER MATERIALS DEFINED INSIDE AUTODYN
ALLOCATE (ADUMATTOADMATV(UNMAT), STAT=IERR) ! AUTODYN_USER_MATERIAL_TO_AUTODYN_MATERIAL_VECTOR
J = 0
DO I = 1, NUMMAT
  IF ( MEOS(I) == 16 ) THEN
    J = J+1
    ADUMATTOADMATV(J) = I
  END IF
END DO
IF ( J /= UNMAT ) CALL ADQUIT ('$ERR, UNEXPECTED ERROR. J /= UNMAT$')

! CREATE MIDV WHICH ENABLES MATERIAL NUMBER MAPPING FROM AUTODYN MAT# TO MOD EOS MAT#
ALLOCATE (MIDV(NUMMAT), STAT=IERR)
DO I = 1, NUMMAT
  MIDV(I) = 0
END DO

! DATA STRUCTURES FOR ORIGINAL RP, LC, AND LG CURVES
ALLOCATE (MAXM(NMAT,3), STAT=IERR)

! READ IN MATERIAL DATA JUST TO GET THE GRIP ON THE REQUIRED DIMENSIONS ON THE DATA STRUCTURE AND MATERIAL NAMES
DO X = 1, NMAT
  READ ( IOU, * )
  READ ( IOU, * ) MATL
  ! CHECK MATERIAL NAME AND MAP IT TO THE INTERNAL AUTODYN MAT#
  IF ( LEN_TRIM(MATL) > 10 ) CALL ADQUIT ('$ERROR, MAT NAME TOO LONG$')
  IF ( LEN_TRIM(MATL) < 1 ) CALL ADQUIT ('$ERROR, NO MATERIAL NAMES$')
  ME4MATNAMV(X) = MATL(1:LEN_TRIM(MATL))

  READ ( IOU, * ) STRTEMP
  READ ( IOU, * ) MAXM(X,1)
  IF ( MAXM(X,1) < 2 ) CALL ADQUIT ('$ERR, >= 2 POINTS REQUIRED FOR PC$')
  DO I = 1, MAXM(X,1)
    READ ( IOU, * ) RTEMP1, RTEMP2
  END DO

  READ ( IOU, * ) STRTEMP
  READ ( IOU, * ) MAXM(X,2)
  IF ( MAXM(X,2) < 2 ) CALL ADQUIT ('$ERR, >= 2 POINTS REQUIRED FOR LC$')
  DO J = 1, MAXM(X,2)
    READ ( IOU, * ) RTEMP1, RTEMP2
  END DO

  READ ( IOU, * ) STRTEMP
  READ ( IOU, * ) MAXM(X,3)
  IF ( MAXM(X,3) < 0 .OR. MAXM(X,3) == 1 ) CALL ADQUIT ('$ERR, 0 OR >=2 POINTS FOR LG$')
  DO K = 1, MAXM(X,3)
    READ ( IOU, * ) RTEMP1, RTEMP2
  END DO
END DO

REWIND ( IOU ) ! REWIND READ POINTER IN ORDER TO READ AGAIN

!CHECK THAT ALL MOD EOS MATERIAL NAMES FROM INPUT FILE IS UNIQUE
DO I = 1, NMAT
  DO J = I+1, NMAT
    IF ( ME4MATNAMV(I) == ME4MATNAMV(J) ) CALL ADQUIT ('$ERROR, SAME MATERIAL LISTED MORE THAN
ONCE INSIDE INPUT FILE$')
  END DO
END DO

!CHECK THAT ALL EOS=USER MATERIALS DEFINED INSIDE AUTODYN IS LISTED IN THE INPUT FILE
ALLOCATE (ADUMATTOE4MATV(UNMAT), STAT=IERR)
DO I = 1, UNMAT
  K = 0
```

Markstövåg

```
DO J = 1, NMAT
  IF ( NAMMAT(ADUMATTOADMATV(I)) /= ME4MATNAMV(J) ) CYCLE
  K = J
  EXIT
END DO
IF ( K == 0 ) CALL ADQUIT ('$ERROR, ' // NAMMAT(ADUMATTOADMATV(I)) // ' NOT FOUND IN ME4
INPUT FILE $')
ADUMATTOE4MATV(I) = K
END DO

!CREATE MAPPING FROM ME4 MATERIAL NUMBER (AS LISTED) TO AUTODYN MATERIAL. 0 VALUE HERE
IMPLIES THAT ME4 MATERIAL IS TO BE IGNORED
DO X = 1, NMAT
  K = 0
  DO I = 1, UNMAT
    IF ( ADUMATTOE4MATV(I) /= X ) CYCLE
    K = I
  END DO
  EXIT
END DO

ME4MATTOADMATV(X) = K
IF ( K == 0 ) THEN
  ME4MATTOADMATV(X) = 0
ELSE
  ME4MATTOADMATV(X) = ADUMATTOADMATV(K)
END IF
END DO

!DETERMINE DIMENSIONS FOR VARIOUS DATA STRUCTURES BASED ON VALID ME4 MATERIALS ONLY. I.E.
MATERIAL HAS TO EXIST IN AUTODYN
NMAXV = (/2,2,2/)
DO X = 1, NMAT
  IF ( ME4MATTOADMATV(X) /= 0 ) THEN
    IF ( MAXM(X,1) > NMAXV(1) ) NMAXV(1) = MAXM(X,1)
    IF ( MAXM(X,2) > NMAXV(2) ) NMAXV(2) = MAXM(X,2)
    IF ( MAXM(X,3) > NMAXV(3) ) NMAXV(3) = MAXM(X,3)
  END IF
END DO

! CREATE DATA STRUCTURES FOR ORIGINAL RP, LC, AND LG CURVES (PLASTIC COMPACTION, BULK SOUNDSPEED (LINEAR SENSE), AND
EXPONENTIAL CURVE FACTOR)
ALLOCATE (MV(UNMAT),STAT=IERR)
ALLOCATE (NV(UNMAT),STAT=IERR)
ALLOCATE (QV(UNMAT),STAT=IERR)
ALLOCATE (ROV(UNMAT),STAT=IERR)
ALLOCATE (RTMDV(UNMAT),STAT=IERR)
ALLOCATE (CBOV(UNMAT),STAT=IERR)
ALLOCATE (CB02V(UNMAT),STAT=IERR)
ALLOCATE (CBTMDV(UNMAT),STAT=IERR)
ALLOCATE (CBTMD2V(UNMAT),STAT=IERR)
ALLOCATE (RPOM(UNMAT,NMAXV(1),2),STAT=IERR)
ALLOCATE (LCOM(UNMAT,NMAXV(2),2),STAT=IERR)
ALLOCATE (LGOM(UNMAT,NMAXV(3),2),STAT=IERR)
ALLOCATE (AIOM(UNMAT,NMAXV(1)-1),STAT=IERR)
ALLOCATE (AJOM(UNMAT,NMAXV(2)-1),STAT=IERR)
ALLOCATE (AKOM(UNMAT,NMAXV(3)-1),STAT=IERR)

! INITIALIZE WITH 0 (INT) AND ZERO (FF)
DO UX = 1, UNMAT
  DO I = 1, NMAXV(1)-1
    RPOM(UX,I,1) = ZERO
    RPOM(UX,I,2) = ZERO
    AIOM(UX,I) = ZERO
  END DO
  RPOM(UX,NMAXV(1),1) = ZERO
  RPOM(UX,NMAXV(1),2) = ZERO
  DO J = 1, NMAXV(2)-1
    LCOM(UX,J,1) = ZERO
    LCOM(UX,J,2) = ZERO
    AJOM(UX,J) = ZERO
  END DO
  LCOM(UX,NMAXV(2),1) = ZERO
  LCOM(UX,NMAXV(2),2) = ZERO
  DO K = 1, NMAXV(3)-1
    LGOM(UX,K,1) = ZERO
    LGOM(UX,K,2) = ZERO
    AKOM(UX,K) = ZERO
  END DO
  LGOM(UX,NMAXV(3),1) = ZERO
  LGOM(UX,NMAXV(3),2) = ZERO
END DO

! READ FROM THE START OF THE FILE AGAIN
READ ( IOU, * ) STRTEMP
READ ( IOU, * )
READ ( IOU, * ) STRTEMP
READ ( IOU, * ) STRTEMP
READ ( IOU, * )
READ ( IOU, * ) STRTEMP
READ ( IOU, * ) ITEMP
READ ( IOU, * )
READ ( IOU, * ) STRTEMP
READ ( IOU, * ) ITEMP

! STORE ORIGINAL RP, LC, AND LG CURVES (PLASTIC COMPACTION, BULK SOUNDSPEED, AND EXPONENTIAL CURVE FACTOR)
! TRANSITION FROM X TO UX MATERIALS. NOTE: FOR SIMPLIFICATION UX MATERIALS WILL BE NAMED X
MATERIALS OUTSIDE "READ SUBROUTINES"
! AND ALSO UNMAT -> NMAT
DO X = 1, NMAT
  UX = ME4MATTOADMATV(X)
IF ( UX /= 0 ) THEN !MATERIAL IS USED
  MIDV(ME4MATTOADMATV(X)) = UX !MAPPING FROM AUTODYN MATERIAL TO ME4 DATA STRUCTURE
  MATERIAL NUMBER
  READ ( IOU, * )
  READ ( IOU, * ) STRTEMP
  ! READ IN THE 3 CURVES AND CHECK INPUT DATA INTEGRITY
  ! READ PLASTIC COMPACTION CURVE
  READ ( IOU, * ) STRTEMP
  READ ( IOU, * ) MV(UX)
  DO I = 1, MV(UX)
    READ ( IOU, * ) RPOM(UX,I,1), RPOM(UX,I,2)
  END DO
  ROV(UX) = RPOM(UX,1,1)
  IF ( ROV(UX) <= ZERO ) CALL ADQUIT ('$ERROR, R0 < 0 REQUIRES$')
  IF ( RPOM(UX,1,2) /= ZERO ) CALL ADQUIT ('$ERROR, PC(R_0) MUST BE ZERO$')
  ! READ IN BULK SOUNDSPEED CURVE
  READ ( IOU, * ) STRTEMP
  READ ( IOU, * ) NV(UX)
  DO J = 1, NV(UX)
```


Markstövåg

```
INTEGER (INT4) :: I,K
! *****
! THIS IS A USER SUPPLIED SUBROUTINE WHICH CAN BE USED TO PROVIDE
! SPECIAL CUSTOM EDITING. THE FREQUENCY AT WHICH THIS SUBROUTINE
! IS CALLED IS DEFINED THROUGH INPUT (GLOBAL-EDIT-USER). WHEN
! REQUESTED, IT IS CALLED BY THE EDIT PROCESSOR AT THE END OF A
! COMPUTATIONAL CYCLE. THE ROUTINE IS CALLED BEFORE ANY OTHER
! TYPES OF STANDARD EDITS ARE CALLED FOR THAT CYCLE (EG. PRINT,
! SAVE, HISTORY, DISPLAY, ETC), SO IT MAY ALSO BE USED TO SET UP
! DATA TO BE PROCESSED BY OTHER EDIT TYPES.
! *****
! UNLOADING SOUNDSPEED TABLE DATA HAS TO BE LOADED BEFORE EOS CAN BE RUN
IF ( SWINIT == 0 ) CALL INITIALIZE
IF ( UNMAT > 0 ) THEN !RESET PARM MATRIX AT THE END OF THE CYCLE
DO I = 1, IJC
K = PARM(I,2)
PARMM(K,1) = 0
PARMM(I,2) = 0
END DO
IJC = 0
END IF
! AT ANY TERMINATION OF SIMULATION (ESC, USERSUB OR WRAPUP CYCLE)
IF ( NSWRAP > 0 .AND. UNMAT > 0 ) THEN
CALL DEALLOCGLOBAL
END IF
RETURN
END SUBROUTINE EXEDIT
SUBROUTINE EXEOS (P1,E1,ALPHA2,D2,DVV,DSIE,Q2,P2,E2,SOUND2,IFAIL,IFSPHQ)
USE ijknew
USE globalm
USE mdgrid
USE linevalm
USE locelm
USE matdef
IMPLICIT NONE
INTEGER (INT1) :: IFAIL
INTEGER (INT4) :: IFSPHQ,IJ,X,I,J
REAL (REAL8) :: ALPHA2,D2,DSIE,DVV,E2,E1,P2,P1,Q2,SOUND2
REAL (REAL8) :: D1,P2T,L,FASTPCF,FASTLAMBDAF,FASTPCINTF,FASTPULINTF,SOUNDF,PULINTF
REAL (REAL8) :: DL,RL,G,PINT,AA,BB
! *****
! THIS IS A USER SUPPLIED SUBROUTINE WHICH CALCULATES PRESSURE
! AND ENERGY AS A FUNCTION OF DENSITY. YOU ARE REQUIRED TO
! SIMULTANEOUSLY SOLVE THE EQUATION OF STATE ( P=f(DEN,E) ) AND
! THE ENERGY EQUATION ( DE + P*DV = 0 ).
! INPUT PARAMETERS
! P1 OLD PRESSURE + OLD ART. VISCOSITY
! E1 OLD INTERNAL ENERGY
! ALPHA2 NEW ALPHA
! D2 NEW DENSITY
! DVV DV/V FROM OLD VALUES TO NEW VALUES
! DSIE SPECIFIC INTERNAL ENERGY DEPOSITION
! Q2 NEW ARTIFICIAL VISCOSITY
! IFSPHQ = 0 - NEW VISCOUS PRESSURE
! IFSPHQ = 1 - VISCOUS ENERGY INCREMENT (PER UNIT MASS)
! IFAIL STRESS STATE INDICATOR
! = 0 HYDRO
! = 1 ELASTIC
! = 2 PLASTIC
! > 3 BULK FAILURE
! IFSPHQ =1 FOR A SPH SUBGRID
! OUTPUT PARAMETERS
! DSIE SPECIFIC INTERNAL ENERGY DEPOSITION
! Q2 RESET TO ZERO IF CELL IS FAILED
! P2 NEW PRESSURE
! E2 NEW INTERNAL ENERGY
! SOUND2 BULK SOUNDSPEED
! IFAIL STRESS STATE INDICATOR (SEE ABOVE)
! IN ADDITION TO THE FORMAL PARAMETERS, MODULE "MATDEF"
! CONTAINS THE FOLLOWING INFORMATION
! MATNO THE MATERIAL NUMBER OF THE MATERIAL BEING PROCESSED
! NAMMAT (MATNO) THE MATERIAL NAME OF THE MATERIAL BEING PROCESSED
! EOSDAT (MATNO,I) , I=1,LIMMVR
! STORES THAT CAN BE USED TO SAVE MATERIAL DATA (THE
! DATA IS AUTOMATICALLY SAVED AND LOADED WHEN THE
! "SAVE" OR "LOAD" OPTIONS ARE INVOKED. SEE MODULE
! "MATDEF" FOR THE CURRENT VALUE OF LIMMVR
! *****
! LOAD SOUNDSPEED TABLE DATA ONCE AT THE VERY START OF THE SIMULATION WHEN USING MOD EOS
IF ( SWINIT == 0 ) CALL INITIALIZE
X = MIDV (MATNO) !DETERMINE THE MOD EOS MATERIAL THAT IS TO BE PROCESSED
IJ = IJSETS (MNOW,INOW,JNOW) !KEEP TRACK ON HOW MANY TIMES EXEOS IS CALLED FOR THIS CELL WITHIN SAME CYCLE
IF ( PARM (IJ,1) == 0 ) THEN
IJC = IJC+1
PARMM (IJC,2) = IJ
END IF
PARMM (IJ,1) = PARM (IJ,1)+1
! IF ( IFAIL == 2 .AND. DVV < ZERO ) THEN
! P2 = P1
! L = FINDL (X,D2,P2)
! ELSE
```

Markstövåg

```

!IF ( DVV > 0 ) IFAIL = 1

!CASE 1:----- !ALL INITIALIZED STATES EXCEPT TMD-STATE
IF ( ALPHA2 > ONE ) THEN
    L = RTMDV(X)/ALPHA2
    IF ( L > ROV(X) ) THEN
        IF ( D2 < L ) THEN
            E2 = E1+FASTPULINTF(X,L,D2*(DVV+ONE),L)
            ROV(X)/DLLV(X)+1
            LVM(X,J,5)+AJM(X,J,5)*(L-LV(X,J)) !SQRT(SLOPE) OF UL-CURVE AT P=0, ENFORCE C0 MINIMUM
            ! POSITIVE COMPRESSION FROM OLD ALPHA
            STATE. BOTH PLASTIC AND ELASTIC BEHAVIOR IS POSSIBLE
        ELSE
            DL = L-LV(X,J)
            LVM(X,J,3)+AJM(X,J,3)*DL
            ALPHA. FURTHER COMPACTION => MOVE UPWARDS ON THE PC-CURVE
        IF ( D2 > L+RL ) THEN
            ROV(X)/DRLV(X)+1 !FIND I-INDEX FOR EVENLY SPACED LINEAR SEGMENTS FROM R0 TO RTMD
            E2 = E1+PULINTF(L,AA,BB,D2*(DVV+ONE),L+RL)-RVM(X,I,3)-AIM(X,I,3)*(L+RL-RV(X,I))
            IF ( D2 < RMAXV(X) ) THEN
                RVM(X,I,1)+AIM(X,I,1)*(D2-RV(X,I))
                E2 = E2+RVM(X,I,3)+AIM(X,I,3)*(D2-RV(X,I))
                RV(X,I)
                = RVM(X,I,4)+AIM(X,I,4)*(D2-RV(X,I)) !SOUNDSPEED EVALUATED BY USING SQRT(SLOPE) AT PC,UL
                INTERSECTION
            ELSE
                RTMDV(X)
                E2 = E2+PCITMD+CBTMD2V(X)*(RTMDV(X)*(ONE/D2-ONE/RMAXV(X))+LOG(D2/RMAXV(X)))
                RTMDV(X)
                = CBTMDV(X)
            END IF
            !ELASTIC BEHAVIOR => NO COMPACTION => NO CHANGE IN ALPHA
            ELSE
                LVM(X,J,2)+AJM(X,J,2)*DL
                !EVALUATE PRESSURE ON UL-CURVE
                E2 = E1+PULINTF(L,AA,BB,D2*(DVV+ONE),D2)
                SQRT(AA*BB*EXP(BB*(D2-L))) !TRUE UL-CURVE SLOPE FOR EVALUATION OF SOUNDSPEED
                SOUND2 = CB0V(X) !ENFORCE MINIMUM SOUNDSPEED OF C0
            END IF
            END IF
            ELSE
                !NEGATIVE COMPRESSION FROM LAMDA=R0 STATE
                IF ( D2 < L ) THEN
                    P2 = ZERO
                    E2 = E1
                    SOUND2 = CB0V(X)
                ! POSITIVE COMPRESSION FROM OLD ALPHA STATE. ONLY PLASTIC BEHAVIOR POSSIBLE => NEW ALPHA
                ELSE
                    E2 = E1+FASTPCINTF(X,L,D2)
                    ROV(X)/DRLV(X)+1
                    RVM(X,I,4)+AIM(X,I,4)*(D2-RV(X,I)) !SQRT(SLOPE) OF UL-CURVE AT UL/PC INTERSECTION
                ELSE
                    END IF
                    ELSE
                        SOUND2 = CB0V(X)
                    END IF
                END IF
                !CASE 2:----- !INITIALIZATION REQUIRED. ASSUME P1>=0
                ELSE IF ( ALPHA2 == ZERO ) THEN
                    IF ( PORE == 1 ) THEN
                        P1 = E1 !CHANGE
                        INTERNAL ENERGY TO PRESSURE... ONLY WAY TO INITIALIZE MODEL WITH NON-ZERO PRESSURE
                        !INTERNAL ENERGY IS
                        RESET TO ZERO IF THIS OPTION IS USED I.E PORE = 1
                    END IF
                    >= RMAXV(X) ) THEN
                        P2 = CBTMD2V(X)*(D2-RTMDV(X)) !.OR. D2
                    ELSE IF ( D2 <= ROV(X) ) THEN
                        ALPHA2 = ONE
                        SOUND2 = CBTMDV(X)
                    ELSE
                        P2 = FASTPCF(X,D2)
                        IF ( P1 >= P2 ) THEN
                            L = FASTLAMBDADF(X,D2)
                            P2 = P1
                            !L = FINDL(X,D2,P2)
                        END IF
                        SOUND2 = SOUNDF(X,L,D2)
                    END IF
                END IF
                E2 = E1

```


Markstövåg

```
INTEGER (INT4) :: X, I, IERR
ALLOCATE (RMAXV(NMAT), STAT=IERR)
      ALLOCATE (FMAXV(NMAT), STAT=IERR)
DO X = 1, NMAT
  RMAXV(X) = (RPOM(X, MV(X)-1, 2) + CBTMD2V(X) * RTMDV(X) - AIOM(X, MV(X)-1) * RPOM(X, MV(X)-1, 1)) / (CBTMD2V(X) - AIOM(X, MV(X)-1))
  IF ( RMAXV(X) < RPOM(X, MV(X)-1, 1) ) THEN
    DO I = MV(X)-2, 1, -1
      RMAXV(X) = (RPOM(X, I, 2) + CBTMD2V(X) * RTMDV(X) - AIOM(X, I) * RPOM(X, I, 1)) / (CBTMD2V(X) - AIOM(X, I))
      IF ( RMAXV(X) >= RPOM(X, I, 1) ) EXIT
    END DO
  END IF
  FMAXV(X) = CBTMD2V(X) * (RMAXV(X) - RTMDV(X))
END DO
RETURN
END SUBROUTINE FINDRHOMAX
```

!

```
SUBROUTINE SPOMFGEN
USE globalm
IMPLICIT NONE
REAL (REAL8) :: R, P, RTI, RTJ, LAMBDAIJF0
INTEGER (INT4) :: X, I, J, N2, IERR, QQ0
REAL (REAL8), DIMENSION(:,:,:), POINTER :: TMR
INTEGER (INT4), DIMENSION(:,:,:), POINTER :: TMI
! ALLOCATE TEMPORARY STORAGE DATA STRUCTURES
N2 = NMAXV(1) + NMAXV(2)
ALLOCATE (TMR(NMAT, N2, 2), STAT=IERR)
      ALLOCATE (TMI(NMAT, N2, 2), STAT=IERR)
! INITIALIZE TEMPORARY STORAGE DATA STRUCTURES
DO X = 1, NMAT
  DO I = 1, N2
    DO J = 1, 2
      TMR(X, I, J) = ZERO
      TMI(X, I, J) = 0
    END DO
  END DO
END DO
N2 = 0
ALLOCATE (QQ0V(NMAT), STAT=IERR)
DO X = 1, NMAT
  QQ0 = 1
  TMR(X, QQ0, 1) = ROV(X)
  TMI(X, QQ0, 1) = 1
  TMI(X, QQ0, 2) = 1
  I = 1
  J = 2
  DO WHILE ( J <= NV(X)-1 )
    DO WHILE ( I <= MV(X)-1 )
      RTI = (RPOM(X, I, 2) + LCOM(X, J, 1) * LCOM(X, J, 2) ** 2 - AIOM(X, I) * RPOM(X, I, 1)) / (LCOM(X, J, 2) ** 2 - AIOM(X, I))
      IF ( RTI >= RPOM(X, I, 1) ) THEN
        IF ( I < MV(X)-1 ) THEN
          IF ( RTI <= RPOM(X, I+1, 1) - SPVTOL ) EXIT
        ELSE
          EXIT
        END IF
      END IF
      I = I+1
      DURING SPOM CREATION I1$'
      IF ( ABS(RTI - RPOM(X, I, 1)) < SPVTOL ) THEN
        RTJ = LCOM(X, J, 1)
        J = J+1
      ELSE
        RTJ = LAMBDAIJF0(X, RPOM(X, I, 1), I, J-1)
      END IF
      IF ( RTJ <= TMR(X, QQ0, 1) ) CALL ADQUIT ('$ERROR, UL CROSSING DURING SPOM CREATION I2$')
      QQ0 = QQ0+1
      TMR(X, QQ0, 2) = RPOM(X, I, 1)
      TMI(X, QQ0, 1) = I
      TMI(X, QQ0, 2) = J-1
    END DO
    IF ( J <= NV(X)-1 ) THEN
      IF ( RTI <= TMR(X, QQ0, 2) ) CALL ADQUIT ('$ERROR, UL CROSSING DURING SPOM CREATION J1$')
      IF ( LCOM(X, J, 1) <= TMR(X, QQ0, 1) ) CALL ADQUIT ('$ERROR, UL CROSSING DURING SPOM CREATION J2$')
      QQ0 = QQ0+1
      TMR(X, QQ0, 1) = LCOM(X, J, 1)
      TMI(X, QQ0, 2) = RTI
      TMI(X, QQ0, 1) = I
      TMI(X, QQ0, 2) = J
    END IF
    J = J+1
  END DO
  I = I+1
  DO WHILE ( I <= MV(X)-1 )
    IF ( RPOM(X, I, 1) <= TMR(X, QQ0, 2) ) CALL ADQUIT ('$ERROR, UL CROSSING DURING SPOM CREATION I3$')
    RTJ = LAMBDAIJF0(X, RPOM(X, I, 1), I, J-1)
    IF ( RTJ <= TMR(X, QQ0, 1) ) CALL ADQUIT ('$ERROR, UL CROSSING DURING SPOM CREATION I3$')
    QQ0 = QQ0+1
    TMR(X, QQ0, 1) = RTJ
    TMR(X, QQ0, 2) = RPOM(X, I, 1)
    TMI(X, QQ0, 1) = I
    TMI(X, QQ0, 2) = J-1
  END DO
  I = I+1
```

Markstövåg

```
IF ( RMAXV(X) <= TMR(X,QQ0,2) ) CALL ADQUIT ('$ERROR, THE LAST SPOM LINE CROSSES PC BEYOND
RMAXS')

IF ( QQ0 > N2 ) N2 = QQ0 ! DETERMINE REQUIRED ARRAY SIZE ON SPORM AND SPOIM
QQ0V(X) = QQ0
END DO

ALLOCATE (SPORM(NMAT,N2,2),STAT=IERR)
ALLOCATE (SPOIM(NMAT,N2,2),STAT=IERR)
DO X = 1, NMAT
DO I = 1, QQ0V(X)
DO J = 1, 2
SPORM(X,I,J) = TMR(X,I,J)
SPOIM(X,I,J) = TMI(X,I,J)
END DO
END DO
DO I = QQ0V(X)+1, N2
DO J = 1, 2
SPORM(X,I,J) = TMR(X,I,J)
SPOIM(X,I,J) = TMI(X,I,J)
END DO
END DO
END DO

DEALLOCATE (TMR)
NULLIFY (TMR)
DEALLOCATE (TMI)
NULLIFY (TMI)

RETURN

END SUBROUTINE SPOMFGEN

!

SUBROUTINE ESEGCREAT

USE globalm

IMPLICIT NONE

REAL (REAL8) :: RII,LII
INTEGER (INT4) :: I,J,II,X,NMINX,IERR

! FIND THE ULTIMATE SIZE ON RPM AND LCM ARRAYS
DO I = 1, 3
IF ( NMAXV(I) > NIP ) NIP = NMAXV(I)
END DO
IF ( NIP > NIPLIM ) CALL ADQUIT ('$ERROR, M,N OR Q EXCEEDS NIPLIM$')
DO X = 1, NMAT
NMINX = CEILING((RTMDV(X)-ROV(X))/(SPORM(X,2,1)-ROV(X)))
IF ( NMINX > NIP ) NIP = NMINX
END DO
IF ( NIP > NIPLIM ) CALL ADQUIT ('$ERROR, NMINX EXCEEDS NIPLIM$')

ALLOCATE (DRLV(NMAT),STAT=IERR)
ALLOCATE (DLLV(NMAT),STAT=IERR)
ALLOCATE (RV(NMAT,NIP),STAT=IERR)
ALLOCATE (LV(NMAT,NIP),STAT=IERR)
ALLOCATE (RVM(NMAT,NIP,4),STAT=IERR)
ALLOCATE (LVM(NMAT,NIP,6),STAT=IERR)
ALLOCATE (AJM(NMAT,NIP,6),STAT=IERR)
ALLOCATE (AIM(NMAT,NIP,4),STAT=IERR)

DO X = 1, NMAT
DRLV(X) = (RMAXV(X)-ROV(X))/REAL(NIP)
DLLV(X) = (RTMDV(X)-ROV(X))/REAL(NIP)
RII = ROV(X)
LII = ROV(X)

RV(X,1) = RII
RVM(X,1,1) = ZERO
RVM(X,1,3) = ZERO

LV(X,1) = LII
LVM(X,1,1) = LCOM(X,1,2)

I = 1
J = 1
DO II = 2, NIP
RII = RII+DRLV(X)
LII = LII+DLLV(X)

DO WHILE ( I <= MV(X)-1 .AND. RPOM(X,I+1,1) <= RII )
I = I+1
END DO
DO WHILE ( J <= NV(X)-1 .AND. LCOM(X,J+1,1) <= LII )
J = J+1
END DO

RV(X,II) = RII
RVM(X,II,1) = RPOM(X,I,2)+AJOM(X,I)*(RII-RPOM(X,I,1))
LV(X,II) = LII
LVM(X,II,1) = LCOM(X,J,2)+AJOM(X,J)*(LII-LCOM(X,J,1))
AIM(X,II-1,1) = (RVM(X,II,1)-RVM(X,II-1,1))/DRLV(X)
RVM(X,II,3) = RVM(X,II-1,3)+DRLV(X)*(RVM(X,II-1,1)-AIM(X,II-1,1)*RV(X,II-1))/RII/RV(X,II-1)
+AIM(X,II-1,1)*LOG(RII/RV(X,II-1))
AIM(X,II-1,3) = (RVM(X,II,3)-RVM(X,II-1,3))/DRLV(X)
AJM(X,II-1,1) = (LVM(X,II,1)-LVM(X,II-1,1))/DLLV(X)

END DO

AIM(X,NIP,1) = (PMAV(X)-RVM(X,NIP,1))/DRLV(X)
PCITMD = RVM(X,NIP,3)+DRLV(X)*(RVM(X,NIP,1)-
AIM(X,NIP,1)*RV(X,NIP))/RMAXV(X)/RV(X,NIP)+AIM(X,NIP,1)*LOG(RMAXV(X)/RV(X,NIP))
AIM(X,NIP,3) = (PCITMD-RVM(X,NIP,3))/DRLV(X)
AJM(X,NIP,1) = (CBTMDV(X)-LVM(X,NIP,1))/DLLV(X)

END DO

RETURN

END SUBROUTINE ESEGCREAT

!
```

Markstövåg

```
SUBROUTINE SPMFGEN
USE globalm

IMPLICIT NONE

REAL (REAL8) :: R,P,RTI,RTJ,LAMBDAIJF
INTEGER (INT4) :: X,I,J,N2,IERR,QQ

REAL (REAL8), DIMENSION(:, :, :), POINTER :: TMR
INTEGER (INT4), DIMENSION(:, :, :), POINTER :: TMI

! ALLOCATE TEMPORARY STORAGE DATA STRUCTURES
N2 = 2*NIP+2
ALLOCATE (TMR(NMAT,N2,2),STAT=IERR)
ALLOCATE (TMI(NMAT,N2,2),STAT=IERR)

! INITIALIZE TEMPORARY STORAGE DATA STRUCTURES
DO X = 1, NMAT
    DO I = 1, N2
        DO J = 1, 2
            TMR(X,I,J) = ZERO
            TMI(X,I,J) = 0
        END DO
    END DO
END DO
N2 = 0

ALLOCATE (QQV(NMAT),STAT=IERR)
DO X = 1, NMAT
    QQ = 1
    TMR(X,QQ,2) = ROV(X)
    TMI(X,QQ,2) = 1
    I = 1
    J = 2
    DO WHILE ( J <= NIP )
        DO WHILE ( I <= NIP )
            RTI = (RVM(X,I,1)+LV(X,J)*LVM(X,J,1)**2-AIM(X,I,1)*RV(X,I))/(LVM(X,J,1)**2-AIM(X,I,1))
            IF ( RTI >= RV(X,I) ) THEN
                IF ( I < NIP ) THEN
                    IF ( RTI <= RV(X,I+1)-SPVTOL ) EXIT
                ELSE
                    EXIT
                END IF
            ELSE
                I = I+1
                IF ( RV(X,I) <= TMR(X,QQ,2) ) CALL ADQUIT ('$ERROR, UL CROSSING DURING
                    SPM CREATION I1$')
                IF ( ABS(RTI-RV(X,I)) < SPVTOL ) THEN
                    RTJ = LV(X,J)
                ELSE
                    RTJ = LAMBDAIJF(X,RV(X,I),I,J-1)
                END IF
                IF ( RTJ <= TMR(X,QQ,1) ) CALL ADQUIT ('$ERROR, UL CROSSING DURING SPM CREATION I2$')
                QQ = QQ+1
                TMR(X,QQ,1) = RTJ
                TMI(X,QQ,1) = I
                TMI(X,QQ,2) = J-1
            END DO
            IF ( J <= NIP ) THEN
                IF ( RTI <= TMR(X,QQ,2) ) CALL ADQUIT ('$ERROR, UL CROSSING DURING SPM CREATION J1$')
                IF ( LV(X,J) <= TMR(X,QQ,1) ) CALL ADQUIT ('$ERROR, UL CROSSING DURING
                    SPM CREATION J2$')
                QQ = QQ+1
                TMR(X,QQ,1) = LV(X,J)
                TMI(X,QQ,2) = RTI
                TMI(X,QQ,1) = I
                TMI(X,QQ,2) = J
            END IF
            J = J+1
        END DO
        I = I+1
        DO WHILE ( I <= NIP )
            IF ( RV(X,I) <= TMR(X,QQ,2) ) CALL ADQUIT ('$ERROR, UL CROSSING DURING SPM CREATION I3$')
            RTJ = LAMBDAIJF(X,RV(X,I),I,J-1)
            IF ( RTJ <= TMR(X,QQ,1) ) CALL ADQUIT ('$ERROR, UL CROSSING DURING SPM CREATION I3$')
            QQ = QQ+1
            TMR(X,QQ,1) = RTJ
            TMR(X,QQ,2) = RV(X,I)
            TMI(X,QQ,1) = I
            TMI(X,QQ,2) = J-1
            I = I+1
        END DO
        IF ( RMAXV(X) <= TMR(X,QQ,2) ) CALL ADQUIT ('$ERROR, THE LAST SPM LINE CROSSES PC BEYOND
            RMAX$')
    END DO
    IF ( QQ > N2 ) N2 = QQ ! DETERMINE REQUIRED ARRAY SIZE ON SPRM AND SPIM
    QQV(X) = QQ
END DO

ALLOCATE (SPRM(NMAT,N2,2),STAT=IERR)
ALLOCATE (SPIM(NMAT,N2,2),STAT=IERR)
DO X = 1, NMAT
    DO I = 1, QQV(X)
        DO J = 1, 2
            SPRM(X,I,J) = TMR(X,I,J)
            SPIM(X,I,J) = TMI(X,I,J)
        END DO
    END DO
DO I = QQV(X)+1, N2
    DO J = 1, 2
        SPRM(X,I,J) = TMR(X,I,J)
        SPIM(X,I,J) = TMI(X,I,J)
    END DO
END DO

DEALLOCATE (TMR)
NULLIFY (TMR)
DEALLOCATE (TMI)
```

Markstövåg

```

                                NULLIFY (TMI)

RETURN

                                END SUBROUTINE SPMFGEN

!

SUBROUTINE CHECKCROSSINGS1
USE globalm

                                IMPLICIT NONE

                                REAL (REAL8) :: LS, LE, LJ, CJ, A2, Q, RR, DD, AC, T, L, SM, TM
                                INTEGER (INT4) :: I, J, II, X, K

DO X = 1, NMAT
DO II = 1, QQV(X)
    I = SPIM(X, II, 1)

                                J = SPIM(X, II, 2)
                                LS = SPRM(X, II, 1)
                                IF ( II < QQV(X) ) THEN
                                    LE = SPRM(X, II+1, 1)

                                ELSE
                                    LE = RTMDV(X)

                                END IF

                                LJ = LV(X, J)
                                CJ = LVM(X, J, 1)

                                ! CHECK IF RHO_INT'(LS) > 0. RHO_INT 0 RHO-INTERSECTION PC AND PUL. LS AND LE IS THE START
                                VALUE FOR VALID (I, J) SEGMENT
                                A2 = (CJ+AJM(X, J, 1)*(LS-LJ))**3-TWO*AJM(X, J, 1)*RVM(X, I, 1)+AIM(X, I, 1)*(LJ-
                                THREE*LS+TWO*RVM(X, I, 1))-CJ)
                                IF ( A2 <= ZERO ) CALL ADQUIT ('$ERROR, UL-CROSSING RHO_INT(LS)<=0$')

                                A2 = THREE*(CJ/AJM(X, J, 1)-LJ)
                                Q = -AJM(X, I, 1)/AJM(X, J, 1)**2
                                RR = (AJM(X, J, 1)*RVM(X, I, 1)-AJM(X, I, 1)*(CJ+AJM(X, J, 1)*(RV(X, I)-LJ)))/AJM(X, J, 1)**3
                                DD = Q**3+RR**2

                                IF ( DD < ZERO ) THEN
                                    AC = RR/SQRT(-Q**3)
                                    IF ( ABS(AC) > ONE ) AC = SIGN(ONE, AC)

                                T = ACOS(AC)

                                DO K = 0, 2
                                    AC = TWO*SQRT(-Q)*COS((T+TWO*K*PI)/THREE)-THIRD*A2
                                    IF ( AC >= LS .AND. AC < LE ) CALL ADQUIT ('$ERROR, UL-CROSSING ROOT
                                    FOUND$')

                                END DO

                                ELSE IF ( DD > ZERO ) THEN
                                    SM = RR+SQRT(DD)
                                    TM = RR-SQRT(DD)
                                    L = -THIRD*A2+SIGN(ONE, SM)*ABS(SM)**THIRD+SIGN(ONE, TM)*ABS(TM)**THIRD
                                    IF ( L >= LS .AND. L < LE ) CALL ADQUIT ('$ERROR, UL-CROSSING ROOT FOUND$')

                                ELSE
                                    SM = RR+SQRT(DD)
                                    L = -THIRD*A2+TWO*SIGN(ONE, SM)*ABS(SM)**THIRD
                                    IF ( L >= LS .AND. L < LE ) CALL ADQUIT ('$ERROR, UL-CROSSING ROOT FOUND$')
                                    L = -THIRD*A2-SIGN(ONE, SM)*ABS(SM)**THIRD
                                    IF ( L >= LS .AND. L < LE ) CALL ADQUIT ('$ERROR, UL-CROSSING ROOT FOUND$')

                                END IF

                                END DO

END DO

RETURN

                                END SUBROUTINE CHECKCROSSINGS1

!

SUBROUTINE LAMBDAFGEN
USE globalm

                                IMPLICIT NONE

                                REAL (REAL8) :: RII, LAMBDALJF
                                INTEGER (INT4) :: I, J, II, KK, X, IERR

DO X = 1, NMAT

                                RII = ROV(X)
                                RVM(X, 1, 2) = ROV(X)

                                KK = 1
                                DO II = 2, NIP
                                    RII = RII+DRLV(X)
                                    DO WHILE ( KK <= QQV(X)-1 .AND. SPRM(X, KK+1, 2) <= RII )
                                        KK = KK+1

                                    END DO

                                    I = SPIM(X, KK, 1)
                                    J = SPIM(X, KK, 2)
                                    RVM(X, II, 2) = LAMBDALJF(X, RII, I, J)
                                    AIM(X, II-1, 2) = (RVM(X, II, 2)-RVM(X, II-1, 2))/DRLV(X)

                                END DO

                                AIM(X, NIP, 2) = (RTMDV(X)-RVM(X, NIP, 2))/DRLV(X)

END DO

RETURN

                                END SUBROUTINE LAMBDAFGEN

!

SUBROUTINE GAMMAPULGEN
USE globalm

                                IMPLICIT NONE

                                REAL (REAL8) :: LII, R, P, CB, RINT, CUS
                                INTEGER (INT4) :: I, J, K, II, KK, X, IERR

DO X = 1, NMAT
```


Markstövåg

! FILE = Specific Functions.f90
!-----MODEOS 4 by Ola Pramm Larsen for MSB (Nov. 20, 2011)-----

```
REAL (REAL8) FUNCTION LAMBDAIJF0(X,R,I,J)
  USE globalm
  IMPLICIT NONE
  REAL (REAL8), INTENT(IN) :: R
  INTEGER (INT4), INTENT(IN) :: X,I,J
  REAL (REAL8) :: P,LJ,LJ1,CJ,A,A2,O,Q,RR,DD,AC,T,SM,TM,L,L1,L2
  INTEGER (INT4) :: K,KK

  IF ( R < RPOM(X,I,1) ) CALL ADQUIT ('$ERR, >= BAD INPUT LAMBDAIJF0(). R<RI$')
  IF ( I < MV(X)-1 ) THEN
    IF ( R >= RPOM(X,I+1,1) ) CALL ADQUIT ('$ERR, >= BAD INPUT LAMBDAIJF0(). R>=R_I+1$')
    END IF
    P = RPOM(X,I,2)+AIOM(X,I)*(R-RPOM(X,I,1))
    ! CHECK R INPUT CONSISTANCY WITH LINEAR J SEGMENT
    LJ = LCOM(X,J,1)
    LJ1 = LCOM(X,J+1,1)
    CJ = LCOM(X,J,2)
    IF ( R < LJ ) CALL ADQUIT ('$ERR, >= BAD INPUT LAMBDAIJF0(). R<L_J$')
    A = AJOM(X,J)
    A2 = TWO*CJ/A-TWO*LJ-R
    O = (CJ+A*(R-LJ))/THREE/A
    DD = P/A**2*(QUART*P/A**2-O**3)
    Q = -O**2 ! Q<0
    RR = SIGN(ONE,O**3-HALF*P/A**2)*SQRT(DD-Q**3)
    IF ( DD < ZERO ) THEN
      AC = RR/SQRT(-Q**3)
      IF ( ABS(AC) > ONE ) AC = SIGN(ONE,AC)
      T = ACOS(AC)
      KK = 0
      DO K = 0, 2
        AC = TWO*SQRT(-Q)*COS((T+TWO*K*PI)/THREE)-THIRD*A2
        IF ( AC >= LJ .AND. AC < LJ1 ) THEN
          KK = KK+1
          IF ( KK >= 2 ) THEN
            IF ( AC < L ) L = AC
          END IF
        END IF
      END DO
    ELSE
      IF ( KK >= 1 ) THEN
        LAMBDAIJF0 = L
      ELSE
        CALL ADQUIT ('$ERR IN LAMBDAIJF0(). CAT DD<0$')
      END IF
    ELSE IF ( DD > ZERO ) THEN
      SM = RR+SQRT(DD)
      TM = RR-SQRT(DD)
      L = -THIRD*A2+SIGN(ONE,SM)*ABS(SM)**THIRD+SIGN(ONE,TM)*ABS(TM)**THIRD
      IF ( L >= LJ .AND. L < LJ1 ) THEN
        LAMBDAIJF0 = L
      ELSE
        CALL ADQUIT ('$ERR IN LAMBDAIJF0(). CAT DD>0$')
      END IF
    ELSE
      L1 = -THIRD*A2+TWO*SIGN(ONE,RR)*ABS(RR)**THIRD
      L2 = -THIRD*A2-SIGN(ONE,RR)*ABS(RR)**THIRD
      KK = 0
      IF ( L1 >= LJ .AND. L1 < LJ1 ) THEN
        KK = KK+1
        IF ( KK >= 2 ) THEN
          IF ( L1 < L ) L = L1
        END IF
      END IF
    ELSE
      IF ( KK >= 1 ) THEN
        LAMBDAIJF0 = L
      ELSE
        CALL ADQUIT ('$ERR IN LAMBDAIJF0(). CAT DD=0$')
      END IF
    END IF
  END IF
END FUNCTION
```

!

```
REAL (REAL8) FUNCTION LAMBDAIJF(X,R,I,J)
  USE globalm
  IMPLICIT NONE
  REAL (REAL8), INTENT(IN) :: R
  INTEGER (INT4), INTENT(IN) :: X,I,J
  REAL (REAL8) :: P,LJ,LJ1,CJ,A,A2,O,Q,RR,DD,AC,T,SM,TM,L,L1,L2,LM
  INTEGER (INT4) :: K,KK

  IF ( R < RV(X,I) ) CALL ADQUIT ('$ERR, >= BAD INPUT LAMBDAIJF(). R<RI$')
  IF ( I < NIP ) THEN
    IF ( R >= RV(X,I+1) ) CALL ADQUIT ('$ERR, >= BAD INPUT LAMBDAIJF(). R>=R_I+1$')
    END IF
    P = RVM(X,I,1)+AIM(X,I,1)*(R-RV(X,I))
    ! CHECK R INPUT CONSISTANCY WITH LINEAR J SEGMENT
    LJ = LV(X,J)
    LJ1 = LJ+DLLV(X)
    CJ = LVM(X,J,1)
    IF ( R < LJ ) CALL ADQUIT ('$ERR, >= BAD INPUT LAMBDAIJF(). R<L_J$')
    A = AJM(X,J,1)
    A2 = TWO*CJ/A-TWO*LJ-R
    O = (CJ+A*(R-LJ))/THREE/A
    DD = P/A**2*(QUART*P/A**2-O**3)
    Q = -O**2 ! Q<0
    RR = SIGN(ONE,O**3-HALF*P/A**2)*SQRT(DD-Q**3)
    IF ( DD < ZERO ) THEN
      AC = RR/SQRT(-Q**3)
      IF ( ABS(AC) > ONE ) AC = SIGN(ONE,AC)

```

Markstövåg

```
T = ACOS(AC)
      KK = 0
      DO K = 0, 2
        AC = TWO*SQRT(-Q)*COS((T+TWO*K*PI)/THREE)-THIRD*A2
          IF ( AC >= LJ .AND. AC < LJ1 ) THEN
            KK = KK+1
            IF ( KK >= 2 ) THEN
              IF ( AC < L ) L = AC
            ELSE
              L = AC
            END IF
          END IF
        END IF
      END DO

      IF ( KK >= 1 ) THEN
        LAMBDALJF = L
      ELSE
        CALL ADQUIT ('$ERR IN LAMBDALJF(). CAT DD<0$')
      ELSE IF ( DD > ZERO ) THEN
        SM = RR+SQRT(DD)
        TM = RR-SQRT(DD)
        L = -THIRD*A2+SIGN(ONE,SM)*ABS(SM)**THIRD+SIGN(ONE,TM)*ABS(TM)**THIRD
        IF ( L >= LJ .AND. L < LJ1 ) THEN
          LAMBDALJF = L
        ELSE
          CALL ADQUIT ('$ERR IN LAMBDALJF(). CAT DD>0$')
        END IF
      ELSE
        L1 = -THIRD*A2+TWO*SIGN(ONE,RR)*ABS(RR)**THIRD
        L2 = -THIRD*A2-SIGN(ONE,RR)*ABS(RR)**THIRD
        KK = 0
        IF ( L1 >= LJ .AND. L1 < LJ1 ) THEN
          KK = KK+1
          IF ( KK >= 2 ) THEN
            IF ( L1 < L ) L = L1
          ELSE
            L = L1
          END IF
        END IF
      END IF
      IF ( KK >= 1 ) THEN
        LAMBDALJF = L
      ELSE
        CALL ADQUIT ('$ERR IN LAMBDALJF(). CAT DD=0$')
      END IF
    END IF
  END FUNCTION
```

!

```
REAL (REAL8) FUNCTION FASTPCF(X,R)
  USE globalm
  IMPLICIT NONE
  REAL (REAL8), INTENT(IN) :: R
  INTEGER (INT4), INTENT(IN) :: X
  INTEGER (INT4) :: I
  IF ( R > ROV(X) ) THEN
    IF ( R < RMAXV(X) ) THEN
      I = FLOOR((R-ROV(X))/DRLV(X))+1
      FASTPCF = RVM(X,I,1)+AIM(X,I,1)*(R-RV(X,I))
    ELSE
      FASTPCF = CBTMD2V(X)*(R-RTMDV(X))
    END IF
  ELSE
    FASTPCF = ZERO
  END IF
END FUNCTION
```

!

```
REAL (REAL8) FUNCTION FASTPCDSF(X,R)
  USE globalm
  IMPLICIT NONE
  REAL (REAL8), INTENT(IN) :: R
  INTEGER (INT4), INTENT(IN) :: X
  IF ( R >= ROV(X) ) THEN
    IF ( R < RMAXV(X) ) THEN
      FASTPCDSF = SQRT(AIM(X,FLOOR((R-ROV(X))/DRLV(X))+1,1))
    ELSE
      FASTPCDSF = CBTMDV(X)
    END IF
  ELSE
    FASTPCDSF = ZERO
  END IF
END FUNCTION
```

!

```
!ASSUME L < RTMD
REAL (REAL8) FUNCTION FASTCBF(X,L)
  USE globalm
  IMPLICIT NONE
  REAL (REAL8), INTENT(IN) :: L
  INTEGER (INT4), INTENT(IN) :: X
  INTEGER (INT4) :: J
  IF ( L > ROV(X) ) THEN
    J = FLOOR((L-ROV(X))/DLLV(X))+1
    FASTCBF = LVM(X,J,1)+AJM(X,J,1)*(L-LV(X,J))
  ELSE
    FASTCBF = CBOV(X)
  END IF
END FUNCTION
```

!

```
REAL (REAL8) FUNCTION FASTLAMBDAP(X,R)
```

Markstövåg

```

      USE globalm
      IMPLICIT NONE
      REAL (REAL8), INTENT(IN) :: R
      INTEGER (INT4), INTENT(IN) :: X
      INTEGER (INT4) :: I
      IF ( R > ROV(X) ) THEN
      IF ( R < RMAXV(X) ) THEN
      I = FLOOR((R-ROV(X))/DRLV(X))+1
      FASTLAMBDAF = RVM(X,I,2)+AIM(X,I,2)*(R-RV(X,I))
      ELSE
      FASTLAMBDAF = RTMDV(X)
      END IF
      ELSE
      FASTLAMBDAF = R
      END IF
      END FUNCTION
!
!ASSUME L<RTMD
REAL (REAL8) FUNCTION FASTPULF(X,L,R)
      USE globalm
      IMPLICIT NONE
      REAL (REAL8), INTENT(IN) :: L,R
      INTEGER (INT4), INTENT(IN) :: X
      INTEGER (INT4) :: J
      REAL (REAL8) :: DL,RL,G,PINT
      IF ( L > ROV(X) ) THEN
      J = FLOOR((L-ROV(X))/DLLV(X))+1
      DL = L-LV(X,J)
      G = LVM(X,J,2)+AJM(X,J,2)*DL
      RL = LVM(X,J,3)+AJM(X,J,3)*DL
      PINT = LVM(X,J,4)+AJM(X,J,4)*DL
      FASTPULF = PINT/(EXP(G)-ONE)*(EXP(G/RL*(R-L))-ONE)
      ELSE
      FASTPULF = ZERO
      END IF
      END FUNCTION
!
      !ENFORCE SOUND2>=CB0
REAL (REAL8) FUNCTION SOUNDF(X,L,R)
      USE globalm
      IMPLICIT NONE
      REAL (REAL8), INTENT(IN) :: L,R
      INTEGER (INT4), INTENT(IN) :: X
      INTEGER (INT4) :: J
      REAL (REAL8) :: DL,RL,G,PINT
      IF ( L > ROV(X) ) THEN
      IF ( L < RTMDV(X) ) THEN
      J = FLOOR((L-ROV(X))/DLLV(X))+1
      DL = L-LV(X,J)
      G = LVM(X,J,2)+AJM(X,J,2)*DL
      RL = LVM(X,J,3)+AJM(X,J,3)*DL
      PINT = LVM(X,J,4)+AJM(X,J,4)*DL
      SOUNDF = SQRT(PINT*G/(EXP(G)-ONE)/RL*EXP(G/RL*(R-L)))
      IF ( SOUNDF < CB0V(X) ) SOUNDF = CB0V(X)
      ELSE
      SOUNDF = CBTMDV(X)
      END IF
      ELSE
      SOUNDF = CB0V(X)
      END IF
      END FUNCTION
!
!INTERNAL ENERGY CALCULATION INTEGRATING ON THE PC-CURVE AND TMD-LINE ONLY. ASSUME R2>R1
REAL (REAL8) FUNCTION FASTPCINTF(X,R1,R2)
      USE globalm
      IMPLICIT NONE
      REAL (REAL8), INTENT(IN) :: R1,R2
      INTEGER (INT4), INTENT(IN) :: X
      INTEGER (INT4) :: I
      REAL (REAL8) :: A1,A2
      IF ( R1 < RMAXV(X) ) THEN
      IF ( R1 > ROV(X) ) THEN
      I = FLOOR((R1-ROV(X))/DRLV(X))+1
      A1 = RVM(X,I,3)+AIM(X,I,3)*(R1-RV(X,I))
      ELSE
      A1 = ZERO
      END IF
      IF ( R2 < RMAXV(X) ) THEN
      IF ( R2 > ROV(X) ) THEN
      I = FLOOR((R2-ROV(X))/DRLV(X))+1
      A2 = RVM(X,I,3)+AIM(X,I,3)*(R2-RV(X,I))
      ELSE
      A2 = ZERO
      END IF
      ELSE
      A2 = PCITMD+CBTMD2V(X)*(RTMDV(X)*(ONE/R2-ONE/RMAXV(X))+LOG(R2/RMAXV(X)))
      END IF
      FASTPCINTF = A2-A1
      ELSE
      FASTPCINTF = CBTMD2V(X)*(RTMDV(X)*(ONE/R2-ONE/R1))+LOG(R2/R1)
      END IF
      END FUNCTION
!
!INTERNAL ENERGY CALCULATION INTEGRATING ON THE PUL-CURVE ONLY.
REAL (REAL8) FUNCTION PULINTF(L,A,B,R1,R2)
      USE globalm
```


Markstövåg

1.6742512 275.40512
1.6742867 275.40512
1.6743255 275.40512
1.6743679 275.40512
1.6744143 275.40512
1.674465 275.40512
1.6745204 275.40512
1.674581 275.40512
1.6746473 275.40512
1.6747198 275.40512
1.674799 275.40512
1.6748856 275.40512
1.6749803 275.40512
1.6750838 275.40512
1.675197 275.40512
1.6753207 275.40512
1.675456 275.40512
1.6756039 275.40512
1.6757657 275.40512
1.6759425 275.40512
1.6761357 275.40512
1.6763471 275.40512
1.6765781 275.40512
1.6768307 275.40512
1.6771069 275.40512
1.6774088 275.40512
1.6777389 275.40512
1.6780998 275.40512
1.6784944 275.40512
1.6789258 275.40512
1.6793974 276.27006
1.6799131 277.4462
1.6804768 278.73761
1.6810332 280.15626
1.6816771 281.71322
1.6825038 283.42236
1.6833093 285.36523
1.6841899 287.5334
1.6851527 289.91206
1.6862053 292.51706
1.6873561 295.36424
1.6886143 298.46659
1.6899899 301.83171
1.6914938 305.46053
1.693138 309.34478
1.6949357 313.45768
1.696901 317.75224
1.6990498 322.16169
1.701399 326.57466
1.7039674 330.86592
1.7067754 334.87815
1.7098454 338.47047
1.7132019 341.54927
1.7168715 344.16965
1.7208835 346.59253
1.7252698 349.24402
1.7300653 352.34481
1.7353083 356.02109
1.7410405 360.3822
1.7473074 365.52943
1.7541591 371.55261
1.76165 378.51797
1.7698399 386.49372
1.7787938 396.21201
1.7885832 410.5295
1.7992859 425.87074
1.8109872 442.45028
1.8237802 460.51595
1.8377668 480.3146
1.8530584 502.05687
1.8697767 525.87465
1.8880548 551.58448
1.9080382 578.66942
1.9298861 620.3452
1.9537725 666.34971
1.9798874 716.618
2.0084389 772.70859
2.0396542 835.23704
2.0737819 908.8163
2.1110938 1018.7095
2.1518869 1137.3897
2.1964859 1282.1042
2.2452461 1481.2014
2.2985556 1705.8902
2.356839 1916.0582
2.4205602 2128.3388
2.4902266 2474.2841
2.5663928 3355.8616
2.641 4634.
---Exponential Curve facor gamma(lamda)---
102
1.674 5.0655
1.6740012 5.0656211
1.6740133 5.0667506
1.6740266 5.0675035
1.6740412 5.0683258
1.6740571 5.0692225
1.6740745 5.0702027
1.6740935 5.0712742
1.6741143 5.0724458
1.674137 5.0737271
1.6741618 5.0751279
1.674189 5.0766597
1.6742187 5.0783347
1.6742512 5.0801663
1.6742867 5.0821692
1.6743255 5.0843594
1.6743679 5.0867545
1.6744143 5.0893737
1.674465 5.0922381
1.6745204 5.0953706
1.674581 5.0987966
1.6746473 5.1025434
1.6747198 5.1066415
1.674799 5.1111238
1.6748856 5.1160266
1.6749803 5.1213896
1.6750838 5.1272561
1.675197 5.1336739
1.6753207 5.1406952
1.675456 5.1483771

Markstövåg

1.6756039 5.1567824
1.6757657 5.1659799
1.6759425 5.176045
1.6761357 5.1870607
1.6763471 5.1991178
1.6765781 5.2123162
1.6768307 5.2267656
1.6771069 5.2425866
1.6774088 5.2599119
1.6777389 5.2788872
1.6780998 5.2996733
1.6784944 5.3224471
1.6789258 5.3474036
1.6793974 5.818246
1.6799131 5.7793584
1.6804768 5.7375316
1.6810932 5.6924251
1.6817671 5.6442321
1.6825038 5.592658
1.6833093 5.5379462
1.6841899 5.4799589
1.6851527 5.4188986
1.6862053 5.3552558
1.6873561 5.2893357
1.6886143 5.2219097
1.6898899 5.1542061
1.6914938 5.0863316
1.693138 5.0237772
1.6949357 4.9642672
1.696901 4.9144962
1.6990498 4.8775189
1.701399 4.8558618
1.7039674 4.8547182
1.7067754 4.8785395
1.7098454 4.9299313
1.7132019 5.0095253
1.7168715 5.1122454
1.7208835 5.2280863
1.7252698 5.3430613
1.7300653 5.4490528
1.7353083 5.540081
1.7410405 5.61101
1.7473074 5.6576959
1.7541591 5.6774722
1.76165 5.6699602
1.7698399 5.6361469
1.7787938 5.5821993
1.7885832 5.5249972
1.7992859 5.4506494
1.8109872 5.3622598
1.8237802 5.2646761
1.8377668 5.1657292
1.8530584 5.0775152
1.8697767 5.015934
1.8880548 4.9858556
1.9080382 4.9642985
1.9298861 4.9388274
1.9537725 4.7888059
1.9798874 4.5077943
2.0084389 4.1538507
2.0396542 3.7814938
2.0737819 3.4334823
2.1110938 3.2175028
2.1518869 3.0097278
2.1964859 2.7422883
2.2452461 2.4114508
2.2985556 1.9012991
2.356839 1.5920229
2.4205602 1.2872394
2.4902266 0.8015639
2.5663928 0.4095975
2.641 0.