

B04-202

Beräkningsexempel för last Last från kombinerad luftstövåg och splitter

Författare: Joosef Leppänen. Ansvarig utgivare: Björn Ekengren.

1 Orientering	1
1.1 Samlingsdokument	1
1.2 Om detta dokument	1
2 Förutsättningar	2
3 Ekvivalent laddningsvikt	3
4 Stötvågsbelastning	4
4.1 Skalat avstånd Z	4
4.2 Stötvågsparametrar	4
4.3 Bestämning av stötvågsbelastningen	7
5 Splitterbelastning	8
6 Kombinerad stötvågs- och splitterbelastning	11

1 Orientering

1.1 Samlingsdokument

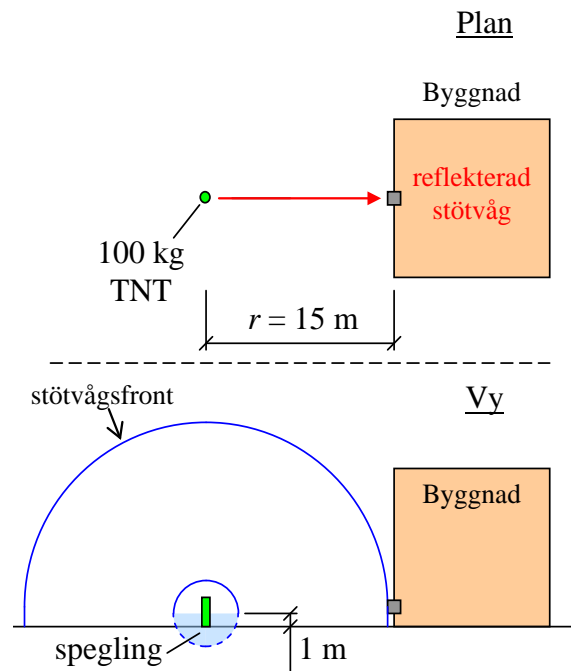
För allmän information om MSB:s kunskapsdokument i serien Beräkning av impulsbelastade konstruktioner, se dokument B01-101. Där ges bland annat övergripande bakgrund, en sammanfattande beteckningslista samt referenser. För en förteckning av utgivna och kommande dokument i serien hänvisas till dokument B01-102.

1.2 Om detta dokument

I detta dokument visas beräkningsexempel för kombinerad stötvågs- och splitterbelastning. Teoretisk bakgrund för redovisade beräkningar behandlas i Johansson (2012) och Leppänen (2012). En sammanställning av beräkningsanvisningar ges i dokument B02-201, B02-111 samt B04-201.

2 Förutsättningar

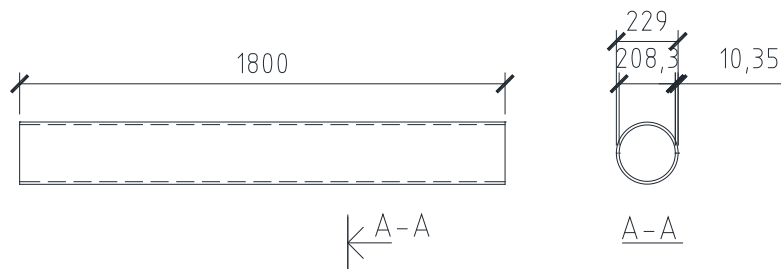
I Figur 2.1 illustreras studerat belastningsfall. En bomb på 200 kg innehållande en laddning på motsvarande 100 kg TNT, antas explodera 1 m ovan marknivå. I närheten av laddningen står en betongbyggnad som kommer att utsättas för kombinerad stötvåg- och splitterbelastning. Här studeras effekten av kombinerad stötvågs- och splitterbelastning på avstånd $r = 15$ m, för stötvågen fås en normalreflekterad stötvåg.



Figur 2.1 En 200 kg cylindrisk bomb innehållande en laddning på motsvarande 100 kg TNT, placerad 1 m ovan mark, exploderar och last mot utsatt byggnad på ett avstånd $r = 15$ m bestäms.

Den totala lasteffekt som byggnaden utsätts för består av impulslast från stötvågen samt impulslast från splitter. Detta beaktas genom att bestämma en ekvivalent laddningsvikt vid bestämning av lasteffekt för stötvågen.

Bomben är en fiktiv bomb, med formen som en cylinder enligt i Figur 2.2, samt med data enligt Tabell 2.1.



Figur 2.2 En 200 kg cylindrisk bomb innehållande en laddning på motsvarande 100 kg TNT.

Tabell 2.1 Data för studerad bomb.

Form	Cylindrisk
Massa bomb, M_b	200 kg
Massa sprängmedel (TNT), W	100 kg
Höljets massa, M_h	100 kg
Längd, l	1,8 m
Ytterdiameter, d_b	229 mm
Innerdiameter, d_i	208,3 mm
Höljets tjocklek, t_h	10,35 mm
Motts konstant, B	$3,67 \text{ kg}^{1/2} / \text{m}^{7/6}$

3 Ekvivalent laddningsvikt

Den totala impulsen från en bomb som detonerar består av impulslast från stötvåg samt impulslast från splitter. När bomben fragmenteras, det vill säga när splittret skapas, förbrukas energi och impulslasten från stötvåg minskar jämfört med en ren laddning utan hölje. Detta beaktas genom att ta fram en ekvivalent laddningsvikt. Denna laddningsvikt nyttjas sedan för att ta fram impulslast från stötvågen.

Energimängden hos bomben E_b där sprängmedel är TNT beräknas som:

$$E_b = 4610 \cdot W = 4610 \cdot 100 = 461 \text{ MJ} \quad (3.1)$$

där 4610 kJ/kg är energimängd för TNT.

Utgångshastighet för splitter v_0 bestäms enligt följande uttryck:

$$v_0 = 2400 \cdot (1 - e^{-2W/M_h}) = 2400 \cdot (1 - e^{-2 \cdot 100/100}) = 2075 \text{ m/s} \quad (3.2)$$

där W är sprängämnesmassa och M_h är höljets massa.

Vid explosion kan den kinetiska energin hos splittren bestämmas till:

$$E_{k,splitter} = \frac{M_h \cdot v_0^2}{2} = \frac{100 \cdot 2075^2}{2} = 215 \text{ MJ} \quad (3.3)$$

Energimängd som kvarstår för att skapa en stötvåg kan bestämmas till:

$$E_s = E_b - E_{k,splitter} = 461 - 215 = 246 \text{ MJ} \quad (3.4)$$

Ekvivalent laddningsvikt W_{ekv} som genererar impulslast från stötvåg kan nu bestämmas till:

$$W_{ekv} = \frac{E_s}{4610} = \frac{246 \cdot 10^3}{4610} = 53,5 \text{ kg} \quad (3.5)$$

4 Stötvågsbelastning

4.1 Skalat avstånd Z

Det skalade avståndet Z bestäms som:

$$Z = \frac{r}{W^{1/3}} \quad (4.1)$$

där r är avståndet från detonationen till studerat objekt och W är laddningsvikten. I och med att en del av energin förbrukas för att skapa splitter nyttjas en ekvivalent laddningsvikt för att bestämma effekten av stötvågsbelastningen.

Vidare modifieras laddningsvikten eftersom detonationen sker nära mark. För fallet med perfekt reflexion fås dubbla energimängden jämfört med en explosion i det fria. Dock fås i praktiken en lägre reflexionskoefficient α eftersom en del av energimängden går ner i marken. Här nyttjas faktorn $\alpha = 1,8$, och laddningsvikt W_{mod} kan bestämmas till:

$$W_{mod} = \alpha \cdot W_{ekv} = 1,8 \cdot 53,5 = 96,3 \text{ kg} \quad (4.2)$$

Det skalade avståndet kan därmed bestämmas till:

$$Z = \frac{15}{96,3^{1/3}} = 3,27 \text{ m/kg}^{1/3} \quad (4.3)$$

4.2 Stötvågsparametrar

Det skalade avståndet används för att ta fram aktuella stötvågsparametrar enligt anvisningar i dokument B02-111. I Tabell 4.1 redovisas stötvågsparametrar för skalade avstånd $Z = 3 \text{ m/kg}^{1/3}$ och $Z = 4 \text{ m/kg}^{1/3}$ samt värden för studerat fall. Vidare har för jämförelsens skull även värden för oreflekterat stötvåg P_s^+ och i_s^+ tagits fram. De beräknade värdena har bestämts med linjär interpolation enligt följande:

Beräkning av impulsbelastad konstruktion

$$S = S_1 + \frac{(S_1 - S_2)}{(Z_1 - Z_2)} \cdot (Z - Z_1) \quad (4.4)$$

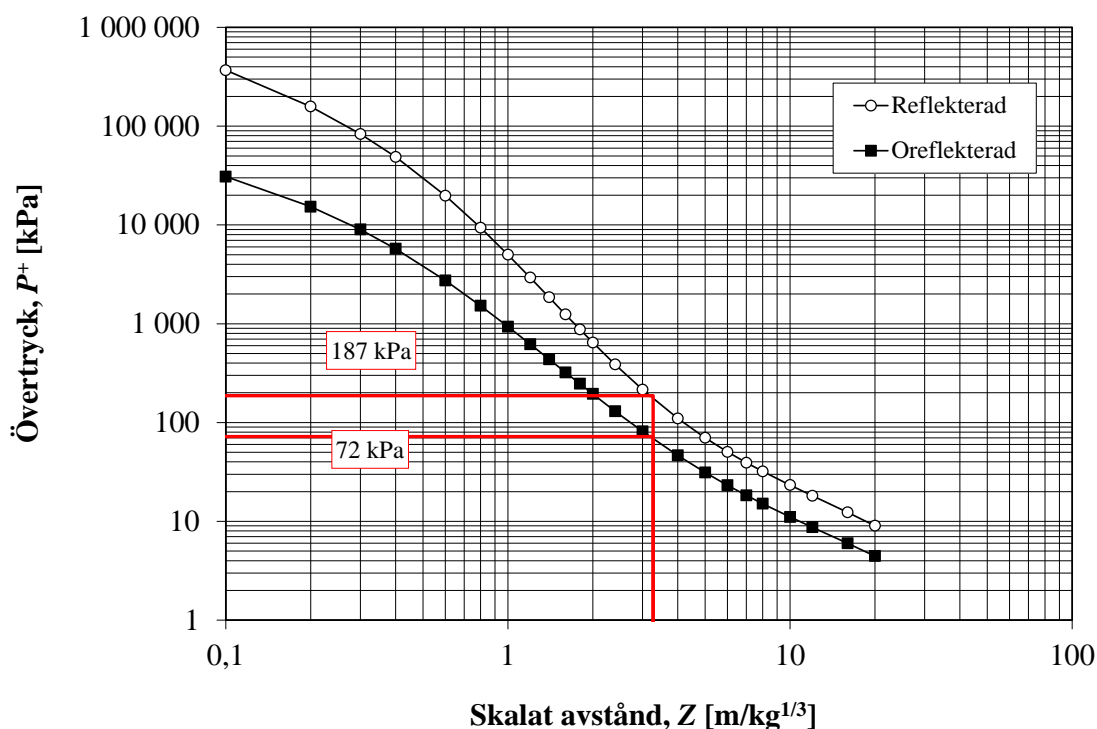
där S är den sökta stötvågsparmetern för ett aktuellt skalat avstånd Z , S_1 och S_2 motsvarar värden för skalat avstånd Z_1 respektive Z_2 . I Figur 4.1 till Figur 4.3 illustreras hur de aktuella stötvågsparmetrarna för olika skalade avstånd kan tas fram grafiskt ur de olika diagrammen.

För stötvågsparmetrarna i^+ , t_a och T^+ skall framtagna värden multipliceras med faktorn:

$$W^{1/3} = 96,3^{1/3} = 4,58 \text{ kg}^{1/3} \quad (4.5)$$

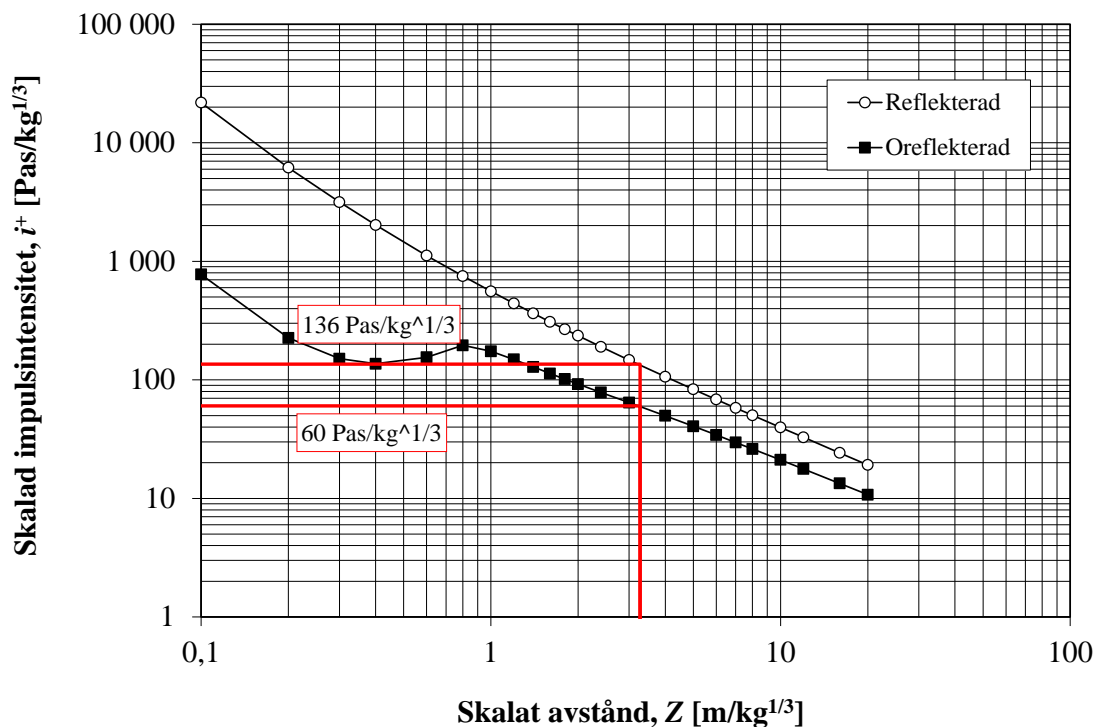
Tabell 4.1 Stötvågsparmetrar för $Z = 3,27 \text{ m/kg}^{1/3}$.

Parameter	Enhet	Punkt 1	Punkt 2	Resultat	Parameter	Enhet	Resultat
Z	$[\text{m/kg}^{1/3}]$	3,0	4,0	3,27	Z	$[\text{m/kg}^{1/3}]$	3,27
P_s^+	[kPa]	82	47	72	P_s^+	[kPa]	72
P_r^+	[kPa]	216	110	187	P_r^+	[kPa]	187
$i_s^+ / W^{1/3}$	$[\text{Pas/kg}^{1/3}]$	64	50	60	i_s^+	[Pas]	277
$i_r^+ / W^{1/3}$	$[\text{Pas/kg}^{1/3}]$	147	106	136	i_r^+	[Pas]	623
$t_a / W^{1/3}$	$[\text{ms/kg}^{1/3}]$	3,99	6,40	4,64	t_a	[ms]	21,29
$T^+ / W^{1/3}$	$[\text{ms/kg}^{1/3}]$	2,68	3,06	2,79	T^+	[ms]	12,78

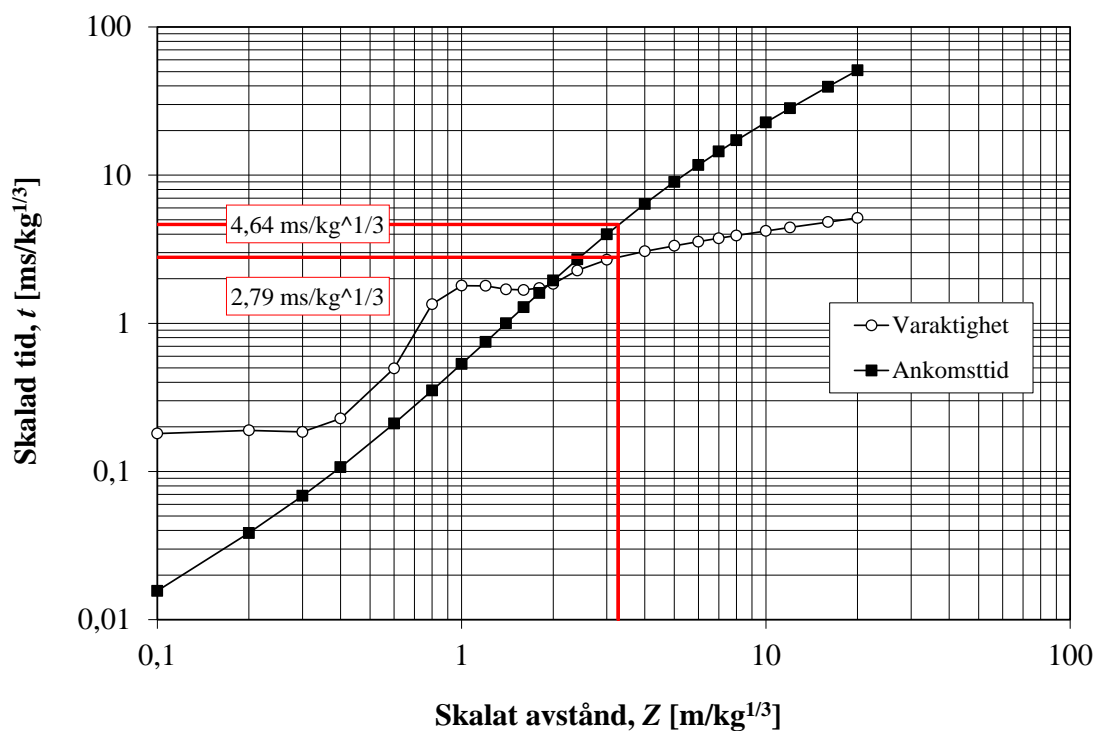


Figur 4.1 Bestämning av reflekterat och oreflekterat övertryck för det skalade avståndet $Z = 3,27 \text{ m/kg}^{1/3}$.

Beräkning av impulsbelastad konstruktion



Figur 4.2 Bestämning av reflekterad och oreflekterad skalad impulstäthet för det skalade avståndet $Z = 3,27 \text{ m/kg}^{1/3}$.



Figur 4.3 Bestämning av skalad ankomsttid och skalad varaktighet för det skalade avståndet $Z = 3,27 \text{ m/kg}^{1/3}$.

4.3 Bestämning av stötvågsbelastningen

Tryck-tidssambandet $P(t)$ för en stötvåg beräknas med följande samband:

$$P(t) = P^+ \left(1 - \frac{t - t_a}{t^+} \right) e^{-\alpha(t - t_a)/t^+} \quad (4.6)$$

där P^+ är övertrycket, t^+ är varaktigheten hos stötvågen och t_a är ankomsttid för stötvågen.

Impulstätheten i^+ kan beräknas enligt följande:

$$i^+ = P^+ t^+ \left[\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\alpha^2} (1 - e^{-\alpha}) \right] \quad (4.7)$$

från vilket faktorn α kan lösas ut när P^+ , i^+ samt t^+ är kända.

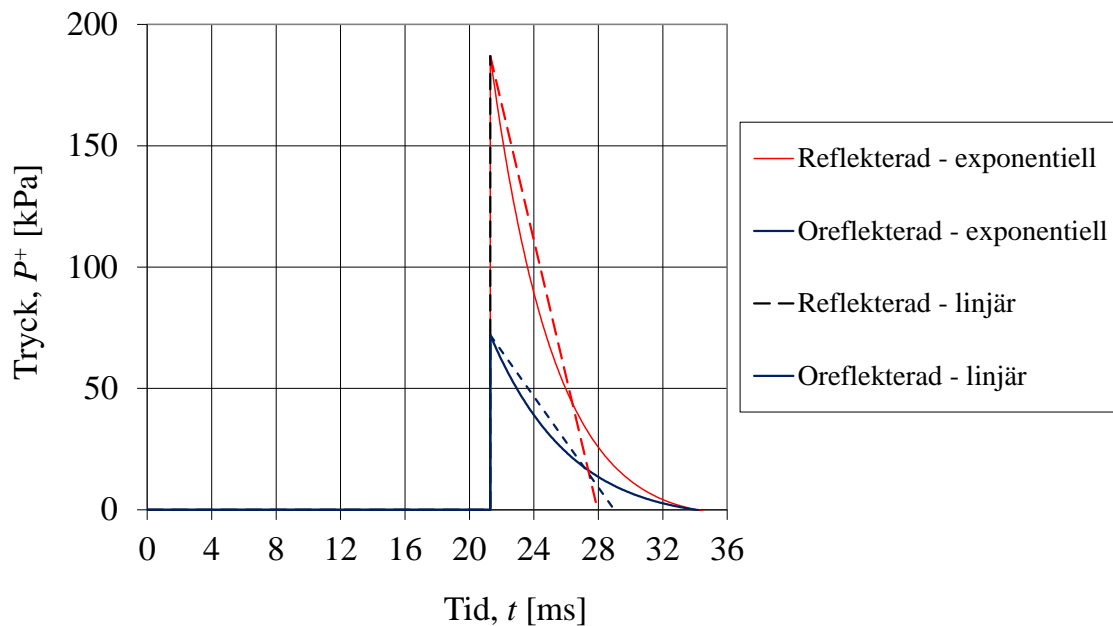
En vanlig förenkling av tryck-tidssambandet är att beskriva den med ett linjärt avtagande. En fiktiv varaktighet $t_{r,\Delta}^+$ beräknas enligt följande:

$$t_{r,\Delta}^+ = \frac{2i_r^+}{P_r^+} = \frac{2 \cdot 623}{186} = 6,7 \text{ ms} \quad (4.8)$$

I Tabell 4.2 sammanställs aktuella stötvågsparametrar för reflekterad belastning när exponentiell respektive linjär tryckminskning antas och utgående från dessa kan sedan tryck-tidssambanden i Figur 4.4 upprättas.

Tabell 4.2 Stötvågsparametrar med antagande om exponentiellt respektive linjärt avtagande tryck.

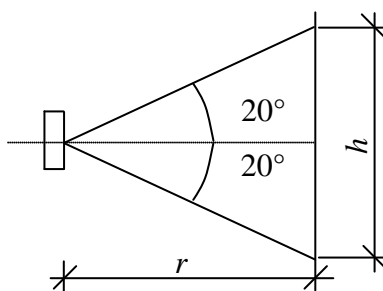
Exponentiellt avtagande tryck				Linjärt avtagande tryck			
Oreflekterad stötvåg		Reflekterad stötvåg		Oreflekterad stötvåg		Reflekterad stötvåg	
P_s^+	72 kPa	P_r^+	187 kPa	P_s^+	72 kPa	P_r^+	187 kPa
i_s^+	277 Pas	i_r^+	623 Pas	i_s^+	277 Pas	i_r^+	623 Pas
t_s^+	12,78 ms	T_r^+	12,78 ms	$t_{s,\Delta}^+$	7,7 ms	$t_{r,\Delta}^+$	6,7 ms
α	1,76	α	2,36				



Figur 4.4 Tryck-tidssamband för reflekterad och oreflekterad stötvåg när exponentiellt respektive linjärt tryckavtagande antas, se Tabell 4.2.

5 Splitterbelastning

För en cylindrisk bomb kan det approximeras att 60 % av splittren träffar ett segment av 40° , dvs. $\pm 20^\circ$, mätt vinkelrät bomben enligt Figur 5.1.



Figur 5.1 Splitterfördelningen för en cylindrisk bomb placerad i horisontalt respektive vertikalt läge.

Anslagsytan för en cylinder med radien $r = 15$ m och höjden h som beräknas utifrån radien och vinkeln fås som:

$$S = 2\pi r h = 2\pi r (2r \tan \alpha) = 2\pi \cdot 15 (2 \cdot 15 \tan 20) = 1029 \text{ m}^2 \quad (5.1)$$

Splittertätheten ρ_s definieras som splittermassan från bomben genom anslagsytan S och minskar därmed med ökat avstånd från detonationen eftersom anslagsytan ökar med

Beräkning av impulsbelastad konstruktion

avståndet. Med antagandet om att 60 % av splittren träffar inom ett cylindriskt segment fås splittertätheten som:

$$\rho_s = \frac{M_h}{S} = 0,6 \frac{100}{1029} = 0,058 \text{ kg/m}^2 \quad (5.2)$$

Splitterfördelningsparametern beräknas som:

$$M_A = B^2 \cdot t_h^{5/3} \cdot d_i^{2/3} \left(1 + \frac{t_h}{d_i}\right)^2 = 3,67^2 \cdot 0,01035^{5/3} \cdot 0,2083^{2/3} \left(1 + \frac{0,01035}{0,2083}\right)^2 = 2,56 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \quad (5.3)$$

Det totala antalet splitter beräknas som:

$$n_s = \frac{M_h}{2 \cdot M_A} = \frac{100}{2 \cdot 2,56 \cdot 10^{-3}} \approx 19500 \text{ st} \quad (5.4)$$

Med antagandet att 60 % av splittren träffas av ett segment av 40°, ger detta antalet splitter/m².

$$n_s = \frac{0,6 \cdot n_t}{S} = \frac{0,6 \cdot 19500}{1029} = 11 \text{ st/m}^2 \quad (5.5)$$

För att uppskatta splitterhastigheten tas medelvikten fram för splittren enligt följande:

$$m_{medel} = \frac{m_s}{n_s} = \frac{0,058}{11} = 5,0 \text{ g} \quad (5.6)$$

Utgångshastigheten för ett splitter med massan 5,0 g är:

$$v_0 = 2400 \cdot (1 - e^{-2W/M_h}) = 2400 \cdot (1 - e^{-2 \cdot 100/100}) = 2075 \text{ m/s} \quad (5.7)$$

Splitterhastigheten för ett splitter med massan 5,0 g efter att ha färdats 15 m i luften fås som:

$$v_s = v_0 e^{-0,00456r/\sqrt[3]{m_s}} = 2075 e^{-0,00456 \cdot 15/\sqrt[3]{0,005}} = 1391 \text{ m/s} \quad (5.8)$$

Nu när massa och hastighet för splittren är kända kan impulstätheten beräknas som:

$$i_s^+ = m_s v_s = 0,058 \cdot 1391 = 80,7 \text{ Pas} \quad (5.9)$$

där m_s är splittertätheten och v_s splittrets medelanslagshastighet.

Ankomsttid för splitter kan beräknas som sträckan som splitter färdas i luften s genom medelhastigheten hos splittret i luften v_{sm} . Medelhastighet beräknas utifrån splittrens utgångshastighet och anslagshastighet, därmed kan ankomsttiden beräknas som:

$$t_a = \frac{s}{v_{sm}} = \frac{15}{\left(\frac{2075 + 1391}{2}\right)} = 8,7 \text{ ms} \quad (5.10)$$

Lastens varaktighet beräknas förenklat som inträngningsdjupet genom medelhastigheten hos splittren under penetrationsförloppet. Penetration x för betongkonstruktioner beräknas som:

Beräkning av impulsbelastad konstruktion

$$x = \frac{26,9m_s^{0,37} v_s^{0,9}}{f_c^{0,25}} \quad \text{för } x \leq 117m_s^{1/3} \quad (5.11)$$

$$= \frac{26,9 \cdot 0,005^{0,37} 1391^{0,9}}{(30 \cdot 10^6)^{0,25}} = 34,5 \text{ mm}$$

och

$$x = \frac{4,35m_s^{0,4} v_s^{1,8}}{f_c^{0,5}} + 40,6m_s^{1/3} \quad \text{för } x > 117m_s^{1/3} \quad (5.12)$$

$$= \frac{4,35 \cdot 0,005^{0,4} 1391^{1,8}}{(30 \cdot 10^6)^{0,5}} + 40,6 \cdot 0,005^{1/3} = 50,3 \text{ mm}$$

där betongens tryckhållfasthet, f_c antas till 30 MPa. Ekvation (5.12) gäller eftersom $x > 117m_s^{1/3} = 20 \text{ mm}$.

Penetrationsdjupet blir 50 mm för ett 5 grams splitter vid anslagshastigheten 1 391 m/s. Detta med antagandet att anslagshastigheten minskar linjärt ned till noll resulterar i en medelhastighet för splittren på 696 m/s under inträngningsförloppet. Lastens varaktighet fås därmed som:

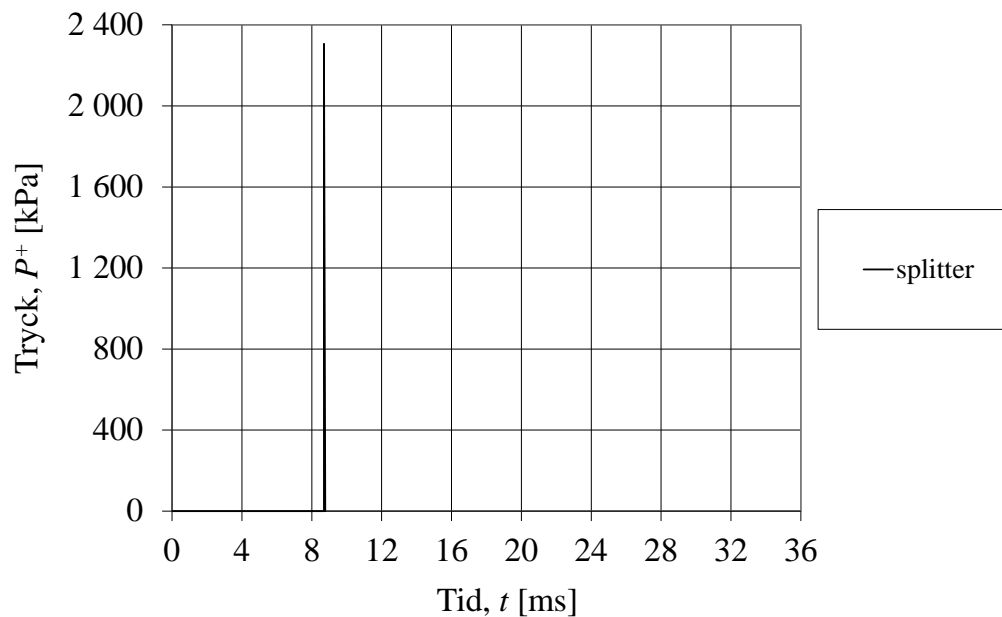
$$t = \frac{x}{v_{s,mp}} = \frac{0,050}{696} = 0,07 \text{ ms} \quad (5.13)$$

där x är penetrationsdjupet och $v_{s,mp}$ är splittrets medelhastighet under penetrationsförloppet.

Impulsen från splitter antas vara triangulär. För en triangulär last kan ytlasten, när impulsen är känd, beräknas som:

$$q(t) = \frac{2 \cdot i}{t} = \frac{2 \cdot 80,7}{0,07} = 2306 \text{ kPa} \quad (5.14)$$

I Figur 5.2 redovisas tryck-tidssambandet för splitterbelastningen.



Figur 5.2 Tryck-tidssamband för splitterbelastning.

6 Kombinerad stötvågs- och splitterbelastning

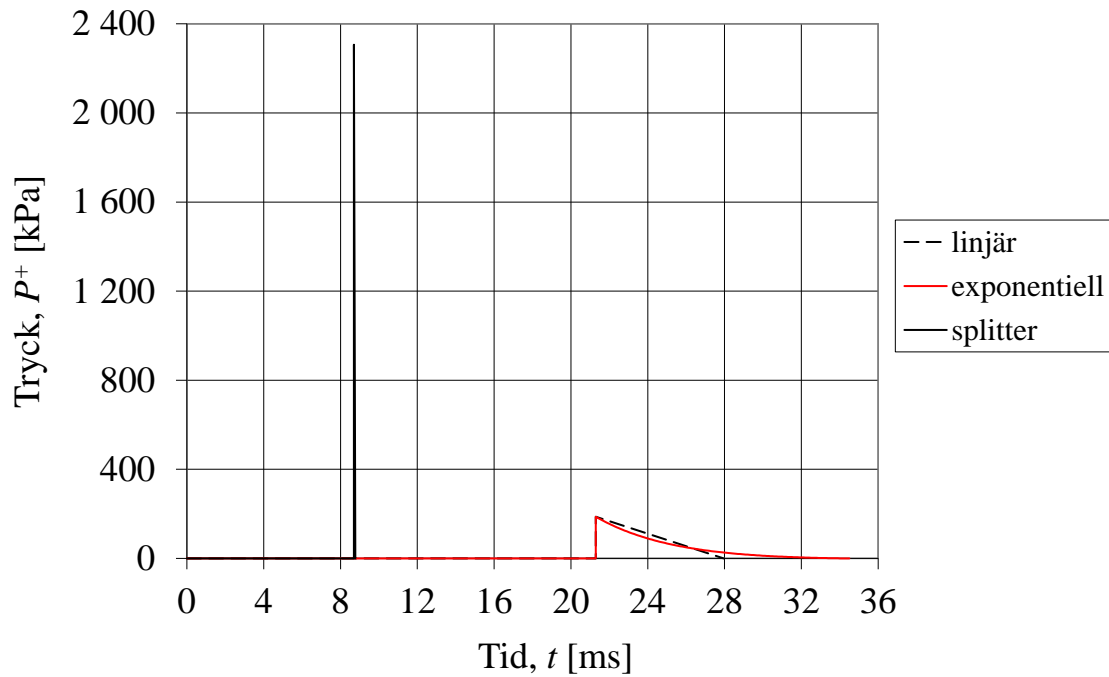
Den totala impulsen i_{tot} för en kombinerad stötvågs- och splitterbelastning beräknas som summan av impulslast från stötvåg $i_{stötvåg}$ och impulslast från splitter $i_{splitter}$ som:

$$i_{tot} = i_{stötvåg}(W_{ekv}) + i_{splitter}(W) \quad (6.1)$$

där W_{ekv} är ekvivalent laddningsvikt enligt ekvation (3.5) och W är laddningsvikt, båda i [kg].

För kombinerad stötvågs- och splitterbelastning består impulslasten av en impuls från stötvågen och en impuls från splitterbelastningen. I last-tidssambandet beaktas impuls från stötvågsbelastning enligt Tabell 4.1 och Figur 4.4. Impulslast från splitterbelastning redovisas i Figur 5.2 med last enligt ekvation (5.14). Lastens varaktighet bestäms enligt ekvation (5.13) och dess ankomsttid enligt ekvation (5.10).

I Figur 6.1 visas den totala impulslasten från kombinerad stötvågs- och splitterbelastning. I detta exempel träffar splittret konstruktionen först. Vidare är det maximala trycket betydligt högre från splittret jämfört med stötvågsbelastningen, dock med en betydligt kortare varaktighet.



Figur 6.1 Impulslast från kombinerad stötvägs- och splitterbelastning. För stötvågen redovisas linjärt och exponentiellt antagande om belastningen för reflekterad stötvåg.